بداية محاضرة الأسبوع الثاني عشر

- الكسور

نشاط: إذا أردنا أن نجد ناتج المقدار التالي:

$$\frac{٤}{١٠} + \frac{٥}{١٠} = \frac{٤ \times ١}{٤ \times ٥} + \frac{١ \times ٥}{٤ \times ٥}$$

$$= \frac{٧}{١٠}$$

$$\frac{٣ \times ٢}{٧ \times ٤} - \frac{١ \times ٤}{١ \times ١٤} = \frac{٦}{١٤} - \frac{٤}{١٤} = \frac{٤}{١٤}$$

إذا النتيجة في حالة جمع وطرح الأعداد الكسرية، لابد من عملية توحيد المقامات أولاً باستخدام المضاعف المشترك الأصغر، وبعدها نقوم بجمع أو طرح البسط مع البسط محتفظاً على المقام نفسه

نشاط: لو أردنا أن نجد قيمة المقدار التالي:

$$\frac{٣}{٤} \times \frac{٤}{٩} = \frac{٣ \times ٤}{٣٦} = \frac{٦}{٣٦} = \frac{١}{٦}$$

(نضرب البسط مع البسط والمقام في المقام)

لو أخذنا المثال السابق وأجرينا عليه عملية القسمة

$$\frac{٣}{٤} \div \frac{٤}{٩} = \frac{٣}{٤} \times \frac{٩}{٤} = \frac{٢٧}{٨}$$

(لابد من تحويل الإشارة للصحة إذا خرجت مع أخذ مقلوب الكسر الثاني)

خصائص الأعداد الطبيعية :-

إذا كان لدينا س ، ص ∈ ع فإن هذه الأعداد تحقق الخواص التالية :-

1) الخاصية الإبدالية :-

س + ص = ص + س .

مثال :- ٣ + ٥ = ٥ + ٣ = ٨ .

٣- + ٥ = ٥ + ٣- = ٢ .

على الجمع

2) الخاصية التجميعية :-

(س + ص) + ع = س + (ص + ع)

مثال :-

(٥- + ١٣) + ٢ = ٥- + (١٣ + ٢)

٨ + ٢ = ١٣ + (٣-)

١٠ = ١٠

على عملية الجمع

(٥ × ٢) × ٤ = ٥ × (٢ × ٤)

(١٠) × ٤ = ٥ × (٨)

٤٠ = ٤٠

على عملية الضرب

(س ص) ع = س (ص ع) .

٣ خاصية التوزيع :- (توزيع الضرب على الجمع)

$س(ص + ع) = س ص + س ع$.

مثال :- $-٣(٥ + ٢) = (-٣ \times ٥) + (-٣ \times ٢)$

$= -١٥ - ٦$

$= -٢١$.

٤ خاصية الاختصار (الحذف) :-

$س + \underline{س} = ص + \underline{س} \Leftarrow ع + \underline{س} = ص + \underline{س} \Leftarrow ع = ص$

مثال :- $ع + ٣ = -٥ + ٣ \Leftarrow ع + ٣ = -٥ + ٣$

$\boxed{ع = -٥}$

$\underline{س} ص = \underline{س} ع \Leftarrow ص = ع$.

مثال : $٣ \times ص = ٣ \times ٩ \Leftarrow \boxed{ص = ٩}$

٥ خاصية النظير :-

أ) نظير الجمع :-

$س + (-س) = ٠ = (-س) + س$.

مثال :- $١٠ + (-١٠) = ١٠ - ١٠ = ٠$.

٥) نظير الضرب :-

$س \times \frac{1}{س} = 1$ حيث $س \neq 0$

$\frac{1}{س}$:- النظير الضربي للمتغير س (مقلوب المتغير س)

مثال :- $-3 \times \frac{1}{-3} = 1$

٦) خاصية الحذف :-

إذا كان $س ص = ع ص \iff س = ع$ أو $ص = 0$

مثال :- $س ص = 0 \Rightarrow ص = 0$ أو $س = 0$

وكذلك $-3 س ص = ع ص \Rightarrow -3 س = ع \Rightarrow س = \frac{ع}{-3}$

أو

$ص = 0$

- سندرس ايضاً بعض من المفاهيم الأساسية في علم الرياضيات ومنها :-

١ الأسس والجذور .

٢ اللوغاريتمات .

٣ كثيرات الحدود .

بدايةً سنبدأ في مفهوم الأسس :-

الأسس :-

تعريف :- اذا كان م عدداً موجباً وكان س ، ص عددين حقيقيين ، فيمكن تعريف القواعد التالية لأسس :-

١ $س^{م} = س \times س \times س \times \dots \times س$ (م من المرات)

م - من المرات

مثال :- $س^{٢} = ص \times ص \times س \times س$.

حالة خاصة :- $س^{صفر} = ١$ ، $س \neq صفر$

[٢] $س^{-م} = \frac{١}{س^{م}}$ ، $س \neq ٠$ ، $م \in ط$.

مثال :- $(٥)^{-٣} = \frac{١}{٥^{٣}} = \frac{١}{١٢٥}$.

مثال :- $\frac{١}{٢^{-٣}} = ٢^{٣} = ٢ \times ٢ \times ٢ = ٨$.

[٤] $\left(\frac{س}{ص}\right)^{-م} = \left(\frac{ص}{س}\right)^{م}$ ، $س \neq ٠$ ، $ص \neq ٠$ ، $م \in ط$

مثال :- $\left(\frac{٥}{٣}\right)^{-٢} = \left(\frac{٣}{٥}\right)^{٢} = \frac{٣^{٢}}{٥^{٢}} = \frac{٩}{٢٥}$.

مفهوم الأُسس :-

إذا كان س عدد حقيقي ، وكانت ن عدد صحيح فإن

$س^{ن} = س \times س \times س \times \dots \times س$ (ن مرة)

$س^{صفر} = 1$

$س^{-م} = \frac{1}{س^{م}}$.

$(\frac{س}{ص})^{-م} = (\frac{ص}{س})^{م}$.

خواص الأُسس :-

إذا كانت س ، ص ∈ ح ، وكان م ، ن ∈ ص فإن

$س^{م} \times س^{ن} = س^{م+ن}$.

(الأس ، الأساس)

مثال :-

$س^{٣} \times س^{٥} = س^{٨}$.

$س^{-٣} \times س^{-٥} = س^{-٨} = \frac{1}{س^{٨}}$.

$س^{٣} \times ص^{٤}$ (الناتج هو في أبسط صورة)

$س^{٣} \times ص^{٤} \neq (س ص)^{٧}$

ج) $\frac{س^{م}}{س^{ن}} = س^{م-ن}$ ، حيث $س \neq ٠$ ، $م, ن$ أعداد صحيحة.

مثال :- $\frac{س^{٣}}{س^{٥}} = س^{٣-٥} = س^{-٢} = \frac{١}{س^{٢}}$.

إعادة كتابة المقدار في الصورة الثانية :-

$\frac{س^{٣}}{س^{٥}} = \frac{س \times س \times س}{س \times س \times س \times س \times س} = \frac{١}{س^{٢}}$.

مثال :- $\frac{س^{-٣}}{س^{٥}} = س^{-٣-٥} = س^{-٨} = \frac{١}{س^{٨}}$.

$\frac{س^{-٣}}{س^{٥}} = \frac{١}{س^{٣} \times س^{٥}} = \frac{١}{س^{٨}}$.

ج) $\frac{س^{-٢}}{س^{-٥}} = س^{-٢-(-٥)} = س^{-٢+٥} = س^{٣}$.

أو استطيع حلها بطريقة أخرى :-

$\frac{س^{-٢}}{س^{-٥}} = \frac{س^{٥}}{س^{٢}} = س^{٥-٢} = س^{٣}$.

٣ $(س^{م})^{ن} = س^{مـن}$.

مثال :- $(س^{٣})^{-٢} = س^{-٦} = \frac{١}{س^{٦}}$ ⇐ ارفع الأس ١ لصورة

$(\frac{١}{٥}س)^{١٠} = س^{\frac{١}{٥} \times ١٠} = س^{\frac{١٠}{٥}} = س^{٢}$.

٤ $(س ص)^{م} = س^{م} ص^{م}$.

مثال :- $(٥ ص)^{٢} = ٥^{٢} \times ص^{٢}$

$= ٢٥ ص^{٢}$.

مثال :- اذا اردنا ان نكتب المقدار التالي بابسط صورة

$(٤ س ص)^{-٢} = \frac{١}{(٤ س ص)^{٢}} = \frac{١}{١٦ س^{٢} ص^{٢}}$.

٥ $(\frac{س}{ص})^{م} = \frac{س^{م}}{ص^{م}}$ ، $ص \neq ٠$.

مثال : $(\frac{٢٥}{١٦})^{٢} = \frac{(٢٥)^{٢}}{(١٦)^{٢}} = \frac{٦٢٥}{٢٥٦}$.

$(\frac{٣س^{-٢}}{٥ ص^{٣}})^{-٣} = (\frac{٥ ص^{٣}}{٣ س^{-٢}})^{٣} = (٥ ص^{٣} \times \frac{س^{-٢}}{٣})^{٣}$

$= (٥ س^{-٢} ص^{٣})^{٣}$

$$(٥\ س^{٢}\ ص^{٣})^{٣} = (٥)^{٣}\ س^{٦}\ ص^{٩} .$$

مثال :- اوجد المقدار التالي ابسط صورة :-

$$\left(\frac{س^{-٣}\ ص^{-٦}}{ع^{٤}\ ج^{-٢}}\right)^{-٣} = \frac{س^{٩}\ ص^{١٨}}{ع^{-١٢}\ ج^{٦}}$$

$$= \frac{ع^{١٢}\ ج^{٦}}{٨\ س^{٩}\ ص^{١٨}}$$

نكمل محاضرة يوم الثلاثاء من الاسبوع الثاني