المحاضرة الحادية عشر - الأسبوع السادس

الفصل الثالث : التوزيعات الاحتمالية المتصلة .

٤- توزيع F : (The F- Distribution)

يعتبر توزيع F من التوزيعات الاحتمالية الهامة والتي تستعمل في اختبار الفرضيات (موضوع الباب السادس) .

تعريف :- اذا كان توزيع الكثافة الاحتمالية للمتغير العشوائي F معطى بالمعادلة :

$$f(F) = \frac{c\,F^{(\nu_1-2)/2}}{(\nu_2+\nu_1 F)^{(\nu_1+\nu_2)/2}}, \quad F>0$$

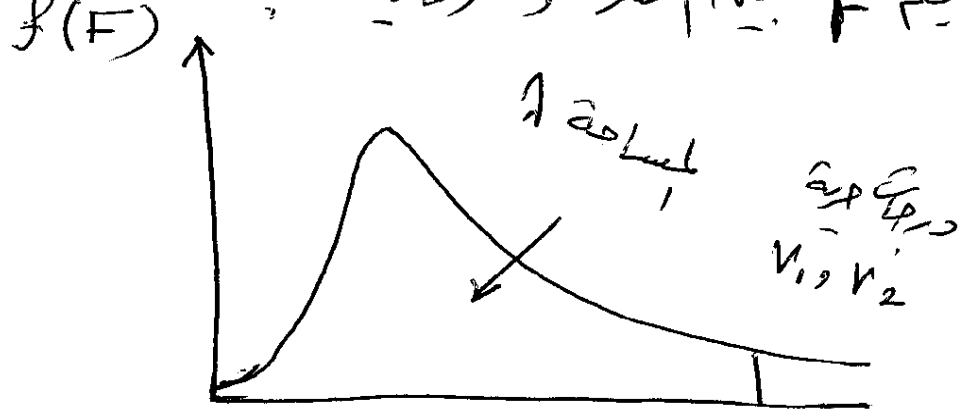
فإن هذا التوزيع يسمى توزيع F ويعبر عنه بالرمز $F(\nu_1,\nu_2)$ حيث أن ν_1, ν_2 هي درجات الحرية و c ثابت يعتمد على ν_1, ν_2 وبحيث تصبح المساحة اسفل منحنى التوزيع تساوي 1 .

يوجد لدينا في هذا التوزيع عددان هما درجات الحرية، وبما أن ν_2 يظهر في المقام فقط فإنه يعتبر درجات حرية المقام ويعتبر ν_1 درجات حرية البسط ويظهر ν_1 قبل ν_2 في الرمز $F(\nu_1,\nu_2)$.

خواص منحنى توزيع F :-

منحنى توزيع F احادي المنوال ملتوٍ قليلاً الى اليمين، وكلما ازداد درجات الحرية ν_1 و ν_2 يقترب منحنى توزيع F من منحنى التوزيع الطبيعي

وهو موجب لجميع قيم F بين الصفر واللانهاية



$$F(\lambda ; \nu_1 , \nu_2)$$

تستخدم جداول احصائية لتوزيع F لايجاد المساحة تحت منحنى توزيع F ، ويستخدم الرمز $F(\lambda ; \nu_1 , \nu_2)$ ليدل على النقطة التي تكون الى يسارها مساحة λ

مثال: اوجد مايلي :-

① $F(0.95 ; 9, 7) \Leftarrow$ معدل $(3.73 , 3.64)$
$F = 3.68 \Leftarrow$

② $F(0.99 ; 9, 7) \Leftarrow$ معدل $(6.84 , 6.62)$
$F = 6.73 \Leftarrow$

وفي حالة عدم ايجاد قيم F اذا كانت المساحة على يسارها قيم غير موجودة في الجدول (بعض قيم صغيرة) مثل $F(0.05; \nu_1, \nu_2)$ أو $F(0.01; \nu_1, \nu_2)$، فمن هذه الحالة نستخدم الصيغة التالية :-

$$F(\lambda; \nu_1, \nu_2) = \frac{1}{F(1-\lambda; \nu_2, \nu_1)}$$

مثال :- اوجد قيم مايلي :-

1) $F(0.05; 10, 7)$
2) $F(0.01; 1, 15)$

الحل :-

1) $F(0.05; 10, 7) = \frac{1}{F(1-0.05; 7, 10)}$

$= \frac{1}{F(0.95; 7, 10)}$

$= \frac{1}{3.14}$

2) $F(0.01; 1, 15) = \frac{1}{F(0.99; 15, 1)}$

$$= \frac{1}{\frac{6056 + 6209}{2}}$$

تمرين :- أوجد المساحة إلى يسار $F=3$ اذا كانت $v_1 = 7$ ، $v_2 = 20$ ؟

أوجد المساحة λ بحيث

$$F(\lambda ; 5, 5) = 10.97$$

نلجأ إلى الباب الثالث .

الباب الرابع : توزيعات العاينات

احصاءات العينة : Sample Statistics

مقدمة :-

يخضع المجتمع الذي تؤخذ منه العينة لتوزيع معين وهو توزيع المجتمع حيث سمي بالتوزيع الاصلي لتغير عشوائي يمثل كافة افراد ذلك المجتمع .

أما احصاء العينة فهو أي اقتران تتعين قيمته من العينة .

فمثلاً الوسط الحسابي للعينة هو $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}$

هو (حساب عينة). حيث نلاحظ أنه قيمة تتغير من عينة لأخرى.
فمثلاً إذا أخذت عينة حجمها n حيث كان لدينا $X_1, X_2, \ldots, X_n$
فإن هذه العينة تحدد قيمة ما للوسط الحسابي، وإذا أخذت عينة عشوائية
أخرى بنفس الحجم n فإن الوسط الحسابي لهذه العينة ربما يتغير
عن الوسط الحسابي للعينة الأولى وهكذا. وهذا يعني أن $\bar{X}$
متغير عشوائي تتغير قيمته بتغير العينة.

تعريف (١): المعلمة (Parameter) هي ثابت يصف المجتمع
أو يصف توزيع المجتمع كالوسط الحسابي للتوزيع أو الانحراف
المعياري له.

تعريف (٢): إحصاء العينة (Sample Statistic) هو أي متغير
تتعين قيمته من عناصر العينات ذات حجم معين والمأخوذة
من المجتمع. والإحصاء هو اقتران تتعين قيمته من العينة.
ومثال عليه: - الوسط الحسابي للعينة $\bar{X}$.

تعريف (٣): هو التوزيع الاحتمالي لإحصاء العينة
توزيع المعاينة لذلك الإحصاء.