المحاضرة المباشرة الرابعة
راجعة عامة

الباب الأول: مجموعات الأعداد .

سؤال(١) : لتكن

ك = {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨، ٩، ١٠}

أ = {س : س عدد صحيح زوجي } .

ب = {ص : ص عدد صحيح أكبر من ٣ وأقل من ٩ } .

أوجد عناصر المجموعات التالية :

١) أ ∪ ب

٢) أ ∩ ب

٣) $\overline{أ}$ (متممة أ)

٤) $\overline{ب}$ (متممة ب)

٥) أ - ب

٦) أ ∪ ك

٧) $\overline{ك}$

الحل: نعيد كتابة المجموعتين أ، ب بطريقة ذكر العناصر:

أ = {١، ٢، ٣، ٥، ٧، ٩} .

ب = {٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨} .

١) أ ∪ ب = {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨، ٩} .

٢) أ ∩ ب = {٣، ٥، ٧} .

٣) $\overline{P} = \{٢، ٤، ٦، ٨\}$.

٤) $\overline{ب} = \{١، ٢، ٩، ١٠\}$.

٥) $P - ب = \{١، ٩\}$.

٦) $P \cap ك = ك$.

٧) $\overline{ك} = \phi$.

الباب الثاني: المفاهيم الاساسية في الجبر

السؤال (٢): (أ) احسب ناتج المقادير التالية بابسط صوره :-

١) $= ٢ - \times (٥ + ٣ -) =$

٢) $= \frac{١}{٣} - \times ٩ =$

٣) $= \frac{١}{٣} - \div ٩ =$

٤) $= \frac{١}{٥} + \frac{١}{٢} =$

٥) $= (٤ - ٦ -) \div \frac{١}{٢} =$

الحل :-

١) $= ٢ - \times ٢ - = ٢ - \times (٥ + ٣ -) = ٤ -$

٢) $= \frac{٩ -}{٣} = \frac{١}{٣} - \times ٩ = ٣ -$

٣) $= \frac{٣ -}{١} = \frac{١}{٣} - \times ٩ = \frac{٢٧ -}{١} = ٢٧ -$.

٤) $\frac{٧}{١٠} = \frac{٥}{٤٠} + \frac{٨}{٤٠} = \frac{٥ \times ١}{٨ \times ٥} + \frac{١ \times ٥}{٨ \times ٥}$ ⟸ (توحيد المقامات)

٥) $\frac{١}{ج} \div (٦^{-} - ٤) = \frac{١}{ج} \div (-١٠) = \frac{١}{ج} \times \frac{١}{١٠} = \frac{١}{ج٠}$

(ب): اوجد ناتج المقادير التالية بابسط صوره:

١) $= \frac{١}{ج^{-٣}}$

٢) $= (\frac{٣}{ج})^{-٢}$

٣) $= (س^{ج})^{٠}$

٤) $= (\frac{٩}{ج٥})^{\frac{١}{٢}}$

٥) $= لو ١٠٠$

٦) $= لو_{٥} ج٥$

٧) $= لو_{١} ١$

الحل:

١) $= ج^{-٣} = ٣^{ج} = ٩$ (تعتبر اشارة الأس في المقام الى اشارة موجبة).

٢) $= (\frac{ج}{٣})^{٢} = \frac{ج \times ج \times ج}{٣ \times ٣ \times ٣} = \frac{ج^{٣}}{٢٧}$.

٣) $= (س^{ج})^{٠} = س^{ج \times ٠} = س^{٠}$.

٤) $= (\frac{٩}{ج٥})^{\frac{١}{٢}} = \sqrt{\frac{٩}{ج٥}} = \frac{٣}{٥}$.

٥) $لو ١٠٠ = لو ١٠^{ج} = ج لو ١٠ = ج \times ١ = ج$

٦) $لو_{٥} ج٥ = لو_{٥} ٥^{ج} = ج لو_{٥} ٥ = ج \times ١ = ج$

٧) $لو ١ =$ صفر.

ج) اوجد ناتج المقادير التالية:

١) $(٥س - ص + ٢ع) + (ص - ٣ع - ٤س)$

٢) $(-٢ج - ص) - (-٢ج - ص - س)$.

٣) $٥س(س^٢ - ٣س + ٥)$.

٤) $(٥ج ع^٣ل - ٥ل ع^٤) \div ٥ع ل$.

الحل:-

(١) نعيد ترتيب حدود المقدار الثاني

$(٥س - ص + ٣ع) + (-٤س + ص - ٣ع)$

$=$

(٢) $(-٢ج - ص) - (-٢ج - ص + ٢) = (-٢ج - ص) + (ص + ٢ج + ٢)$

$= (ص - ٢ج -) + (ص + ٢ج + ٢)$

$= ٢ص + ٢$.

(٣) $٥س(س^٢ - ٣س + ٥) = ٥س^٣ - ١٥س^٢ + ٢٥س$.

(٤) $\frac{(٥ج ع^٣ل - ٥ل ع^٤)}{٥ع ل} = ج ع^٢ - ل ع$.

الباب الثالث :- تحليل المقادير الجبرية .

سؤال (٣) : حلل المقادير التالية

١) $(٩ر^{٢}ص - ٢٧ س ص^{٤}) =$

٢) $(س^{٢} - \frac{١}{٤}) =$

٣) $(٢٧ + ص^{٣}) =$

٤) $ر^{٢} - ٥ر + ٦ =$

الحل: ١) اخراج العامل المشترك

$(٩ر^{٢}ص - ٢٧ ر ص^{٤}) = ٩ر ص (س - ٣ ص^{٣})$.

٢) الفرق بين مربعين

$(ر^{٢} - \frac{١}{٤}) = (ر - \frac{١}{٢})(ر + \frac{١}{٢})$.

٣) مجموع مكعبين

$(٢٧ + ص^{٣}) = (٣ + ص)(٩ - ٣ص + ص^{٢})$.

٤) مقدار ثلاثي :-

$ر^{٢} - ٥ر + ٦ = (س - ٢)(ر - ٣)$.

الباب الرابع : المقادير الكسرية .

السؤال (٤) : أوجد ناتج مايلي :-

(أ) $\frac{٥}{س^{٢}} + \frac{ص}{س^{٥}} =$

(ب) $\frac{٤}{س^{٥}} - \frac{٣}{س^{٢}ص} =$

(ج) $\frac{س}{ص^{٢}ع} \times \frac{س^{٥}}{ص^{٣}} =$

(د) $\frac{س}{ص^{٤}} \div \frac{ص^{٢}}{س^{٠}} =$

الحل :-

(أ) المقامات متساوية (نجمع البسط ونبقي المقام نفسه)

$$\frac{٥}{س^{٢}} + \frac{ص}{س^{٢}} = \frac{ص + ٥}{س^{٢}}$$

(ب) مقامات مختلفة، لابد من توحيد المقامات

$$\frac{٤}{س^{٢} \times ٣} - \frac{٣}{س^{٢}ص^{٢} \times ١} = \frac{٤ \times ص^{٢}}{س^{٢} \times ص^{٢}} - \frac{٣ \times ١}{س^{٢}ص^{٢}} = \frac{٤ص^{٢} - ٣}{س^{٢}ص^{٢}}$$

(ج) نضرب البسط في البسط والمقام في المقام .

$$\frac{س}{ص^{٢}ع} \times \frac{س^{٥}}{ص^{٣}} = \frac{س^{٦}}{ص^{٥}ع}$$

(د) $\frac{س}{ص^{٤}} \div \frac{ص^{٢}}{س^{٠}} = \frac{س}{ص^{٤}} \times \frac{س^{٠}}{ص^{٢}} = \frac{س^{٠}}{ص^{٦}}$.

الباب الخامس: المعادلات

سؤال (٥) : (م) اوجد حل المعادلات التالية :

(١) $\sqrt{٥} - ٥ = ٠$

(٢) $٦س - ٣ص = ٠$ (معادلة بمتغيرين)

(٣) $س - ص = ١$
$\sqrt{٥} + ص = ٥$ (نظام ٢ × ٢ معادلتين).

(٤) $٥س^{٢} - ١٢٥ = ٠$

(٥) $س^{٣} - ٢س = ٠$

(٦) $س^{٣} - ٦س - ١٦ = ٠$

الحل :

(١) $\sqrt{٥} - ٥ = ٠ \Leftarrow \sqrt{٥} = ٥ \Leftarrow$ **$\sqrt{٥} = ٥$**

(٢) $٦س - ٣ص = ٠ \Leftarrow -٣ص = -٦س$

$\Leftarrow ص = \frac{-٦س}{-٣} \Leftarrow$ **$ص = ٢س$**

(٣) $س - ص = ١$
$\sqrt{٥} + ص = ٥$ (باستخدام طريقة الحذف)

$٣س = ٦ \Leftarrow س = \frac{٦}{٣} \Leftarrow$ **$س = ٢$**

لتعويض قيمة $س = ٢$ في معادلة (١) :-

$٢ - ص = ١ \Leftarrow -ص = ١ - ٢ \Leftarrow ص = -١ \Leftarrow$ **$ص = ١$**

(٤) $ص = س^٥ - ١٢٥ \Leftarrow$ $ص = ٠$ $\Leftarrow$ $س^٥ = ١٢٥$

$\Leftarrow س^٥ = \frac{١٢٥}{٥}$

$\Leftarrow س^٥ = ٢٥ \Leftarrow س = \pm ٥$.

(٥) $ص = س^٣ - ٢٧$ (عامل مشترك أحادي)

$ص = (س - ٣)(س^٢ + ٣س + ٩)$ $\Leftarrow$ $ص = ٠$ $\Leftarrow$ $س = ٣$

أو $س^٢ + ٣س + ٩ = ٠$

$س = ٣$

(٦) $ص = س^٣ + ٩س^٢ - ١٦$.

$ص = (س + ٨)(س^٢ - ١)$

$ص = (س + ٨)(س - ١)(س + ١)$

$ص = ٠$ $\Leftarrow$ $س = ١$ أو $س + ٨ = ٠$ $\Leftarrow$ $س = -٨$

أو باستخدام القانون العام .

فرع (ب): أوجد حل المتباينة :

$س^٢ - ٥س < ١٠ + ٢س$

الحل:

$س^٢ + ٥ < ١٠ + ٢س$

$١٥ > ٢س \Leftarrow س < ٥$.

مجموعة الحل : $(-\infty ، ٥)$

الباب الثاني: المصفوفات

سؤال (٦) :- إذا كانت

$$أ = \begin{bmatrix} ٢ & ٢ \\ ١ & ١- \end{bmatrix}، \quad ب = \begin{bmatrix} ٥ & ٣- \\ ١ & \text{صفر} \end{bmatrix}$$

اجب عن الاسئلة التالية :-

١) $أ + ب =$

٢) $أ - ب =$

٣) $٥ أ =$

٤) $أ \times ب =$

الحل :

١) $أ + ب = \begin{bmatrix} ٢ & ٢ \\ ١ & ١- \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٥ & ٣- \\ ١ & \text{صفر} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٧ & ١- \\ ٠ & \text{صفر} \end{bmatrix}$

٢) $أ - ب = \begin{bmatrix} ٢ & ٢ \\ ١ & ١- \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ٥ & ٣- \\ ١ & \text{صفر} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١- & ٥ \\ ٠ & ١- \end{bmatrix}$

٣) $٥ أ = ٥ \times \begin{bmatrix} ٢ & ٢ \\ ١ & ١- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١٠ & ١٠ \\ ٥ & ٥- \end{bmatrix}$

٤) $\begin{bmatrix} ٢ & ٢ \\ ١ & ١- \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ٥ & ٣- \\ ١ & \text{صفر} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١ \times ٢ + ٣- \times ٢ & \text{صفر} \times ٢ + ٣- \times ٢ \\ ١ \times ١ + ٣- \times ١ & \text{صفر} \times ١ + ٣- \times ١ \end{bmatrix}$

$$= \begin{bmatrix} ٦- & ١٢ \\ ٣- & ٤ \end{bmatrix}$$

الباب السابع : المحددات

سؤال (٧) : ط ع (م) :

إذا كانت

$$م = \begin{bmatrix} ٣ & ٢ \\ ٥- & ١- \end{bmatrix}$$ أوجد :-

① |م| =

② إذا ضرب الصف الثاني بالعدد -١ ، أوجد محدد المصفوفة الجديدة ؟

الحل :- ① محدد م = $٣ \times ١- - (٥- \times ٢)$

$= ٣- + ٥ = ٢$

③ بعد ضرب الصف الثاني في م بالعدد -١ ، فإن :-

$$ب = \begin{bmatrix} ٣ & ٢ \\ ١ & ١ \end{bmatrix}$$

$|ب| = ٣ \times ١ - ٢ \times ١ = ٣ - ٢ = ١$. $ج = ٢-$

أو نضرب مباشرة محدد المصفوفة م بالعدد -١

فيكون الناتج $ج \times ١- = ٢ \times ١- = ٢-$.

ط ع (ب) :- أوجد النظير الضربي للمصفوفة

$$م = \begin{bmatrix} ٦ & ٣ \\ \frac{١}{٣} & \text{صفر} \end{bmatrix}$$.

الحل :- نجد محدد م :

$|م| = ٦ \times \text{صفر} - ٣ (\frac{١}{٣}) = ١-$.

لاستخدام الصيغة :-

$$\text{ا}^{-1} = \frac{1}{|\text{ا}|} \times \begin{bmatrix} \text{م}_{11} & \text{م}_{12} \\ \text{م}_{21} & \text{م}_{22} \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{1-} \times \begin{bmatrix} \text{صفر} & 1- \\ 2- & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \text{صفر} & 1 \\ 2 & \frac{1}{3}- \end{bmatrix}$$

.

فرع (ج) : اوجد محدد المصفوفة

$$\text{ا} = \begin{bmatrix} 1- & \text{ج} & \text{صفر} \\ 1 & 3 & \text{ج} \\ 1 & \text{صفر} & 1 \end{bmatrix}$$

الحل :-

$$|\text{ا}| = 1- \begin{bmatrix} 3 & \text{ج} \\ \text{صفر} & 1 \end{bmatrix} - \text{ج} \begin{bmatrix} 1 & \text{ج} \\ 1 & 1 \end{bmatrix} + \text{صفر} \begin{bmatrix} 3 & \text{ج} \\ 1 & \text{صفر} \end{bmatrix}$$

$$= 1- (3) - \text{ج}(\text{ج}-1) + \text{صفر}$$

$$= 3- - \text{ج}^2 = 5-$$

.

الباب الثاني : المتواليات

سؤال (٨) : ص ع (٢)

إذا كانت لدينا المتوالية

٥ ، ١٠ ، ١٥ ، ---

أجب عما يلي :-

١) أساس المتوالية .

٢) قيمة الحد العاشر .

٣) مجموع أول خمسة حدود .

الحل :-

١) أساس المتوالية = ٥

٢) ح١٠ = ٥ + (١٠ - ١) × ٥ = ٥ + ٤٥ = ٥٠ .

لاحظ أن ح ن = أ + (ن - ١) د .

٣) م٥ = ٥/٢ [٢ × ٥ + (٥ - ١) × ٥]

= ٥/٢ [١٠ + ٢٠] = ٥/٢ [٣٠]

= ١٥٠/٢

= ٧٥

لاحظ أن م ن = ن/٢ [٢ أ + (ن - ١) د] .

مرن (ب) :-

اذا كانت لدينا المتوالية

$-16, 8, -4, 2, \ldots$

اوجد :-

1) اساس المتوالية .

2) الحد السابع .

3) مجموع أول ستة حدود ؟

الحل :-

1) اساس المتوالية $= -2$.

2) $ح_7 = ح_1 \times (-2)^6 = 2 \times 64 = 128$.

3) لاحظ أن

$ن = 6$ ، $ح_1 = 2$

$$ح_6 = \frac{2(1 - (-2)^6)}{1 - (-2)}$$

$$= \frac{2(1 + 128)}{(1 + 2)}$$

$$= \frac{2(129)}{3} = 86$$

الباب التاسع : الدوال

سؤال (٩) : إذا كانت $ق(س) = س^{٣} - ٢س^{٢} + ١$

أجب عن الأسئلة التالية :-

١) نوع الدالة ؟

٢) $ق(١)$ ؟

٣) $ق(-١)$ ؟

الحل :- ١) كثيرة حدود من الدرجة الثالثة (تكعيبية) .

٢) $ق(١) = ١^{٣} - ٢(١)^{٢} + ١ =$ صفر .

٣) $ق(-١) = (-١)^{٣} - ٢(-١)^{٢} + ١ = -١ - ٢ + ١ = -٢$.

الباب الثامن : الاشتقاق .

سؤال (١٠) :- أوجد مشتقة كل من الدوال التالية :-

١) $ق(س) = -٨$.

٢) $ق(س) = س^{٢} - ٣س^{٢}$.

٣) $ق(س) = س^{-٥}$.

الحل :-

١) $ق'(س) =$ صفر .

٢) $ق'(س) = ٢س - ٦س^{٢}$.

٣) $ق'(س) = -٥س^{-٦} = \frac{-٥}{س^{٦}}$.