

الباب الخامس : المعادلات ..

تعريف المعادلة : هي عبارة عن تعبير رياضي تحتوي على متغير واحد او اكثر مع اشاره التساوي ، بحيث يكون لهذا التعبير طرفان ايمن وايسر تفصل بينهما اشاره المساواه بحيث تدعى هذه المتغيرات بالمجهيل . وعملية حل مثل هذا النوع من المعادلات معناها ايجاد قيمه عدديه تجعل طرفي المعادله متساو ، مثل هذه الحلول تسمى حل المعادله .

وبدايةً سنتعرف على بعض من اشكال المعادلات وكيفية حلها :

أ) المعادلات الخطيه بمتغير واحد x .

والصوره العامه لمثل هذا النوع من المعادلات هي :

$$ax=c .$$

اعداد ثابتة : $a, c \in \mathbb{R}$

ومن الامثله على هذا النوع من المعادلات :

$$5x=1, \frac{1}{3}x=2$$

$$-2=3x. \quad \frac{-2}{3}=\frac{3}{2}x$$

ولحل مثل هذا النوع من المعادلات فإننا نقوم بالتخلص (حذف) العدد الذي يرافق المتغير من خلال عمليتي الضرب او القسمة .

مثال : اوجد حل كل من المعادلات التي في الاعلى :

$$-١ \quad 5x=1 \quad \text{بقسمه طرفي المعادله لعدد 5}$$

$$\frac{5}{5}x = \frac{1}{5} \rightarrow x = \frac{1}{5}$$

وللتحقق من صحة الحل : نعوض قيمه x في المعادله الاصليه .

$$5\left(\frac{1}{5}\right) = 1$$
$$\frac{5}{5} = 1$$

نتيجه : للمعادلات الخطيه بمتغير واحد حل وحيد فقط ..

$$-٢ \quad -2=3x. \quad \text{قيمه طرفي المعادله على معامل } x \text{ للعدد 3.}$$

$$\frac{-2}{3} = \frac{3}{3}x \rightarrow x = \frac{-2}{3}$$

٣- $\frac{1}{3}x = 2$ لضرب طرفي المعادلة بمقلوب معامل x ينتج ان :

$$\frac{3}{1} \times \frac{1}{3}x = 2 \times \frac{3}{1} \rightarrow x = 6$$

4- $\frac{-2}{3} = \frac{3}{2}x$ بضرب طرفي المعادلة بمقلوب معامل x وينتج ان :

$$\frac{2}{3} \times \frac{-2}{3} = \frac{2}{3} \times \frac{3}{2}x \rightarrow x = \frac{-4}{9}$$

وللتحقق :

$$\frac{-2}{3} = \frac{3}{2} \left(\frac{-4}{9} \right)$$

$$\frac{-2}{3} = \frac{1}{1} \left(\frac{-2}{3} \right)$$

بعض من خواص الاعداد الحقيقية والمستخدمه في حل المعادلات :

$$a+b=a+c \rightarrow b=c \quad -١$$

(من خلال حذف a من طرفي المعادلة)

$$ab=ac \rightarrow b=c \quad -٢$$

(من خلال حذف a من طرفي المعادلة)

$$\frac{b}{a} = \frac{c}{a} \rightarrow b = c \quad -٣$$

(من خلال حذف a من المقام في طرفي المعادلة)

$$B-a=c-a \rightarrow b=c \quad -٤$$

مثال : اوجد ناتج مايلي :

$$x - 7 = 10.$$

$$\rightarrow x = 17$$

Or بأضافه $+7$ الى طرفي المعادلة

$$\rightarrow x - 7 + 7 = 10 + 7$$

$$x = 17$$

or نقل العدد 7- الى الطرف الآخر مع تغيير الاشارة .

$$\rightarrow x = 10 + 7 = 17$$

مثال : اوجد حل المعادله التاليه



$$\frac{1}{2}x - 6 = 2$$

$$\frac{1}{2}x = 2 + 6$$



$$\frac{1}{2}x = 8 \text{ يجب التخلص من المعامل } x$$

بضرب طرفي المعادله بالعدد $\frac{2}{1}$:

$$\frac{2}{1} \times \frac{1}{2}x = 8 \frac{2}{1}$$

$$x = 16$$

ويمكن التأكد من صحة الحل من خلال تعويض $x = 16$

في المعادله الاصليه $(\frac{1}{2}x - 6 = 2)$ فيتحقق طرفيها .

(ب) المعادلات الخطيه بمجهولين :

ت) تعريف المعادلات الخطيه في مجهولين x, y هي عبارته عن معادله تكتب على الصوره التاليه :

$$Ax + by = c \rightarrow \text{حيث } a, b, c \in R$$

$$a, b \neq c$$

إن حل مثل هذا النوع من المعادلات ليس وحيداً

بل انه سيكون هنالك عدد لانتهائي من الحلول

بمعنى : اذا اوجدنا حل المعادله بالنسبه للمتغير x سنحصل على $x \frac{c-by}{a}$

وبالتالي قيمة x تعتمد على قيمة y .

اما اذا اوجدنا حل المعادلة بالنسبة للمتغير y سنحصل على $y = \frac{c-ax}{b}$

وبالتالي قيمة y تعتمد على قيمة x .

مثال : اوجد حل كل من المعادلة التاليه بالنسبة للمتغير x .

$$2x-3y=-10 \quad (١)$$

$$2x=3y-10$$

$$x = \frac{3y-10}{2} \rightarrow \text{الحل العام}$$

$$5x-4y=24 \quad (٢)$$

عندما $y=-1$

$$5x=4y+24$$

$$x = \frac{4y+24}{5} \rightarrow \text{الحل العام}$$

بالنسبة للمتغير x

$$x = 4(-1) + 24 : y=-1 \text{ عندما}$$

$$= \frac{-4+24}{5} = \frac{20}{5} = 4.$$

النتيجة : احد حلول هذه المعادلة هي $(x=4, y=-1)$.

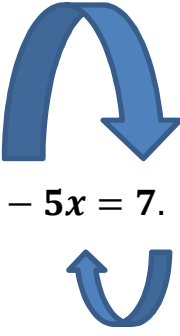
وللتحقق من صحة الحل ، نعوض هذه القيم في المعادلة الاصلية .

$$5x=4y+24$$

$$5(4)-4(1-)=24$$

$$20+4=20$$

مثال اوجد حل المعادله :


$$\frac{1}{3}y - 5x = 7.$$

اذا علمت ان $y=9$ ؟

$$\frac{1}{3}y - 7 = 5x.$$

$$\frac{\frac{1}{3} - 7}{5} = x$$

عندما $y=9$ وينتج ان :

$$x = \frac{\frac{1}{3}(9) - 7}{5} = \frac{3 - 7}{5} = \frac{-9}{5}$$

تمارين ومسائل :

اوجد حل كل من المعادلا التاليه بالنسبه للمتغير x .

$$-6x-3=9. \quad (١)$$

$$2x-\frac{1}{2}y = 1 \quad (٢)$$

$$-3y+\frac{1}{2}x = 1. \quad (y = 1) \quad (٣)$$