مبادئ الرياضيات : المحاضرة 13

الفصل السابع : المصفوفات

تعريف : نقول أن المصفوفة عن عبارة عن تنظيم للأعداد مرتبة على شكل صفوف أو أعمدة في جدول مستطيل الشكل حيث يتكون هذا المستطيل من m من الصفوف و n من الأعمدة وتوضع هذه الأعداد الحقيقية داخل أقواس كبيرة ويرمز عادة للمصفوفات بالأحرف الكبيرة .....A,B,C أما عناصر المصفوفة فيرمز لها بالأحرف الصغيرة .....a,b,c,

ويمكن كتابة الصورة العامة لأي مصفوفات كالآتي :

$$A=\begin{bmatrix} a\,11 & a12 & a13 & \dots & a\,1n \\ a21 & a22 & a23 & \dots & a\,2n \\ . & & & & . \\ . & & & & . \\ . & & & & . \\ am\,1 & am2 & am3 & \dots & amn \end{bmatrix}$$

نلاحظ أن هذه المصفوفة مكونة من m صف و n عمود .

ويمكن تعرف مرتبة المصفوفة (درجتها) بأنها عبارة عن حاصل ضرب الصفوف في الأعمدة (mxn) .

يرمز لكل عنصر من عناصر المصفوفة بحرف صغير aij (حرف صغير ورقمين صغيرين الأول i يمثل رقم الصف والثاني j يمثل رقم العمود)

ومن الأمثلة على المصفوفات :

$$A=\begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 0 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}\quad 2\times 3\quad ,\quad B=\begin{bmatrix} 10 & 5 \\ 2 & 7 \end{bmatrix}\ 2\times 2$$

(مصفوفة مربعه)

$$C=\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}\quad 3\times 1\qquad ,\qquad D=\begin{bmatrix} -5 \end{bmatrix}\quad 1\times 1$$

(مصفوفة مربعة تتكون فقط من عنصر واحد) (مصفوفة عمودية)

$$E=[10\ \ 7\ \ 5\ \ 4\ \ -1]\ 1\times 5$$

(مصفوفة أفقيه)

والآن سنتعرف على بعض من المصفوفات المعروفة بأسماء معينة وأشكال محدودة :

1) المصفوفات المستطيلة :
دائما عدد الصفوف ≠ عدد الأعمدة $(m\neq n)$

ومثال على ذلك :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 5 & 1 & 4 \end{bmatrix} \quad 2\times 3$$

وفيها عدد العناصر =6

2) المصفوفة المربعة :

إذا كان عدد الصفوف ≠ عدد الأعمدة ,سميت المصفوفة المستطيلة بالمصفوفة المربعة .

بمعنى (n=n) أو (m=m)

ومثال على ذلك :

$$B = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 5 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad 3\times 3$$

3) المصفوفة الصفرية :

وهي المصفوفة التي يكون فيها كل العناصر أصفار وسيرمز لها بالرمز 0 وتكتب على الشكل التالي :

$$0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \ 2\times 2 \ , \qquad 0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad 2\times 1$$

مصفوفة صفرية مستطيلة (عمودية) مصفوفة صفرية مربعة

4) المصفوفة القطرية .

وهي مصفوفة مربعة جميع عناصرها أصفار ما عدا عناصر القطر الرئيسي .

ومن الأمثلة عليها :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad 3\times 3$$

ويمكن كتابة المصفوفة القطرية على الصورة : A = diag [2 1 -1]

5) مصفوفة الوحدة (الاحادية)

وهي المصفوفة القطرية التي يتكون فيها جميع عناصر القطر تساوي العدد 1

ومن الامثلة عليها :

$$I = A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \ 2X2$$

$$I = B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \ 3x3$$

وسوف نرمز للمصفوفة لمصفوفة الوحدة بالرمز I

(identity matyix)

تعريف : يقال بأن المصفوفتين A , B متساويتين

إذا فقط إذا حققت الشروط التالية :

1) درجة المصفوفة الأولى = درجة المصفوفة الثانية

m 2 x n 2 = m 1 x n 1

2) إذا كانت العناصر المتناظرة في كلا المصفوفتين متساوية .

مثال : اوجد قيمة كل من x , y حيث :

$$\begin{bmatrix} 3 & x \\ -2 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -2 & 3y-1 \end{bmatrix}$$

الحل : العناصر المتناظرة متساوية حيث ان المصفوفة في الطرف الأيسر = المصفوف في الطرف الأيمن وبالتالي:

X = - 4

5 = 3y – 1→ 3y = 5 + 1

→ 3y = 6

→ Y = 2

مثال : اوجد قيمة المجاهيل فيما يلي :

$$\begin{bmatrix} 3 & x-2 \\ y & -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -x \\ 2-y & 1/z \end{bmatrix}$$

X – 2 = - x → x +x = 2→ 2x= 2 → x = 1

Y = 2 – y→ y + y = 2→ 2y = 2→ y = 1

-5 =1/z → -5/1 = 1/z

بالضرب التبادلي , نحصل على :

-5 z = 1→ z = -1/5

وللتأكد نعوض قيمة z في المصفوفة من الطرف الأيمن

$$-5 = \frac{1}{-1/5}$$

-5/1 x 1 = -5

تمرين : أوجد قيمة المتغيرات المجهولة إذا كان :

$$\begin{bmatrix} -3 \\ 2y-4 \\ -1 \end{bmatrix}_{3x1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{x-1} \\ y+1 \\ z \end{bmatrix}_{3x1}$$

ملاحظة ..(أرجو التنبيه إذا كان هناك خطأ)...

بالتوفيق لكم جميعاً

.... انا ....