مبادىء الرياضيات

تلخيص المحاضرة الاولى

الباب الأول: مفاهيم اساسية في الجبر

مجموعات الاعداد

يرمز للمجموعات عادة بالأحرف الكبيرة مثل : X,Y,A,B

والأشياء التي تتألف منها المجموعة تُسمى عناصر ويرمز للعناصر بالأحرف الصغيرة

مثل:x,y,a,b

إذا كان العنصر x هو أحد عناصر المجموعة A يقال: x ينتمي إلى A

ونكتب : $x\in A$

أما إذا كان العنصر y لا ينتمي للمجموعة A فإننا نكتب: $x\notin A$

المجموعة الخالية هي المجموعة التي لا يوجد بها أي عنصر ويرمز لها بالرمز : $\emptyset$أو{ }

يعبر عن المجموعة بإحدى الطريقتين التاليتين :

طريقة السرد (الحصر)

مثال : ١- مجموعة الحروف المكونة لكلمة car هي : $X=\{c,a,r\}$

طريقة الوصف

مثال : ١- مجموعة الحروف المكونة لكلمة car هي حرف من حروف كلمة car {حرف من حروف كلمة

$X=\{x:x$ car

(المجموعة المنتهية وغير منتهية)

مثال: ١- $X=\{1,2,3,4\}$ مجموعة منتهية ٢- $Y=\{1,3,5,7,...\}$ مجموعة غير منتهية

(المجموعة الجزئية)

مثال : إذا كانت: $X=\{a,b,c\},\ Y=\{a,b,c,d\},\ Z=\{a,c,f\}$ فإن : $X\subset Y, Z\not\subset Y$

ملاحظة (١) : المجموعة الخالية هي مجموعة جزئية من أي مجموعة .

(رتبة المجموعة)

رتبة المجموعة X يرمز لها بالرمز $|x|$ ، وتعني عدد عناصر المجموعة .

مثال : إذا كانت $X=\{a,b,c,d,e\}$ فإن : $|X|=5$

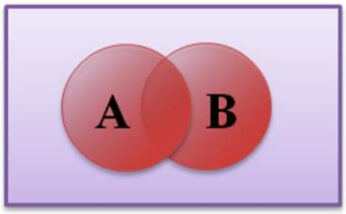
ملاحظة (٢) : رتبة المجموعة الخالية تساوي صفر لخلوها من العناصر و بالتالي عدد عناصرها يساوي الصفر .

العمليات على المجموعات

١- عملية اتحاد مجموعتين (Union)

اتحاد مجموعتين A وَ B هي أخذ جميع عناصر المجموعتين

ويرمز لها بالرمز $A \cup B$ وتعرف بـ $A \cup B = \{x : x \in A \text{ or } x \in B\}$



مثال (٨) :

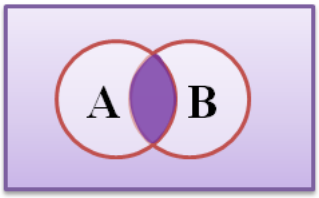
إذا كانت : $A = \{2,3,4,5\}$ و $B = \{3,5,7\}$

فإن $A \cup B = \{2,3,4,5\} \cup \{3,5,7\} = \{2,3,4,5,7\}$

١-عملية تقاطع مجموعتين (Intersection)

تقاطع مجموعتين A وَ B هي إيجاد العناصر المشتركة بينهما ، ويرمز لها

بالرمز $A \cap B$ وتعرف بـ $A \cap B = \{x : x \in A \text{ , } x \in B\}$



مثال (١٣) :

إذا كانت : $A = \{a,b,c,d\}$, $B = \{b,d,e,f\}$, $C = \{e,f,g,h\}$

$A \cap C = \{a,b,c,d\} \cap \{e,f,g,h\} = \emptyset$

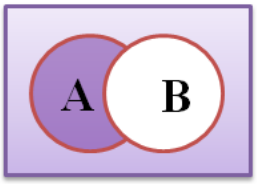
$A \cap B = \{a,b,c,d\} \cap \{b,d,e,f\} = \{b,d\}$

$B \cap C = \{b,d,e,f\} \cap \{e,f,g,h\} = \{e,f\}$

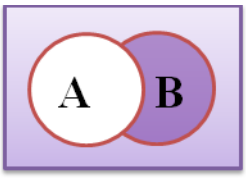
٣-عملية طرح مجموعة من أخرى (Difference)

(الفرق بين مجموعتين A وَ B)

١) - $A - B = \{x : x \in A \text{ , } x \notin B\}$



٢) - $B - A = \{x : x \in B \ , \ x \notin A\}$



ملاحظة (٤): $A - B \neq B - A$

مثال :

إذا كانت $A=\{1,2,3,4,5,6\}, \ B=\{1,3,5,7\}$

فإن : $A - B = \{1,2,3,4,5,6\} - \{1,3,5,7\} = \{2,4,6\}$

$B - A = \{1,3,5,7\} - \{1,2,3,4,5,6\} = \{7\}$

عملية الإتمام (Universal)

(المجموعة الشاملة) :تحتوي على جميع العناصر، ويرمز لها بالرمز U

مثال (١٦): إذا كانت

A مجموعة الأعداد الطبيعية الزوجية .

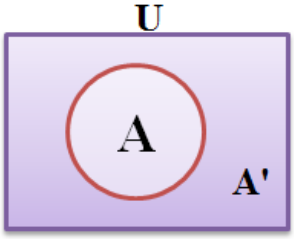
B مجموعة الأعداد الطبيعية الفردية .

فإن المجموعة الشاملة U هي مجموعة الأعداد الطبيعية.

(عملية الإتمام):

A' هي المجموعة المتممة للمجموعة A :

$A' = U - A = \{x : x \in U \ , \ x \notin A\}$



مثال (١٧) : بالعودة للمثال (١٦) فإن

مجموعة الأعداد الطبيعية الفردية $U - A = A' = B$

وأيضاً مجموعة الأعداد الطبيعية الزوجية $U - A = B' = A$

ملاحظة (5):

١) $A \cup A' = U$

٢) $A \cap A' = \phi$

٣) $A \cup U = U$

٤) $A \cap U = A$

مثال (١٨) :

إذا كانت $A = \{3,4,5,6\}$, $U = \{1,2,3,...10\}$ فإن A'.

$A' = U - A = \{1,2,7,8,9,10\}$

المجموعات العددية

١. مجموعة الأعداد الطبيعية: $N = \{1,2,3,4,....\}$
٢. مجموعة الأعداد الكلية: $W = \{0,1,2,3,4,...\}$ أي أن $W = N \cup \{0\}$
٣. مجموعة الأعداد الصحيحة : $Z = \{...,-3,-2,-1,0,1,2,3,...\} = \{0,\pm 1,\pm 2,\pm 3,....\}$
٤. مجموعة الأعداد القياسية (النسبية أو الكسرية):

يمكن كتابتها على صورة كسر : $Q = \{x : x = \frac{a}{b}, a, b \in Z, b \neq 0\}$

التمثيل العشري للأعداد القياسية إما أن يكون منتهي أو أن يكون غير منتهي ومتكرراً.

٥. مجموعة الأعداد غير القياسية (غير النسبية ـ غير الكسرية) : $\overline{Q}$

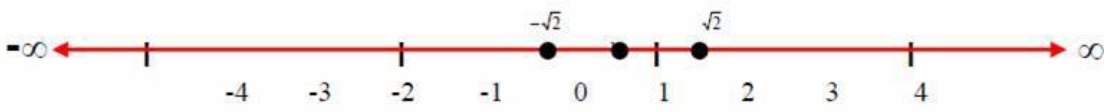
لا يمكن كتابتها على صورة كسر مثل :

$$\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \frac{1}{\sqrt{7}}, e, \pi$$

التمثيل العشري للأعداد غير القياسية غير منتهي وغير متكرر.

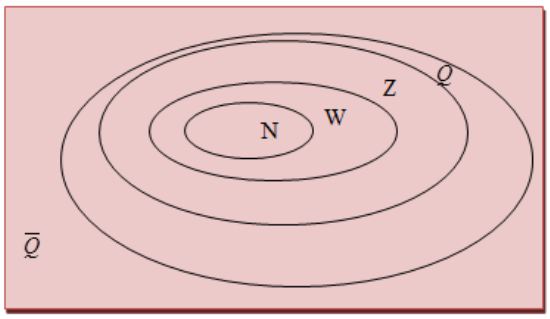
٦. مجموعة الأعداد الحقيقية R: وهي مجموعة جميع الأعداد الكسرية وغير الكسرية.

خط الأعداد الحقيقية

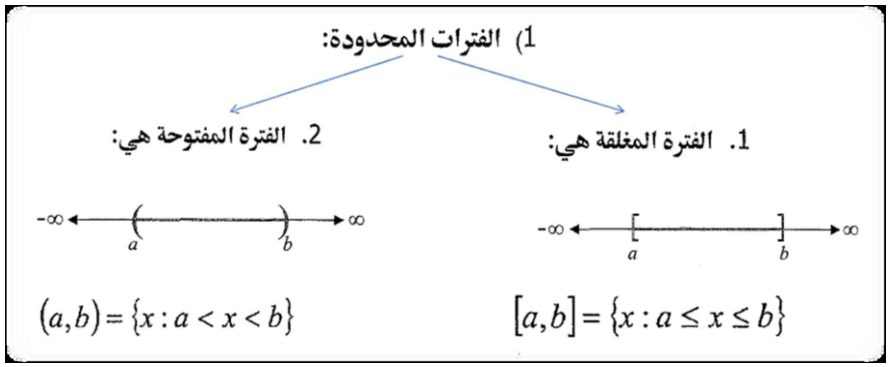


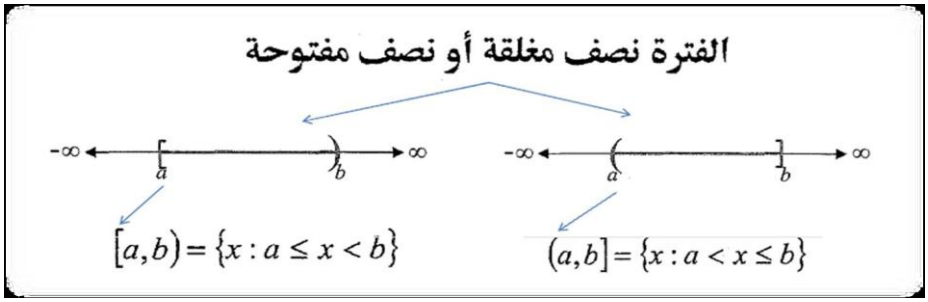
ملاحظة (8):

١) $N \subset W \subset Z \subset Q \subset R$.
٢) $Q \cup \overline{Q} = R$.
٣) $Q \cap \overline{Q} = \phi$.



الفترات العددية : ١) الفترات المحدودة

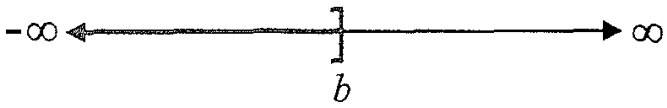




٢) الفترات العددية غير المحدودة :

١-الفترة نصف مغلقة أو نصف مفتوحة

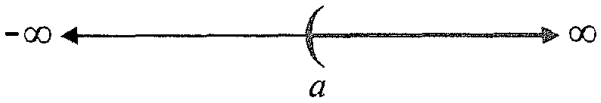
$$(-\infty, b] = \{x : x \le b\}$$



$$[a, \infty) = \{x : x \ge a\}$$

٢- الفترة المفتوحة

$$(a,\infty)=\{x:x>a\}$$

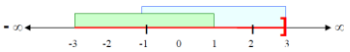


$$(-\infty,b)=\{x:x<b\}$$

فترة جميع الأعداد الحقيقة $R=(-\infty,\infty)$ **وهي فترة مفتوحة.**

مثال : عبر عن التالي :على خط الأعداد وصورة فترة وصور مجموعة

$(-1,3)\cup[-3,1]$



$(-1,3)\cup[-3,1]=[-3,3)$

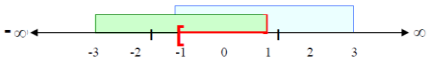
١)على خط الأعداد الحقيقية :

$\{x:-3\le x<3\}$

٢) على صورة فترة :

٣) على صورة مجموعة :

$(-1,3)\cap[-3,1]$



$(-1,3)\cap[-3,1]=(-1,1]$

$\{x:-1<x\le 1\}$

القيمة المطلقة

$$y = |x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$$

مثال (24):

$$|4| = 4, \qquad |-6| = 6$$

المسافة بين عددين على خط الأعداد:

$$d(x, y) = |x - y|$$

ملاحظة (9):

المسافة بين x وَ y هي نفس المسافة بين y وَ x أي أن:

$$|x - y| = |y - x| \quad \text{أو} \quad d(x, y) = d(y, x)$$

مثال(25): أوجد المسافة بين -1 ، 2.

$$d(-1, 2) = |-1 - 2| = |-3| = 3$$

خصائص القيمة المطلقة

ليكن x وَ y عددين حقيقيين فإن :

1) $|x| \geq 0$

2) $|-x| = |x|$

3) $|xy| = |x|\ |y|$

4) $\left|\frac{x}{y}\right| = \frac{|x|}{|y|}$ ، $y \neq 0$

5) $|x + y| \leq |x| + |y|$

بالتوفيق لكم جميعاً (أرجو التنبيه إذا رأيتم أخطاء هنا)...

... أنا ...