



ϕ

π

∞

الفصل الثاني: العمليات الجبرية

$\neq$

$\in$

$\neq$

$\{$

$\}$

العمليات الجبرية

الجمع والطرح الجبري

قاعدة الاشارات



$(+) + (+) = +$	نجمع و نضع نفس الإشارة
$(-) + (-) = -$	نجمع و نضع نفس الإشارة
$(+) + (-) =$	نطرح و نضع إشارة الأكبر
$(-) + (+) =$	نطرح و نضع إشارة الأكبر

مثال

1) $+3 + 2 = +5$, $-3 - 2 = -5$ (نجمع العددين ونضع نفس الإشارة)

2) $+3 - 2 = +1$, $-3 + 2 = -1$ (نأخذ الفرق بين العددين ونضع إشارة العدد الأكبر)

القسمة الجبرية

قاعدة الاشارات

الضرب الجبري

1) $(+)(+) = +$ أو $+ \div + = \frac{+}{+} = +$

2) $(-)(-) = +$ أو $- \div - = \frac{-}{-} = +$

1) $(+)(-) = -$ أو $+ \div - = \frac{+}{-} = -$

2) $(-)(+) = -$ أو $- \div + = \frac{-}{+} = -$

مثال: $(3)(4)=12$, $(-3)(-4)=12$, $(3)(-4)=-12$, $(-3)(4)=-12$

$$\frac{20}{5} = 4$$

$$\frac{-20}{-5} = 4$$

$$\frac{20}{-5} = -4$$

$$\frac{-20}{5} = -4$$

ترتيب إجراء العمليات الجبرية

اتجاه التنفيذ من اليسار الى اليمين

$$12 - 3 + 4 - 2 = 9 + 4 - 2 = 13 - 2 = 11$$

$$12 - 3 + 4 - 2 = 16 - 5 = 11$$

١- إذا احتوت العملية الجبرية على الجمع الجبري فقط :
فإننا نبدأ من اليسار الى اليمين.

أو نجمع الأعداد الموجبة معاً بإشارة موجبة ، ونجمع الأعداد السالبة معاً بإشارة سالبة .

$$15 \div 5 \times 4 \div 6 = 3 \times 4 \div 6 = 12 \div 6 = 2$$

(2) إذا احتوت العملية الجبرية على الضرب الجبري فقط: نجري العملية بالترتيب حسب ظهورها من اليسار إلى اليمين.

$$6 + 2 \times 4 - 15 + 5 = 6 + 8 - 3 = 14 - 3 = 11$$

(3) إذا احتوت العملية الجبرية على عمليتي الضرب الجبري والجمع الجبري فإننا نجري عملية الضرب أولاً ثم الجمع

(4) إذا احتوت العملية الجبرية على اقواس فإننا نجري العملية داخل الاقواس الصغيرة () أولاً ، ثم الاقواس المتوسطة { } ، ثم الاقواس الكبيرة [] ابتداءً من الداخل الى الخارج

$$\begin{aligned} & [-40 \div \{ (12 \div 4) \times 10 + 10 \} \div (5 \div -5)] + 4 = [-40 \div \{ (3) \times 10 + 10 \} \div (-1)] + 4 \\ & = [-40 \div \{ 3 \times 10 + 10 \} \div (-1)] + 4 = [-40 \div \{ 30 + 10 \} \div (-1)] + 4 \\ & = [-40 \div \{ 40 \} \div (-1)] + 4 = [-1 \div (-1)] + 4 = 1 + 4 = 5 \end{aligned}$$

الكسور

الكسر عبارة عن مقدار مكون من بسط ومقام مثلاً $\frac{3}{4}$ ، $\frac{1}{2}$ ، $\frac{5}{7}$.



تمثل الأجزاء الملونة ثلاثة أخماس الشكل

$$\frac{\text{عدد الأجزاء الملونة}}{\text{عدد جميع الأجزاء}} = \frac{\text{بسط}}{\text{مقام}} = \frac{3}{5}$$

وتكتب رياضياً

تكافؤ الكسور

نقول عن كسرين أنهما متكافئان عندما يمثلان الجزء نفسه من الشكل.

$$\frac{8}{16}$$



$$\frac{4}{8}$$



إيجاد الكسور المتكافئة:

(١) لإيجاد كسور مكافئة لكسر ما نضرب بسطه ومقامه بأي عدد غير الصفر.

الكسور المكافئة للكسر $\frac{2}{3}$ يمكن إيجادها كالتالي:

$$\frac{2}{3} = \frac{(2)(2)}{(3)(2)} = \frac{4}{6}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{(2)(3)}{(3)(3)} = \frac{6}{9}$$

(2) لإيجاد كسور مكافئة لكسر ما نقسم بسطه ومقامه على عدد يقبلان القسمة عليه غير الصفر.

$$\frac{4}{8} = \frac{4 \div 4}{8 \div 4} = \frac{1}{2}$$

و

$$\frac{4}{8} = \frac{4 \div 2}{8 \div 2} = \frac{2}{4}$$

تبسيط الكسور

يكون الكسر مكتوباً بأبسط شكل (صورة) عندما لا يوجد عدد غير الواحد يقسم بسطه ومقامه معاً.

(1) الكسر $\frac{1}{2}$ مكتوب بأبسط شكل لأنه لا يوجد عدد غير الواحد يقسم 1 و 2 معاً.

(2) الكسر $\frac{4}{6}$ ليس مكتوباً بأبسط شكل لأن العدد 2 يقسم العدد 4 و العدد 6 أيضاً.

ملاحظة (1):

يمكن كتابة $\frac{12}{30}$ في أبسط صورة وذلك بقسمة بسطه ومقامه على 6 فنحصل على $\frac{2}{5}$ حيث لا يوجد عدد غير الواحد يقسم 2 و 5 معاً، كذلك $\frac{15}{35}$ بقسمة بسطه ومقامه على 5 يصبح $\frac{15}{35} = \frac{3}{7}$ حيث لا يوجد عدد غير الواحد يقسم 3 و 7 معاً.

مقارنة الكسور

(١) للمقارنة بين كسرين لهما المقام نفسه نقارن بين بسطيهما ويكون الكسر الأكبر هو الكسر ذو البسط الأكبر.

$$1) \quad \frac{7}{5}, \frac{3}{5} \rightarrow 1) \quad \frac{7}{5} > \frac{3}{5} \quad (\text{لأن } 7 > 3)$$

$$2) \quad \frac{2}{9}, \frac{5}{9} \rightarrow 2) \quad \frac{2}{9} < \frac{5}{9} \quad (\text{لأن } 2 < 5)$$

$$3) \quad \frac{-3}{4}, \frac{2}{4} \rightarrow 3) \quad \frac{-3}{4} < \frac{2}{4} \quad (\text{لأن } -3 < 2)$$

$$4) \quad 0, \frac{5}{13} \rightarrow 4) \quad 0 < \frac{5}{13} \quad (\text{لأن } 0 = \frac{0}{13} \text{ ومنه } 0 < 5)$$

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{12}{16} = \frac{15}{20}, \quad \frac{2}{5} = \frac{4}{10} = \frac{6}{15} = \frac{8}{20}$$

$$8 < 15 \Rightarrow \frac{8}{20} < \frac{15}{20} \Rightarrow \frac{2}{5} < \frac{3}{4}$$

أيهما أكبر

$$\frac{2}{5} \quad \text{أو} \quad \frac{3}{4}$$

$$\frac{2}{5} \quad \frac{3}{4}$$



$$8 < 15$$

طريقة سهلة سريعة

قواسم العدد

عندما نكتب عدد كحاصل ضرب عدة أعداد نقول إننا حللنا هذا العدد إلى عوامل.
عوامل العدد: هي الأعداد التي تقسمه دون باق وتسمى قواسم العدد.

- (1) العدد 6 قاسم من قواسم العدد 24 لأن العدد 24 يقبل القسمة على العدد 6.
- (2) العدد 6 ليس قاسماً من قواسم العدد 25 لأن العدد 25 لا يقبل القسمة على العدد 6.

القاسم المشترك الأكبر لعددين

القواسم المشتركة لعددين هي الأعداد التي يقسم كل واحد منها هذين العددين، وأكبرها يسمى القاسم المشترك الأكبر (ق.م.ك)

مثال: أوجد القاسم المشترك الأكبر للعددين 8 و 12.

قواسم العدد 8 هي 1، 2، 4، 8

وقواسم العدد 12 هي 1، 2، 3، 4، 6، 12

القواسم المشتركة بينهما هي 1، 2، 4 أما القاسم المشترك الأكبر فهو 4

القاسم المشترك الأكبر لعددين هو حاصل ضرب قوى العوامل الأولية المشتركة فقط والتي لها الأس الأصغر.

مثال: اوجد القاسم المشترك الاكبر للعددين ١٨ و ٣٠

$$١٨ = ٢ \times ٣ \times ٣ = (٢) (٣) (٣) \text{ و } ٣٠ = (٢) (٣) (٥) \text{ اذا } \text{ق. م. ك.} = (٢) (٣) = ٦$$

ملاحظة:

- 1) لتبسيط كسر نقسم كلا من بسطه ومقامه على قاسم مشترك لهما.
- 2) لتبسيط كسر لأبسط شكل (صورة) نقسم كلا من بسطه ومقامه على القاسم المشترك الأكبر لهما.

مثال: بسط الكسر $\frac{55}{100}$ الى أبسط صورته.

$$\frac{55}{100} = \frac{55 \div 5}{100 \div 5} = \frac{11}{20}$$

ق. م. ك. للعددين 55 و 100 هو 5:

مضاعفات العدد هو ناتج ضرب العدد في احد عناصر الاعداد الطبيعية
١، ٢، ٣، ...

مثال: المضاعفات الاربعة الاولى للعدد ٥ هي:
 $٥ = ١ \times ٥$ ، $١٠ = ٢ \times ٥$ ، $١٥ = ٣ \times ٥$ ، $٢٠ = ٤ \times ٥$.

ملاحظه: لكل عددين مضاعفات مشتركة كثيره

مثال: مضاعفات العددين

٢ هي ٢، ٤، ٦، ٨، ١٠، ١٢، ١٤، ١٦، ١٨، ..

٣ هي ٣، ٦، ٩، ١٢، ١٥، ١٨، ...

المضاعفات المشتركة للعددين ٢ و ٣ هي ٦ و ١٢ و ١٨ و ...

المضاعف المشترك الاصغر لعددين هو اصغر مضاعف مشترك لهما
ويرمز له م.م.ص.

ملاحظه: للحصول على م.م.ص. لعددين، نكتب سلسله مضاعفات كل
منهما

ثم نعين المضاعف المشترك الاصغر م.م.ص.

مثال: اوجد المضاعف المشترك الاصغر للعددي ٢ و ٣
من المثال السابق، المضاعفات المشتركة للعددين ٢ و ٣ هي
٦ و ١٢ و ١٨ و ...
اذا فان المضاعف المشترك الاصغر هو اصغرهم وهو ٦.

ملاحظه: المضاعف المشترك الاصغر لعددين هو حاصل ضرب قوى
العوامل الأولية للعددين التي لها الاس الاكبر.

مثال: اوجد المضاعف المشترك الاصغر للعددين ١٤ و ٣٦.

$$7 \times 2 = 14$$

$$(2^2) \times (3^2) = 36$$

المضاعف المشترك الاصغر هو $2^2 \times 3^2 \times 7 = 252$

ملاحظة: المضاعف المشترك الأصغر لعددين أوليين هو حاصل ضربهما.

مثال: اوجد المضاعف المشترك الأصغر بين العددين 5, 7؟

لاحظ أن العددين أوليين بالتالي م. م. أ. $35 = 5 \times 7$

جمع الكسور: عند جمع كسرين لهما المقام نفسه، فإن الناتج هو كسر مقامه يساوي مقام الكسرين وبسطه يساوي مجموع بسطيهما.

مثال:

$$\frac{3}{5} + \frac{6}{5} = \frac{3+6}{5} = \frac{9}{5}$$

طرح الكسور: عند جمع كسرين لهما المقام نفسه، فإن الناتج هو كسر مقامه يساوي مقام الكسرين وبسطه يساوي الفرق بين بسطيهما.

مثال:

$$\frac{5}{7} - \frac{3}{7} = \frac{5-3}{7} = \frac{2}{7}$$

ملاحظه:

(١) عند جمع (طرح) كسرين مختلفي المقام، نقوم بتحويلهما الى كسرين مكافئين لهما، على ان يكون مقامهما مشتركا، ثم نجمع (نطرح) الكسرين الناتجين
(٢) لإيجاد ناتج جمع الكسرين (او طرحهما) نوجد المقامات بإيجاد المضاعف المشترك الاصغر لهما واتخاذها مقاما مشتركا للكسرين.

مثال:

$$\frac{1}{4} + \frac{3}{2} = \left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{1}\right) + \left(\frac{3}{2}\right)\left(\frac{2}{2}\right) = \frac{1}{4} + \frac{(3)(2)}{(2)(2)} = \frac{1}{4} + \frac{6}{4} = \frac{1+6}{4} = \frac{7}{4}$$

مثال:
$$\frac{1}{2} - \frac{3}{4} = \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{2}{2}\right) - \left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{1}{1}\right) = \frac{2}{4} - \frac{3}{4} = \frac{2-3}{4} = \frac{-1}{4} = -\frac{1}{4}$$

قوانين جبريه لجمع وطرح الكسور

ليكن a, b, c, d اعداد **حقيقية** غير **صفريه** فان:

$$1) \quad \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd} \rightarrow$$

$$1) \quad \frac{7}{3} - \frac{1}{2} = \frac{(7)(2) - (1)(3)}{(3)(2)} = \frac{14 - 3}{6} = \frac{11}{6}$$

$$2) \quad \frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad - bc}{bd} \rightarrow$$

$$2) \quad \frac{5}{7} + \frac{3}{2} = \frac{(5)(2) + (3)(7)}{(7)(2)} = \frac{10 + 21}{14} = \frac{31}{14}$$

ضرب وقسمة الكسور

(١) حاصل ضرب كسرين هو كسر بسطه عبارته عن ضرب

البسطين ومقامه عبارة عن ضرب المقامين

(٢) لقسمة كسرين فاننا نقوم بوضع الكسر الاول كما هو ونضربه في الكسر الثاني بعد ان نقلب الكسر الثاني (نضع البسط مقاماً والمقام بسطاً)

قوانين جبرية لضرب وقسمة الكسور

ليكن a, b, c, d اعداد **حقيقية** غير **صفريّة** فان:

$$1) \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a c}{b d} \quad \longrightarrow \quad \frac{3}{5} \times \frac{-2}{7} = \frac{(3)(-2)}{(5)(7)} = -\frac{6}{35}$$

$$2) \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{a d}{b c} \quad \longrightarrow \quad 3 \div \frac{2}{5} = \frac{3}{1} \div \frac{2}{5} = \frac{3}{1} \times \frac{5}{2} = \frac{3 \times 5}{1 \times 2} = \frac{15}{2}$$

$$3) c \times \frac{a}{b} = \frac{c a}{b} \quad \longrightarrow \quad 5 \times \frac{3}{7} = \frac{5}{1} \times \frac{3}{7} = \frac{5 \times 3}{1 \times 7} = \frac{15}{7}$$