الفصل الرابع

التباديل(permutations)

التبديل : هو تنظيم لمجموعة من العناصر يكون الترتيب فيها مهما .

مثال : لدينا 4 كليات في الجامعة أحد الترتيبات لهذه الكليات هو الهندسة ،العلوم، التربية ،الطب

وباستعمال مبدأ العد الأساسي يوجد 24 ترتيبا مختلفا ناتجة كالتالي 4.3.2.1=24
ويمكننا كتابة العبارة 4.3.2.1لحساب عدد التباديل على الصورة 4! وتقرأ مضروب 4

4!=4.3.2.1=24

5!=5.4.3.2.1=120

المضروب : يكتب مضروب العدد الصحيح الموجب n على الصورة n! ويساوي حاصل ضرب جميع الأعداد الصحيحة الموجبة التي أصغر من أو تساوي n

ويعرف 0!=1

n!=n(n-1).(n-2).....2.1

التباديل : يرمز الى عدد تباديل n من العناصر المختلفه مأخوذه r في كل مرة بالرمز ${}_nP_r$ حيث :

$$ {}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!} $$

مثال : عدد تباديل 6 مأخوذا 4 في كل مرة يساوي

$$ {}_6P_4 = \frac{6!}{(6-4)!} = \frac{6!}{2!} = 6.5.4.3 = 360 $$

تمرين : أحسب عدد تباديل 5 مأخوذة 3 في كل مرة

ملاحظة : عند كتابة التباديل على الصورة ${}_nP_r$

تدل r على عدد العوامل المتتالية المضروبة في بعضها

وتدل n على العامل الأول فمثلا الرمز ${}_5P_3$ يدل على أخذ 3 عوامل متتالية فنبدأ بالعدد 5 وهي :

5.4.3=60 وهو الناتج نفسه من تطبيق قانون التباديل وللاختصار نكتب

$p(n,r)$ بدلا عن ${}_nP_r$

مثال : أوجد قيمة ${}_5P_2$

الحل : **طريقة (1)**

$${}_5P_2=\frac{5!}{(5-2)!}=\frac{5!}{3!}=5.4=20$$

طريقة (2)

$${}_5P_2=5.4=20$$

ملاحظات :

$${}_nP_n=n!$$

$${}_nP_n=\frac{n!}{(n-n)!}=\frac{n!}{0!}=\frac{n!}{1}=n!$$

مثال : ${}_5P_5=5!=5.4.3.2.1=120$

تمرين : بكم طريقة يمكن اختيار 3 كتب من مجموعة مكونة من 10 كتب ؟

التوافيق(Combinations)

التوافيق هي تنظيم العناصر حيث يكون الترتيب فيها غير مهم

بفرض أنك تريد اختيار 3موظفين من بين 7 موظفين في إحدى الإدارات لحضور اجتماع فإن الترتيب في اختيارهم غير مهم

وعليه فيمكنك استخدام التوافيق

الرمز ${}_nC_r$ يرمز إلى عدد توافيق n من العناصر المختلفة مأخوذة r في كل مرة

${}_nC_r = \frac{n!}{(n-r)!r!}$ ويمكن أن تكتب على الصورة $\binom{n}{r}$

مثال : عدد توافيق 6 عناصر مأخوذة 2 في كل مرة

$${}_6C_2 = \frac{6!}{(6-2)!2!} = \frac{6!}{4!2!} = \frac{6!}{48} = 15$$

مثال : يريد مدير شركة اختيار 5 محاسبين من بين 8 محاسبين لعمل حسابات معينة للشركة ، بكم طريقة يمكن للمدير اختيار المحاسبين محمد، أحمد ،خالد ، فهد ، سعد ؟

الحل : الترتيب غير مهم فالناتج يساوي توافيق 8 مأخوذة 5 في كل مرة أي أن

$${}_8C_5 = \frac{8!}{(8-5)!5!} = \frac{8!}{3!5!} = 8\cdot 7 = 56$$

ملاحظات : ${}_nC_r = \frac{{}_nP_r}{r!}$

مثال : أوجد ${}_6C_4$

الحل : ${}_6C_4 = \frac{6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1} = 3\cdot 5 = 15$

تمرين : أوجد ${}_5C_2$

ملاحظات :

$${}_nC_n = 1$$
$${}_nC_0 = 1$$
$${}_nC_1 = n$$

مثال :

$${}_3C_3 = 1$$
$${}_5C_0 = 1$$
$${}_7C_1 = 7$$

مثال : يتكون مجلس إدارة شركة كبرى من 8 أعضاء فإذا كان عبدالله ، حسان ، محمد هم أعضاء في مجلس الإدارة فبكم طريقة يمكن أن يتم اختيار هؤلاء الثلاثة رئيسا ، نائبا للرئيس ، وأمينا للسر على الترتيب مع العلم أن الاختيار يتم عشوائيا .

الحل : بما أن اختيار المراكز طريقة لترتيب أعضاء المجلس فإن الترتيب في هذه الحالة مهم جدا ممكن تطبيق التباديل

$${}_8P_3 = 8 \cdot 7 \cdot 6 = 336$$

ملاحظة : لو كان الترتيب غير مهم ممكن نطبق التوافيق كما يلي :

$${}_8C_3 = \frac{8!}{(8-3)!3!} = \frac{8!}{5!3!} = 8 \cdot 7 = 56$$

أيضا بالطريقة الأخرى $${}_8C_3 = \frac{{}_8P_3}{3!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 56$$