
بسم الله الرحمن الرحيم

الفصل الثاني: العمليات الجبرية

العمليات الجبرية

الجمع والطرح الجبري

قاعدة الاشارات

نجمع و نضع نفس الإشارة	$(+)+(+)=+$
نجمع و نضع نفس الإشارة	$(-)+(-)=-$
نطرح و نضع إشارة الأكبر	$(+)+(-)=$
نطرح و نضع إشارة الأكبر	$(-)+(+)=$

مثال

1) $+3+2=+5$, $-3-2=-5$ (نجمع العددين ونضع نفس الإشارة)

2) $+3-2=+1$, $-3+2=-1$ (نأخذ الفرق بين العددين ونضع إشارة العدد الأكبر)

الضرب الجبري

قاعدة الاشارات

1) $(+)(-)=-$ أو $+\div-=\frac{+}{-}=-$

2) $(-)(+)=-$ أو $-\div+=\frac{-}{+}=-$

القسمة الجبرية

1) $(+)(+)=+$ أو $+\div+=\frac{+}{+}=+$

2) $(-)(-)=+$ أو $-\div-=\frac{-}{-}=+$

مثال: $(-3)(4)=-12$, $(3)(-4)=-12$, $(-3)(-4)=12$, $(3)(4)=12$

$$\frac{-20}{5}=-4 \qquad \frac{20}{-5}=-4 \qquad \frac{-20}{-5}=4 \qquad \frac{20}{5}=4$$

ترتيب إجراء العمليات الجبرية

اتجاه التنفيذ من اليسار الى اليمين

١- إذا احتوت العملية الجبرية على الجمع الجبري فقط :

فإننا نبدأ من اليسار الى اليمين.

$$12-3+4-2=9+4-2=13-2=11$$

أو نجمع الأعداد الموجبة معاً بإشارة موجبة ، ونجمع الأعداد السالبة معاً بإشارة سالبة .

$$12-3+4-2=16-5=11$$

2) إذا احتوت العملية الجبرية على الضرب الجبري فقط: نجري العملية بالترتيب حسب ظهورها من اليسار إلى اليمين.

$$15 \div 5 \times 4 \div 6 = 3 \times 4 \div 6 = 12 \div 6 = 2$$

٣) اذا احتوت العملية الجبرية على عمليتي الضرب الجبري والجمع الجبري فإننا نجري عملية الضرب اولا ثم الجمع

$$6+2x4-15+5=6+8-15+5=14-15+5$$
$$=-1+5=4$$

٤) اذا احتوت العملية الجبرية على اقواس فاننا نجري العملية داخل الاقواس الصغيرة ( ) اولا ، ثم الاقواس المتوسطة { } ، ثم الاقواس الكبيرة [ ] ابتداءا من الداخل الى الخارج

$$[-40 \div \{ (12 \div 4) x\ 10 +10\} \div (5 \div -5)] + 4 = [-40 \div \{ (3)\ x\ 10 +10\} \div (-1)] + 4$$

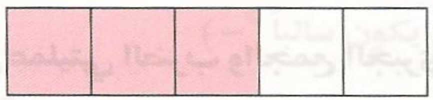
$$= [-40 \div \{ 3\ x\ 10 +10\} \div (-1)] + 4 = = [-40 \div \{30 +10\} \div (-1)] + 4$$

$$= [-40 \div \{ 40\} \div (-1)] + 4 = [-1 \div (-1)] + 4=1 + 4 = 5$$

الكسور

الكسر عبارة عن مقدار مكون من بسط ومقام مثلاً $\frac{5}{7}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$.

تمثل الأجزاء الملونة ثلاثة أخماس الشكل



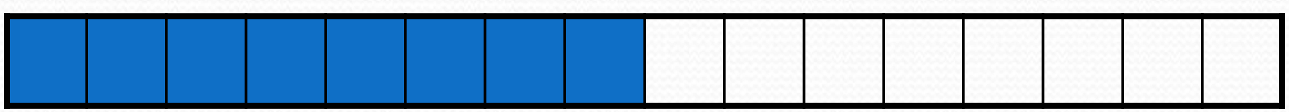
وتكتب رياضياً

$$\frac{3}{5} = \frac{\text{بسط}}{\text{مقام}} = \frac{\text{عدد الأجزاء الملونة}}{\text{عدد جميع الأجزاء}}$$

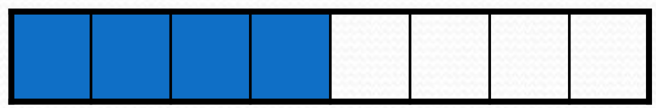
تكافؤ الكسور

نقول عن كسرين أنهما متكافئان عندما يمثلان الجزء نفسه من الشكل.

$\frac{8}{16}$



$\frac{4}{8}$



إيجاد الكسور المتكافئة:

١) لإيجاد كسور مكافئة لكسر ما نضرب بسطه ومقامه بأي عدد غير الصفر.

الكسور المكافئة للكسر $\frac{2}{3}$ يمكن إيجادها كالتالي:

$$\frac{2}{3}=\frac{(2)(3)}{(3)(3)}=\frac{6}{9}$$

$$\frac{2}{3}=\frac{(2)(2)}{(3)(2)}=\frac{4}{6}$$

2) لإيجاد كسور مكافئة لكسر ما نقسم بسطه ومقامه على عدد يقبلان القسمة عليه غير الصفر.

$$\frac{4}{8}=\frac{4\div 2}{8\div 2}=\frac{2}{4}$$

وَ

$$\frac{4}{8}=\frac{4\div 4}{8\div 4}=\frac{1}{2}$$

تبسيط الكسور
يكون الكسر مكتوباً بأبسط شكل (صورة) عندما لا يوجد عدد غير الواحد يقسم بسطه ومقامه معاً.

1) الكسر $\frac{1}{2}$ مكتوب بأبسط شكل لأنه لا يوجد عدد غير الواحد يقسم 1 و 2 معاً.

2) الكسر $\frac{4}{6}$ ليس مكتوباً بأبسط شكل لأن العدد 2 يقسم العدد 4 و العدد 6 أيضاً.

ملاحظة (1):

يمكن كتابة $\frac{12}{30}$ في أبسط صورة و ذلك بقسمة بسطه و مقامه على 6 فنحصل على $\frac{2}{5}$ حيث لا يوجد عدد غير الواحد يقسم 2 وَ 5 معاً، كذلك $\frac{15}{35}$ بقسمة بسطه و مقامه على 5 يصبح $\frac{3}{7} = \frac{15}{35}$ حيث لا يوجد عدد غير الواحد يقسم 3 وَ 7 معاً.

مقارنة الكسور

١) للمقارنة بين كسرين لهما المقام نفسه نقارن بين بسطيهما ويكون الكسر الأكبر هو الكسر ذو البسط الأكبر.

1) $\frac{7}{5}$, $\frac{3}{5}$ → 1) $\frac{7}{5} > \frac{3}{5}$ (لأن $7>3$)

2) $\frac{2}{9}$, $\frac{5}{9}$ → 2) $\frac{2}{9} < \frac{5}{9}$ (لأن $2<5$)

3) $\frac{-3}{4}$, $\frac{2}{4}$ → 3) $\frac{-3}{4} < \frac{2}{4}$ (لأن $-3<2$)

4) 0 , $\frac{5}{13}$ → 4) $0 < \frac{5}{13}$ (لأن $0=\frac{0}{13}$ ومنه $0<5$)

ايهما أكبر

$\frac{3}{4}$ أو $\frac{2}{5}$

$$\frac{3}{4}=\frac{6}{8}=\frac{12}{16}=\frac{15}{20} \quad , \quad \frac{2}{5}=\frac{4}{10}=\frac{6}{15}=\frac{8}{20}$$

$$8<15 \Rightarrow \frac{8}{20}<\frac{15}{20} \Rightarrow \frac{2}{5}<\frac{3}{4}$$

طريقة سهلة سريعة

$$\frac{2}{5} \quad \frac{3}{4}$$

$$8 \quad < \quad 15$$

قواسم العدد

عندما نكتب عدد كحاصل ضرب عدة أعداد نقول إننا حللنا هذا العدد إلى عوامل.

عوامل العدد: هي الأعداد التي تقسمه دون باق وتسمى قواسم العدد.

1) العدد 6 قاسم من قواسم العدد 24 لأن العدد 24 يقبل القسمة على العدد 6.

2) العدد 6 ليس قاسماً من قواسم العدد 25 لأن العدد 25 لا يقبل القسمة على العدد 6.

القاسم المشترك الاكبر لعددين

القواسم المشتركة لعددين هي الاعداد التي يقسم كل واحد منها هذين العددين، واكبرها يسمى القاسم المشترك الاكبر (ق.م.ك)

مثال: أوجد القاسم المشترك الاكبر للعددين 8 و 12.

قواسم العدد 8 هي 1، 2، 4، 8

وقواسم العدد 12هي 1، 2، 3، 4، 6، 12

القواسم المشتركة بينهما هي 1، 2، 4 اما القاسم المشترك الاكبر فهو 4

القاسم المشترك الأكبر لعددين هو حاصل ضرب قوى العوامل الأولية المشتركة فقط والتي لها الأس الأصغر.

مثال: اوجد القاسم المشترك الاكبر للعددين ١٨ و ٣٠

١٨=٢x٣x٣=(٢)(٣ ٢) و ٣٠=(٢)(٣)(٥) اذا ق. م. ك.= (٢)(٣)=٦

ملاحظة:

1) لتبسيط كسر نقسم كلاً من بسطه ومقامه على قاسم مشترك لهما.

2) لتبسيط كسر لأبسط شكل (صورة) نقسم كلاً من بسطه ومقامه على القاسم المشترك الأكبر لهما.

مثال: بسط الكسر $\frac{55}{100}$ الى أبسط صوره.

ق. م. ك. للعددين 55 و 100 هو 5:

$$\frac{55}{100} = \frac{55 \div 5}{100 \div 5} = \frac{11}{20}$$

مضاعفات العدد هو ناتج ضرب العدد في احد عناصر الاعداد الطبيعية ١، ٢، ٣، ...

مثال: المضاعفات الاربعة الاولى للعدد ٥ هي:

٥x١=٥، ٥x٢=١٠، ٥x٣=١٥، ٥x٤=٢٠.

ملاحظه: لكل عددين مضاعفات مشتركه كثيره

مثال: مضاعفات العددين

٢ هي ٢، ٤، ٦، ٨، ١٠، ١٢، ١٤، ١٦، ١٨،..

٣ هي ٣، ٦، ٩، ١٢، ١٥، ١٨،...

المضاعفات المشتركة للعددين ٢ و ٣ هي٦ و ١٢و ١٨ و ...

المضاعف المشترك الاصغر لعددين هو اصغر مضاعف مشترك لهما ويرمز له م.م.ص.

ملاحظه: للحصول على م. م. ص. لعددين، نكتب سلسلة مضاعفات كل منهما ثم نعين المضاعف المشترك الاصغر م. م. ص.

مثال: اوجد المضاعف المشترك الاصغر للعددي ٢ و ٣

من المثال السابق، المضاعفات المشتركة للعددين ٢ و ٣ هي

٦ و ١٢و ١٨ و ...

اذا فان المضاعف المشترك الاصغر هو اصغرهم وهو ٦.

ملاحظه: المضاعف المشترك الاصغر لعددين هو حاصل ضرب قوى العوامل الأولية للعددين التي لها الاس الاكبر.

مثال: اوجد المضاعف المشترك الاصغر للعددين ١٤ و ٣٦.

١٤=٢x٧

٣٦=($٢^{٢}$) x ($٣^{٢}$)

المضاعف المشترك الاصغر هو ٧ x ($٢^{٢}$) x ($٣^{٢}$)=٢٥٢

ملاحظة: المضاعف المشترك الاصغر لعددين أوليين هو حاصل ضربهما.

مثال: اوجد المضاعف المشترك الأصغر بين العددين 7 ,5؟

لاحظ أن العددين أولين بالتالي م. م. أ. = 5x7= 35

جمع الكسور: عند جمع كسرين لهما المقام نفسه، فان الناتج هو كسر مقامه يساوي مقام الكسرين وبسطه يساوي **مجموع** بسطيهما.

مثال:

$$\frac{3}{5}+\frac{6}{5}=\frac{3+6}{5}=\frac{9}{5}$$

طرح الكسور: عند جمع كسرين لهما المقام نفسه، فان الناتج هو كسر مقامه يساوي مقام الكسرين وبسطه يساوي **الفرق بين** بسطيهما.

مثال:
$$\frac{5}{7}-\frac{3}{7}=\frac{5-3}{7}=\frac{2}{7}$$

ملاحظه:

(١) عند جمع (طرح) كسرين مختلفي المقام، نقوم بتحويلهما الى كسرين مكافئين لهما، على ان يكون مقامهما مشتركا، ثم نجمع (نطرح) الكسرين الناتجين

(٢) لإيجاد ناتج جمع الكسرين(او طرحهما) نوحد المقامات بإيجاد المضاعف المشترك الاصغر لهما واتخاذه مقاما مشتركا للكسرين.

مثال:
$$\frac{1}{4}+\frac{3}{2}=\left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{1}\right)+\left(\frac{3}{2}\right)\left(\frac{2}{2}\right)=\frac{1}{4}+\frac{(3)(2)}{(2)(2)}=\frac{1}{4}+\frac{6}{4}=\frac{1+6}{4}=\frac{7}{4}$$

مثال:
$$\frac{1}{2}-\frac{3}{4}=\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{2}{2}\right)-\left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{1}{1}\right)=\frac{2}{4}-\frac{3}{4}=\frac{2-3}{4}=\frac{-1}{4}=-\frac{1}{4}$$

قوانين جبريه لجمع وطرح الكسور

ليكن a, b, c, d اعداد حقيقية غير صفرية فان:

$$1)\quad \frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad+bc}{bd} \Rightarrow$$

$$1)\quad \frac{7}{3}-\frac{1}{2}=\frac{(7)(2)-(1)(3)}{(3)(2)}=\frac{14-3}{6}=\frac{11}{6}$$

$$2)\quad \frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{ad-bc}{bd} \Rightarrow$$

$$2)\quad \frac{5}{7}+\frac{3}{2}=\frac{(5)(2)+(3)(7)}{(7)(2)}=\frac{10+21}{14}=\frac{31}{14}$$

ضرب وقسمة الكسور

١) حاصل ضرب كسرين هو كسر بسطه عباره عن ضرب البسطين ومقامه عبارة عن ضرب المقامين

٢) لقسمة كسرين فاننا نقوم بوضع الكسر الاول كما هو ونضربه في الكسر الثاني بعد ان نقلب الكسر الثاني (نضع البسط مقاما والمقام بسطا)

قوانين جبريه لضرب وقسمة الكسور

ليكن a, b, c, d اعداد حقيقية غير صفرية فان:

$$1)\ \frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{a\,c}{b\,d} \quad \Rightarrow \quad \frac{3}{5}\times\frac{-2}{7}=\frac{(3)(-2)}{(5)(7)}=-\frac{6}{35}$$

$$2)\ \frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}=\frac{a\,d}{b\,c} \quad \Rightarrow \quad 3\div\frac{2}{5}=\frac{3}{1}\div\frac{2}{5}=\frac{3}{1}\times\frac{5}{2}=\frac{3\times5}{1\times2}=\frac{15}{2}$$

$$3)\ c\times\frac{a}{b}=\frac{c\,a}{b} \quad \Rightarrow \quad 5\times\frac{3}{7}=\frac{5}{1}\times\frac{3}{7}=\frac{5\times3}{1\times7}=\frac{15}{7}$$