المحاضرة الحادية عشر.

* مقاييس التشتت

1) المدى Range.

المدى = اكبر مشاهدة - اصغر مشاهدة.

كما ويحسب من توزيع تكراري ب

المدى = الحد الفعلي الاعلى للفئة الأخيرة - الحد الفعلي الادني للفئة الاولى

- في حالة وجود قيم شاذه بين البيانات فإن حساب المدى لا يعطي معنى حقيقي ووصف دقيق للبيانات لذلك نلجأ لحساب المدى المئيني والمدى الربيعي كما يلي:

المدى المئيني = المئين ٩٠ - المئين ١٠

$= P_{90} - P_{10}$

المدى الربيعي = الربيع الثالث - الربيع الاول

$= Q_3 - Q_1$

- المدى من توزيع تكراري.

- المدى = مركز الفئة الاخيرة − مركز الفئة الاولى

المدى = الحد الادنى للفئة الاخيرة − الحد الادنى للفئة الاولى

مثال: احسب المدى للتوزيع التكراري التالي:

فئات	تكرار f_i	الحدود الفعلية	مراكز الفئة
4 − 9	4	3.5 − 9.5	6.5
10 − 15	10	9.5 − 15.5	12.5
16 − 21	5	15.5 − 21.5	18.5
22 − 27	6	21.5 − 27.5	24.5
28 − 33	5	27.5 − 33.5	30.5
	30		

الحل: المدى = الحد الفعلي الادنى للفئة الاخيرة − الحد الفعلي ~~الحد~~ الادنى للفئة الاولى

$= 33.5 - 3.5 = 30$

المدى = $30.5 - 6.5$

$= 24$

٢- التباين (S^2):

تعريف: التباين للبيانات $x_1, \dots, x_n$ هو

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

$$= \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2\right)}{n-1} \quad ✓ \quad (*)$$

كما ويحسب ما لتوزيع تكراري

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{h} f_i (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

$$= \frac{\left(\sum_{i=1}^{h} f_i x_i^2 - n\bar{x}^2\right)}{(n-1)} \quad (*)$$

حيث: x_i : تمثل مراكز الفئات في التوزيع التكراري

$\bar{x}$: الوسط الحسابي لتوزيع تكراري

n : مجموع التكرارات اي

$$n = \sum_{i=1}^{h} f_i$$

h : عدد الفئات

f_i : تمثل التكرارات المقابلة لكل مركز فئة .

٣- الانحراف المعياري (S)

تعريف: الانحراف المعياري هو الجذر التربيعي الموجب للتباين .

$$S = \sqrt{S^2} \geq 0$$

مثال : احسب التباين والانحراف المعياري للمشاهدات

2, 5, 3, 7, 4

الحل :

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{5} x_i}{5}$$

$$= \frac{2+5+3+7+4}{5}$$

$$= \frac{21}{5} = \boxed{4.2}$$

$$\sum_{i=1}^{5} x_i^2 = (2)^2 + (5)^2 + (3)^2 + (7)^2 + (4)^2$$

$$= 4 + 25 + 9 + 49 + 16$$

$$= \boxed{103}$$

$$\therefore \quad S^2 = \frac{\left(\sum_{i=1}^{5} x_i^2 - n\bar{x}^2\right)}{n-1} = \frac{103 - (5)(4.2)^2}{5-1}$$

$$= \frac{103 - 88.2}{4} = \boxed{3.7}$$

الانحراف المعياري :

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{3.7} = \boxed{1.924}$$

مثال: احسب التباين والانحراف المعياري للتوزيع التكراري التالي:

الفئات	* f_i	* مركز الفئة x_i	$x_i \times f_i$	$f_i \cdot x_i^2$
3-7	10	5	50	250
8-12	5	10	50	500
13-17	3	15	45	675
18-22	7	20	140	2800
23-27	5	25	125	3125
	$n=30$		410	7350

الحل:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{h} x_i f_i}{n} = \frac{410}{30} = \boxed{13.67}$$

$$s^2 = \frac{\left(\sum_{i=1}^{h} f_i x_i^2 - n\bar{x}^2\right)}{n-1}$$

$$= \frac{\left(7350 - (30)(13.67)^2\right)}{30-1}$$

التباين

$$= \frac{7350 - 5606.067}{29} = \boxed{60.136}$$

* الانحراف المعياري: هو الجذر التربيعي الموجب للتباين

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{60.136} = \boxed{7.7547}$$

4) الانحراف المتوسط : M.D .
Mean Deviation

تعريف: الانحراف المتوسط للبيانات $x_1, \dots, x_n$ هو

$$M.D = \frac{\sum_{i=1}^{n} |x_i - \bar{x}|}{n}$$

ويحسب الانحراف المتوسط من توزيع تكراري كما يلي :

$$M.D = \frac{\sum_{i=1}^{h} f_i |x_i - \bar{x}|}{n}$$

حيث ان : x_i : يمثل مراكز الفئات

$\bar{x}$: الوسط الحسابي للتوزيع التكراري

n : مجموع التكرارات

h : عدد الفئات

f_i : التكرارات المقابلة لمراكز الفئات .

$|-5| = 5$ $\quad$ $|-4| = 4$

$|5| = 5$

$$\sum (x_i - \bar{x}) = 0$$

مثال: اوجد الانحراف المتوسط للبيانات التالية:

$$4,\ 7,\ 5,\ 3,\ 0$$

الحل:

$$M.D = \frac{\sum_{i=1}^{5} |x_i - \bar{x}|}{5}$$

$$\bar{x} = \frac{4+7+5+3+0}{5} = \frac{19}{5} = \boxed{3.8}$$

x_i	$\lvert x_i - \bar{x} \rvert$
4	$\cancel{0.2}\ \lvert 4-3.8 \rvert = \boxed{0.2}$
7	$\lvert 7-3.8 \rvert = \boxed{3.2}$
5	$\lvert 5-3.8 \rvert = \boxed{1.2}$
3	$\lvert 3-3.8 \rvert = \boxed{0.8}$
0	$\lvert 0-3.8 \rvert = \boxed{3.8}$
	9.2

$$\therefore\ M.D = \frac{9.2}{5} = \boxed{1.84}$$