الفصل الأول

نظم الأعداد

الأعداد الطبيعية $\mathbb{N}=\{1,2,3,....\}$

الأعداد الكلية $A=\mathbb{N}\cup\{0\}$

الأعداد الصحيحة $\mathbb{Z}=\{...,-2,-1,0,1,2,...\}$

الأعداد النسبية $\mathbb{R}_n=\{\frac{a}{b},a,b\in Z,b\neq 0\}$

الأعداد الغير نسبية $\mathbb{Q}^*=\{x:x\notin R_n\}$

مثال : الأعداد التالية التي لا تنتمي لمجموعة الأعداد النسبية $\sqrt{2},\sqrt{3},\sqrt[3]{7},\pi,e,...$

نلاحظ أن : $\mathbb{R}_n\cap\mathbb{Q}^*=\phi$

الأعداد الحقيقية هي المجموعة الناتجة من اتحاد المجموعتين النسبية والغير النسبية

$$\mathbb{R}=\mathbb{R}_n\cup\mathbb{Q}^*$$

تمارين

أوجد ما يلي :

$$R\cup A=$$
$$N\cup A=$$
$$Z\cup N=$$
$$\{0\}\cup N=$$
$$N\cap A=$$
$$Z\cap N=$$
$$R_n\cap Q^*=$$
$$R_n\cap R=$$

مثال : إذا كانت

$$X = \{-8, -6, -\frac{5}{2}, 0, \frac{3}{8}, \frac{1}{2}, \sqrt{2}, \pi\}$$

صنف العناصر ضمن مجموعات الأعداد التي درستها

تمارين: بسط كل مما يلي حسب أولويات العمليات الحسابية :

$1)\ 9 \div 3 + 4 \times 2 =$

$2)\ 8 - 7 \times 2 + 3 =$

$$3)\ \frac{-8 - 4 \times -6 \div 12}{4 - 3 \times 2} =$$

$$4)\ \frac{15 \div 5 \times 4 \div 6 - 8}{-6 + 5 - 8 \div 8} =$$

خصائص بعض العمليات الجبرية

$$*\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad+bc}{bd}$$

$$*\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{ad-bc}{bd}$$

$$*\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}$$

$$*\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}$$

تمارين

أوجد مايلي :

1) $\frac{2}{3}+\frac{5}{2}=$

2) $\frac{5}{3}-\frac{3}{4}=$

3) $\frac{4}{7}\times\frac{5}{2}=$

4) $\frac{4}{3}\div\frac{1}{2}=$

القيمة المطلقة

تعريف :

$$|x| = \begin{cases} x \ , x \geq 0 \\ -x \ , x < 0 \end{cases}$$

أمثلة : أحسب مايلي

1) $|3| =$

2) $|-6| =$

3) $|5-\sqrt{3}| =$

4) $|\sqrt{5}-2| =$

5) $|\pi - 4| =$

العمليات الجبرية

هناك أربع عمليات أساسية هي الجمع والطرح والضرب والقسمة

- عملية الجمع

أوجد نواتج عمليات الجمع التالية :

$1)3x+5x=$

$2)4a+2a-3=$

$3)2x+5a+3x+5=$

- عملية الطرح

أوجد نواتج عمليات الطرح التالية :

$1)5x+2y-2x+6y-3y=$

$2)(2a+5b)-(4a-3a)=$

$3)(5x^2+3x-2)-(x^2+2x+6)=$

أوجد ناتج ما يلي :

$1)(3x^4-2x^3-4x^2)+(x^3-2x^2-5x)-(x^2+7x-2)=$

$2)(5a^2-3a+4)-(a^2-8)=$

إيجاد قيمة المقادير الجبرية

لإيجاد قيمة المقادير الجبرية نعوض بقيمة المتغير في العبارة الجبرية ونوجد الناتج كالتالي :

مثال : أوجد قيمة المقادير التالية :

$$1)\ 2a+3b-c=$$

$a=3, b=1, c=2$

$$2)\ 3x^{2}+2y-4z=$$

$x=2, y=3, z=1$

$$3)\ \frac{2a^{2}+5b-3c}{a+3b+4c^{3}}=$$

$a=2, b=1, c=2$

$$4)\ \left(\frac{a}{b}+\frac{c}{a}\right)\left(b^{2}-c^{2}\right)=$$

$$a=3, b=1, c=2$$

- ضرب المقادير الجبرية

نعلم بأن عملية الضرب هي تكرار لعملية الجمع

فمثلا $5\times3=15$ تعني أن $5+5+5=15$ تم جمع العدد 5 ثلاث مرات أو $3+3+3+3+3=15$ وتعني جمع العدد3 خمس مرات .

مثال أوجد ناتج ما يلي :

$1)3(5x+2y)=$

$2)(5a+1)(b+2)=$

$3)(x+2)(x+1)=$

$4)(x^2+y)(x+y^2)=$

$5)(a+b)(a-b)=$

$6)(x+y)^2=$

$7)(2x+3)^2(x+1)=$

$8)3x-\{5-3(x-2)\}=$

$9)2\{3-(x-4)\}=$

- ضرب بعض المقادير الخاصة

$$1)(a-b)(a+b)=a^2-b^2$$

$$2)(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$$

$$3)(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$$

مثال : بالاعتماد على المقادير الخاصة السابقة أوجد مايلي

$$1)(3-x)(3+x)=$$

$$2)(2a-5)(2a+5)=$$

$$3)(4+3b)^2=$$

$$4)(6-2x)^2=$$

- <u>قسمة المقادير الجبرية</u>

بسط المقدار التالي :

$$1)\frac{x^5}{x^2}+\frac{y^4}{y^3}=$$

ملاحظة مهمة في عملية القسمة يجب أن يكون المقام لا يساوي الصفر

$$2)\frac{8x^4y^3}{2xy^2}=$$

$$3)\frac{25m^4n^3}{15m^2n^5}=$$

مثال بسط المقدار التالي :

$$\frac{12x^5y^6}{3x^3y^2}\div\frac{25x^4yz^3}{2y^4z^2}=$$

تحليل بعض المقادير الجبرية الخاصة

- التحليل بإيجاد العامل المشترك

حلل المقادير التالية :

$1)\ 2x^3 + yx =$

$2)\ 4x^2y + 2xy^2 =$

$3)\ 2x(3x-2) - 7(3x-2) =$

$4)\ 3a(2a+5) + 2(2a+5) =$

$5)\ 3x^3y - 6x^2y^2 - 3xy^3 =$

- **التحليل بالتجميع المناسب**

حلل المقادير التالية :

$1)\ 3x^2 - 6x + 4x - 8 =$

$2)\ wy + wz - 2xy - 2xz =$

$3)\ 2x^2 + 6x + 5x + 15 =$

$4)\ 2pr + ps - 6qr - 3qs =$

$5)\ 6wy - xz - 2xy + 3wz =$

- تحليل المقدار الثلاثي

حيث توجد عدة طرائق لتحليل المقدار الثلاثي وسنتطرق لها بشكل مفصل لاحقا

مثال : حلل المقادير التالية :

$$1)\, x^2 + 5x + 6 =$$

$$2)\, x^2 - 2x - 3 =$$

$$3)\, y^2 + 3y - 10 =$$

تحليل بعض المقادير الجبرية الخاصة

أولا : المربع التام وله صيغتان كالتالي :

$$1)\ u^2 + 2uv + v^2 = (u+v)^2$$

$$2)\ u^2 - 2uv + v^2 = (u-v)^2$$

ثانيا : الفرق بين مربعين

$$3)\ u^2 - v^2 = (u-v)(u+v)$$

ثالثاً : الفرق بين مكعبين

$$4)\ u^3 - v^3 = (u-v)(u^2 + uv + v^2)$$

رابعاً : جمع مكعبين

$$4)\ u^3 + v^3 = (u+v)(u^2 - uv + v^2)$$

مثال : حلل المقادير التالية بالاعتماد على ما سبق

$1)9x^{2}-4y^{2}=$

$2)25a^{6}-b^{8}=$

$3)8m^{3}-1=$

$4)x^{3}+y^{3}z^{3}=$

$5)m^{3}+n^{3}=$

$6)z^{3}-1=$

$7)x^{2}-16y^{2}=$

الفصل الثاني

المضاعف المشترك البسيط ، جمع الكسور وطرحها ، ضرب الكسور وقسمتها

سبق وتم التطرق لهذه المواضيع في الفصل الأول وسنكتفي بتطبيق ذلك على العبارات الجبرية

مثال :

أوجد المضاعف المشترك البسيط لما يلي :

$1)\ 2x^3y\ ,\ 6xy^2$

$2)\ a^2b\ ,\ 3a$

$3)\ (x+1),\ 2x$

مثال :

أوجد ناتج جمع ما يلي

$1)\ \frac{5}{x}+\frac{2}{3}=$

$2)\ \frac{2}{xy}+\frac{y}{x^2}=$

مثال : أوجد ناتج عملية الطرح :

$$1)\ \frac{3x}{2y} - \frac{5}{y} =$$

$$2)\ \frac{2+x}{x} - \frac{y}{x+1} =$$

مثال : ضع المقادير التالية في أبسط صورة

$$1)\ \frac{\frac{2}{x} - 1}{\frac{4}{x^2} - 1} =$$

$$2)\ \frac{1}{n} - \frac{1}{m} =$$

$$3)\ \frac{m}{n} + \frac{n}{m} =$$

4) $\dfrac{x^2-9}{x^2-1} \div \dfrac{x-3}{x-1} =$

5) $\dfrac{1+\dfrac{1}{x}}{x-\dfrac{1}{x}} =$

6) $\dfrac{\dfrac{x^2}{y^2}-1}{\dfrac{x}{y}+1} =$

الفصل الثالث

الأسس

إذا كان n عدد صحيح موجب فإن :

1) n من المرات $a^n = a.a.a...$

مثال : $3^5 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 243$

2) إذا كان n=0 فإن :

$$a^0 = 1, a \neq 0$$

3) إذا كانت n عدد صحيح سالب فإن :

$$a^n = \frac{1}{a^{-n}}, a \neq 0$$

مثال : $8^{-3} = \frac{1}{8^{-(-3)}} = \frac{1}{8^3}$

مقرر مبادئ الرياضيات للإدارة
أستاذ المادة/ ثابت القحطاني
البريد الالكتروني taalqahtani@ud.edu.sa

تمارين : بسط ما يلي :

$$1)(x^{3}y^{2})^{0} =$$

$$2)10^{-3} =$$

$$3)\frac{x^{-3}}{y^{-5}} =$$

$$4)\frac{u^{-7}}{v^{-2}} =$$

$$5)\frac{1}{x^{-5}} =$$

خواص الأسس الصحيحة

إذا كان m,n عددان صحيحان و a,b عددان حقيقيان فإن :

$$1)a^{m}\cdot a^{n}=a^{m+n}$$

$$2)(a^{n})^{m}=a^{n\cdot m}$$

$$3)(ab)^{m}=a^{m}\cdot b^{m}$$

$$4)(\frac{a}{b})^{m}=\frac{a^{m}}{b^{m}},b\neq 0$$

$$5)\frac{a^{m}}{a^{n}}=\begin{Bmatrix} a^{m-n} \\ a^{n-m} \end{Bmatrix},a\neq 0$$

تمارين

بسط ما يلي باستخدام الخواص السابقة :

$$1)\ 3x^5(2x^2) =$$

$$2)\ \frac{6x^{-3}}{8x^{-4}} =$$

$$3)\ (2a^{-3}b^2)^{-2} =$$

$$4)\ \left(\frac{a^3}{b^5}\right)^{-2} =$$

$$5)\ \frac{4x^{-3}y^{-5}}{6x^{-4}y^3} =$$

$$6)\ \left(\frac{m^{-3}n^3}{n^{-2}}\right)^{-2} =$$

$$7)\ \left(\frac{x^{-3}}{y^4z^{-2}}\right)^{-3} =$$

الأسس الكسرية

إذا كان n ,m عددان طبيعيان والعدد b أي عدد حقيقي ما عدا b لا تكون سالبة عندما n زوجية فإن :

$$1)b^{\frac{m}{n}} = (b^{\frac{1}{n}})^m$$

$$2)b^{\frac{-m}{n}} = \frac{1}{b^{\frac{m}{n}}}$$

مثال :

$$4^{\frac{3}{2}} = (4^{\frac{1}{2}})^3 = 2^3 = 8$$

تمارين : أوجد ما يلي :

$1)4^{\frac{1}{2}} =$

$2)8^{\frac{1}{3}} =$

$3)8^{\frac{2}{3}} =$

$4)(3x^{\frac{1}{3}})(2x^{\frac{1}{2}}) =$

$5)(\frac{4x^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{1}{2}}})^{\frac{1}{2}} =$

$6)(5y^{\frac{3}{4}})(2y^{\frac{1}{3}}) =$

أيضا يمكننا استخدام الجذور لتبسيط الأسس كما يلي :

$$b^{\frac{m}{n}} = \begin{cases} (b^m)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{b^m} \\ (b^{\frac{1}{n}})^m = (\sqrt[n]{b})^m \end{cases}$$

مثال :

<u>تمارين :</u>

$$1)16^{\frac{3}{2}} = \sqrt{16^3}$$

$$2)x^{\frac{1}{5}} = \sqrt[5]{x}$$

بسط مايلي :

$$3)y^{\frac{-2}{3}} = \frac{1}{y^{\frac{2}{3}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{y^2}}$$

$1)\sqrt{12x^{3}y^{5}z^{2}} =$

$2)5\sqrt{3}+4\sqrt{3} =$

$3)(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3) =$

تمارين :

أنطق مقامات الكسور التالية (ضع في أبسط صورة)

$1)\frac{3}{\sqrt{5}} =$

$2)\frac{2}{5+\sqrt{3}} =$

$3)\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{1-\sqrt{5}} =$

اللوغاريتمات

تعريف اللوغاريتم :

إذا كان $a \neq 1$ و $a,b \in R^+$ فإن :

$$\log_a b = c \Leftrightarrow b = a^c$$

- الرمز $\log_a b$ يقرأ لوغاريتم b للأساس a
- الأساس $a > 0, a \neq 1$ والعدد $b > 0$ لذلك يوجد عدد وحيد c بحيث أن :
  $b = a^c$ وهذا يعني أن : $\log_a b$ لها قيمة وحيدة (واحد لواحد)

- يمكننا أن نقول أن لوغاريتم العدد الموجب b للأساس a هو الأس الذي يجب أن نرفع إليه الأساس a لنحصل على العدد b
- $\log_a b = c \Leftrightarrow b = a^c$ وبالتعويض عن قيمة c نجد أن : $b = a^c = a^{\log_a b}$
- $\log_a 1 = 0 \Leftrightarrow a^0 = 1$
- $a^1 = a \Leftrightarrow \log_a a = 1$

أمثلة

1) أكتب الصيغة اللوغاريتمية المقابلة للصيغة الأسية فيما يلي :

$A)3^4 = 81$

$B)2^{-5} = \frac{1}{32}$

$C)0.001 = 10^{-3}$

2) أكتب الصيغة الأسية المقابلة للصيغة اللوغاريتمية فيما يلي :

$$A)\log_{10} 1000 = 3$$

$$B)\log_{2} 64 = 6$$

$$C)\log_{\frac{1}{2}} 8 = -3$$

3) أوجد قيمة المجهول فيما يلي :

$$A)\log_{4} x = 3$$

$$B)\log_{3} x = 2$$

$$C)\log_{x} 81 = 4$$

<u>تمارين</u>

أستاذ المادة/ ثابت القحطاني
البريد الالكتروني taalqahtani@ud.edu.sa

حل المعادلات التالية :

$$A)\log_5 125 = x$$

$$B)\log_{10}(x^2+1) = 1$$

$$C)\log_x 27 = 3$$

قوانين اللوغاريتمات

إذا كان $x \in R^{+}$ و $a \in R^{+}-\{1\}$ فإن :

$$1)\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$$

$$2)\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$$

$$3)\log_a x^{n} = n \log_a x$$

مثال : إذا كانت $\log_3 5 = 1.46$ و $\log_3 2 = 0.63$ فأوجد مايلي :

1) $\log_3 10 =$

2) $\log_3 15 =$

3) $\log_3 16 =$

4) $\log_3 2.5 =$

5) $\log_3 0.4 =$

6) $\log_3 \sqrt[3]{4} =$

تمرين

حل المعادلة التالية :

$$\log_4 x + \log_4 (x - y) = 2$$

الفصل الرابع

التباديل(permutations)

التبديل : هو تنظيم لمجموعة من العناصر يكون الترتيب فيها مهما .

مثال : لدينا 4 كليات في الجامعة أحد الترتيبات لهذه الكليات هو الهندسة ،العلوم، التربية ،الطب

وباستعمال مبدأ العد الأساسي يوجد 24 ترتيبا مختلفا ناتجة كالتالي 4.3.2.1=24
ويمكننا كتابة العبارة 4.3.2.1لحساب عدد التباديل على الصورة !4 وتقرأ مضروب 4

4!=4.3.2.1=24

5!=5.4.3.2.1=120

المضروب : يكتب مضروب العدد الصحيح الموجب n على الصورة !n ويساوي حاصل ضرب جميع الأعداد الصحيحة الموجبة التي أصغر من أو تساوي n

ويعرف 0!=1

n!=n(n-1).(n-2).....2.1

التباديل : يرمز الى عدد تباديل n من العناصر المختلفه مأخوذه r في كل مرة بالرمز ${}_n p_r$ حيث :

$$ {}_n p_r = \frac{n!}{(n-r)!} $$

مثال : عدد تباديل 6 مأخوذا 4 في كل مرة يساوي

$$ {}_6 p_4 = \frac{6!}{(6-4)!} = \frac{6!}{2!} = 6.5.4.3 = 360 $$

تمرين : أحسب عدد تباديل 5 مأخوذة 3 في كل مرة

ملاحظة : عند كتابة التباديل على الصورة ${}_n p_r$

تدل r على عدد العوامل المتتالية المضروبة في بعضها

وتدل n على العامل الأول فمثلا الرمز ${}_5 p_3$ يدل على أخذ 3 عوامل متتالية فنبدأ بالعدد 5 وهي :

5.4.3=60 وهو الناتج نفسه من تطبيق قانون التباديل وللاختصار نكتب

$p(n,r)$ بدلا عن ${}_n p_r$

مثال : أوجد قيمة ${}_5 p_2$

الحل : **طريقة (1)**

$${}_5 p_2 = \frac{5!}{(5-2)!} = \frac{5!}{3!} = 5.4 = 20$$

طريقة (2)

$${}_5 p_2 = 5.4 = 20$$

ملاحظات :

$${}_n p_n = n!$$

$${}_n p_n = \frac{n!}{(n-n)!} = \frac{n!}{0!} = \frac{n!}{1} = n!$$

مثال : ${}_5 p_5 = 5! = 5.4.3.2.1 = 120$

تمرين : بكم طريقة يمكن اختيار 3 كتب من مجموعة مكونة من 10 كتب ؟

التوافيق(Combinations)

التوافيق هي تنظيم العناصر حيث يكون الترتيب فيها غير مهم

بفرض أنك تريد اختيار 3موظفين من بين 7 موظفين في إحدى الإدارات لحضور اجتماع فإن الترتيب في اختيارهم غير مهم

وعليه فيمكنك استخدام التوافيق

الرمز ${}_nC_r$ يرمز إلى عدد توافيق n من العناصر المختلفة مأخوذة r في كل مرة

$$ {}_nC_r = \frac{n!}{(n-r)!r!} $$ ويمكن أن تكتب على الصورة $\binom{n}{r}$

مثال : عدد توافيق 6 عناصر مأخوذة 2 في كل مرة

$$ {}_6C_2 = \frac{6!}{(6-2)!2!} = \frac{6!}{4!2!} = \frac{6!}{48} = 15 $$

مثال : يريد مدير شركة اختيار 5 محاسبين من بين 8 محاسبين لعمل حسابات معينة للشركة ، بكم طريقة يمكن للمدير اختيار المحاسبين محمد، أحمد، خالد ، فهد ، سعد ؟

الحل : الترتيب غير مهم فالناتج يساوي توافيق 8 مأخوذة 5 في كل مرة أي أن

$$ {}_8C_5 = \frac{8!}{(8-5)!5!} = \frac{8!}{3!5!} = 8\cdot 7 = 56 $$

ملاحظات : $$ {}_nC_r = \frac{{}_nP_r}{r!} $$

مثال : أوجد ${}_6C_4$

الحل : $$ {}_6C_4 = \frac{6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1} = 3\cdot 5 = 15 $$

تمرين : أوجد $_5c_2$

ملاحظات :

$$_nc_n = 1$$
$$_nc_0 = 1$$
$$_nc_1 = n$$

مثال :

$$_3c_3 = 1$$
$$_5c_0 = 1$$
$$_7c_1 = 7$$

مثال : يتكون مجلس إدارة شركة كبرى من 8 أعضاء فإذا كان عبدالله ، حسان ، محمد هم أعضاء في مجلس الإدارة فبكم طريقة يمكن أن يتم اختيار هؤلاء الثلاثة رئيسا ، نائبا للرئيس ، وأمينا للسر على الترتيب مع العلم أن الاختيار يتم عشوائيا .

الحل : بما أن اختيار المراكز طريقة لترتيب أعضاء المجلس فإن الترتيب في هذه الحالة مهم جدا ممكن تطبيق التباديل

$$_8p_3 = 8\cdot7\cdot6 = 336$$

ملاحظة : لو كان الترتيب غير مهم ممكن نطبق التوافيق كما يلي :

$$_8c_3 = \frac{8!}{(8-3)!3!} = \frac{8!}{5!3!} = 8\cdot7 = 56$$

أيضا بالطريقة الأخرى

$$_8c_3 = \frac{_8p_3}{3!} = \frac{8\cdot7\cdot6}{3\cdot2\cdot1} = 56$$

الفصل الخامس

المعادلات الخطية

تعريف : المعادلة التي تكتب على الصورة : $ax+b=0$ ، $a\neq 0$ ، $a,b\in R$ ، x تسمى متغير

تسمى هذه المعادلة بالمعادلة الخطية لأنها تمثل خط مستقيم في المستوى الإحداثي

نظرية : خصائص التساوي

لكل $a,b,c\in R$

1) اذا كان $a=b$ فإن $a+b=b+c$ خاصية الإضافة

2) اذا كان $a=b$ فإن $a-c=b-c$ خاصية الطرح

3) اذا كان $a=b$ و $c\neq 0$ فإن $ca=cb$ خاصية الضرب

4) اذا كان $a=b$ و $c\neq 0$ فإن $\frac{a}{c}=\frac{b}{c}$

مثال : حل المعادلات الخطية التالية

1) $5x-4=2x+8$

2) $7x - 10 = 4x + 5$

مثال : حل المعادلات الخطية الكسرية التالية :

1) $\frac{x+1}{3} - \frac{x}{4} = \frac{1}{2}$

2) $5 - \frac{3a-4}{5} = \frac{7-2a}{2}$

مثال : حل المعادلات التالية :

1) $4(x+3) = 6(x-2)$

2) $4-3(x+2)+x=5(x-1)-7x$

حل المعادلات الخطية ذات المجهولين :

أولا : طريقة الحل بالتعويض

1) حل النظام التالي باستخدام طريق التعويض $\begin{Bmatrix} 3x+y=10 \\ x-2y=1 \end{Bmatrix}$

2) $\begin{Bmatrix} x+3y=2 \\ 2x+y=4 \end{Bmatrix}$

(3 $\begin{Bmatrix} x+y=1 \\ 2x+3y=-3 \end{Bmatrix}$

ثانيا : طريق الحل بالحذف

مثال : حل أنظمة المعادلات الخطية التالية :

(1 $\begin{Bmatrix} 2x+3y=6 \\ 3x-3y=4 \end{Bmatrix}$

(2 $\begin{cases} x + 5y = -1 \\ -x + 2y = 8 \end{cases}$

(3 $\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$

(4 $\begin{cases} x - y = 5 \\ 2x + 4y = -3 \end{cases}$

مقرر مبادئ الرياضيات للإدارة
أستاذ المادة/ ثابت القحطاني
البريد الالكتروني taalqahtani@ud.edu.sa

حل معادلات الدرجة الثانية بمجهول واحد

تعريف : المعادلة التربيعية في مجهول واحد هي على الصورة التالية :

$ax^2+bx+c=0$ حيث $a\neq 0$ و a,b,c و x هو المتغير

ويمكن حل هذه المعادلات بعدة طرائق مختلفة منها

أولا : طريقة الحل بالتحليل

ويمكن أن تكتب المعادلة $ax^2+bx+c=0$ كحاصل ضرب عاملين من الدرجة الأولى وذلك باستخدام التحليل

مثال : حل المعادلات التالية باستخدام التحليل :

(1 $x^2+5x+6=0$

(2 $x^2-3x-4=0$

3) $2x^2 = 5x$

4) $4x^2 + 12x + 9 = 0$

5) $4x^2 = 3x$

6) $x^2 - 6x + 5 = -4$

ثانيا : حل المعادلات التربيعية باستخدام خاصية إكمال المربع

إذا كان لدينا x^2+bx فيمكننا إضافة مربع نصف معامل x : $(\frac{b}{2})^2$

ليصبح لدينا مربع كامل $x^2+bx+(\frac{b}{2})^2=(x+\frac{b}{2})^2$

مثال : أكمل العبارات التالية لتصبح مربعا كاملا

1) x^2-3x

2) x^2+5x

مثال : حل المعادلات التربيعية التالية باستخدام خاصية إكمال المربع

1) $x^2+6x-2=0$

2) $2x^2 - 4x + 3 = 0$

3) $x^2 + 3x - 2 = 0$

4) $3x^2 - 12x + 3 = 0$

ثالثا : حل معادلات الدرجة الثانية باستخدام القانون العام

إذا كان لدين المعادلة التالية : $ax^2 + bx + c = 0$ فإن :

$x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ يسمى القانون العام لحل المعادلات الدرجة الثانية في متغير واحد

ملاحظة : $b^2 - 4ac$ يسمى المميز وهناك عدة حالات للحل حسب المميز نوضحها كما يلي :

1) إذا كان المميز $b^2 - 4ac$ موجب فإنه يوجد حلان حقيقيان

2) إذا كان المميز $b^2 - 4ac$ يساوي الصفر فإنه يوجد حل واحد حقيقي مكرر

3) إذا كان المميز $b^2 - 4ac$ سالب فإنه يوجد حلان تخيليان (جذران مترافقان)

مثال : أوجد نوع الحلول للمعادلات التالية باستخدام المميز

1) $2x^2 - 4x + 1 = 0$

2) $2x^2 - 4x + 2 = 0$

3) $2x^2 - 4x + 3 = 0$

تمارين : حل المعادلات التالية باستخدام القانون العام

1) $2x^2-6x+5=0$

2) $x^2+3x+2=0$

3) $x^2+3x+6=0$

4) $x^2+3x=0$

5) $x^2-4=0$