المحاضرة الرابعة عشر - الاسبوع الثامن

الفصل الخامس: التقدير Estimation

مقدمة :-

الاستنتاجات الاحصائية هي القرارات والاستدلالات التي يمكننا اتخاذها بناءً على معلومات أو بيانات قمت بجمعها أو كانت متوفرة لديك.

فمثلاً اذا اراد شركة أدوية أن تسوق دواء ما، فإنه يجب عليه أن يحصل على ترخيص بذلك أولاً ويتم ذلك من خلال اثبات أن الدواء المنتج قد جرب واثبت جدوى استعماله، وهذا يعني أن عينة من المرضى قد استعملوا ذلك الدواء وحصلوا على نتائج ايجابية، وبذلك فإن الشركة تستطيع أن تقرر ذلك من خلال دراسة تلك العينة.

المثال السابق يوضح أن من اهم فروع الاحصاء الاستنتاجي هو عملية التقدير واختبار الفرضيات. حيث سنقوم في الفصل الخامس بدراسة مفهوم التقدير على أن يتم دراسة اختبار الفرضيات في الفصل السادس لاحقاً إن شاء الله.

أولاً :- مفهوم التقدير

تتم عملية التقدير من خلال اختيار عينة عشوائية من مجتمع ما ومشاهدة قيم تلك العينة وحساب الخواص المراد اجراؤها وتعميم ذلك على المجتمع.

إنه أي توزيع احتمالي يحتوي على معالم تحدد شكله، فمثلاً في توزيع ذات الحدين يعتمد شكله على n ، p
عدد مرات إجراء التجربة ← ⇓ نسبة النجاح

أما في توزيع بواسون فيعتمد شكله على معلمة λ ← معدل النجاح في فترة زمنية معينة

أما في التوزيع الطبيعي فيعتمد شكل ذلك التوزيع على M ، σ
⇓ المعدل ← ⇓ الانحراف المعياري (الانحراف التباين (σ^2))

وعادة ما تكون هذه المعالم مجهولة، وفي هذه الحالة لا بد من تقدير هذه المعالم.

هناك طريقتان أساسيتان لتقدير معالم المجتمع المجهولة هما :-
١) التقدير بنقطة ٢) التقدير بفترة.

أولاً : التقدير بنقطة .
يمكن إيجاد تقديرات للمعالم الخاصة بالمجتمع من خلال البيانات المأخوذة من عينة عشوائية وذلك بحساب ما يسمى بالإحصاءات، فمثلاً في المجتمع الطبيعي نستخدم متوسط العينة العشوائية $\bar{X}$ كتقدير لمتوسط المجتمع M وكذلك الانحراف المعياري للعينة S يستخدم كتقدير ~~للوسط الحسابي~~ للانحراف المعياري للمجتمع σ .

في توزيع بواسون يستخدم الوسط الحسابي للعينة $\bar{X}$ كتقدير لمعدل عدد النجاحات في تجربة بواسون λ ، $(\lambda = \bar{X})$

اما في توزيع ذات الحدين فيستخدم الوسط الحسابي للعينة $\bar{X}$ كمقدر لنسبة النجاح P $(P = \bar{X})$ ... وهكذا .

ويسمى هذه المقدرات بالمقدر الناقص حيث انه متحيز وحيدة محسوبة من العينة .

مثال :- اخذت عينة عشوائية من مجتمع طبعي $N(\mu, \sigma^2)$ فكانت قيمها 6, 4, 7, 3, 5 . أوجد تقديراً لمعلم المجتمع μ وتقديراً لتباين المجتمع σ^2 ؟

الحل :- ① $\mu = \bar{X}$ (الوسط الحسابي للمجتمع تقدر بالوسط الحسابي للعينة)

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n} = \frac{6+4+7+3+5}{5}$$

$$= \frac{25}{5} = 5 .$$

الوسط الحسابي للمجتمع تقدر بـ $\mu = 5$

② $\sigma^2 = \sigma^2_{\bar{X}}$ (تباين المجتمع تقدر بتباين العينة) .

$$\sigma^2_{\bar{X}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (X_i - \bar{X})^2}{n-1}$$

$$= \frac{(6-5)^2 + (4-5)^2 + (7-5)^2 + (3-5)^2 + (5-5)^2}{4}$$

$$= \frac{1+1+4+4}{4} = \frac{10}{4} = 2.5$$

(تباين المجتمع تقديراً بساوي 2.5) $\sigma^2 = 2.5$

(الانحراف المعياري للمجتمع تقديراً يساوي كم) $\sigma = \sqrt{2.5}$

مثال :- في توزيع ذوات الحدين احسب عدد النجاحات في فترة زمنية معينة ؟ 7,7,7,7 (أ) بناءاً على عينة عشوائية اعطت القيم التالية

الحل :- عدد النجاحات في فترة زمنية معينة (أ) تقديراً = المتوسط الحسابي للعينة .

$$\bar{X} = 7 \Rightarrow \lambda = 7$$

تمرين :- اذا اخذت عينة عشوائية حجمها $n = 5$ من $\sum_{i=1}^{5} X_i = 30$ متغير بواسي (أي ذات الحدين $b(1,P)$) ، اوجد التقدير النقطي للمعلمة P ؟