

## المحاضرة التاسعة - الاسبوع الخامس

### الفصل الثالث : التوزيعات الاحتمالية المتصلة

↓

متغير عشوائي ينتمي للتوزيع الطبيعي الذي  
معدلة  $M$  و تباينه  $\sigma^2$ .

↓

قيم معيارية مثاليه للمتغير العشوائي  $X$   
حيث تنتمي الى التوزيع الطبيعي المعياري  
الذي وسطه صفر وتباينه 1.

• هناك تحويل بين قيم المتغيرات العشوائية  $X$  الى قيم معيارية مقابلة لها تعطى بالصيغة :

$$Z = \frac{X - H}{\sigma}$$

مثال : اذا كان لدينا  $Z: N(0,1)$  ، اوجد مايلي :

(١)  $P(Z < 1)$

(٢)  $P(Z < -1.96)$

(٣)  $P(Z > 2.57)$

(٤)  $P(-1.23 < Z < -0.68)$

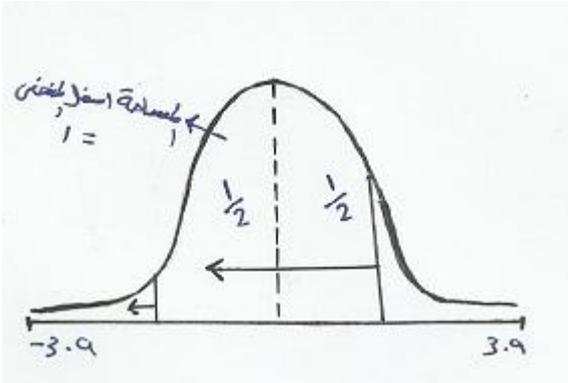
الحل :

(١)  $P(Z < 1)$  مباشرة من الجداول

$= 0.5413$

(٢)  $P(Z < -1.96)$  مباشرة من الجداول

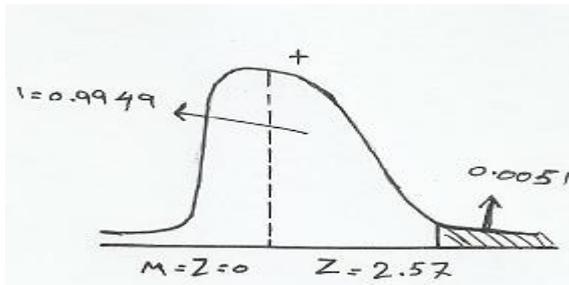
$= 0.0250$



$Z = -1.96$   $Z$

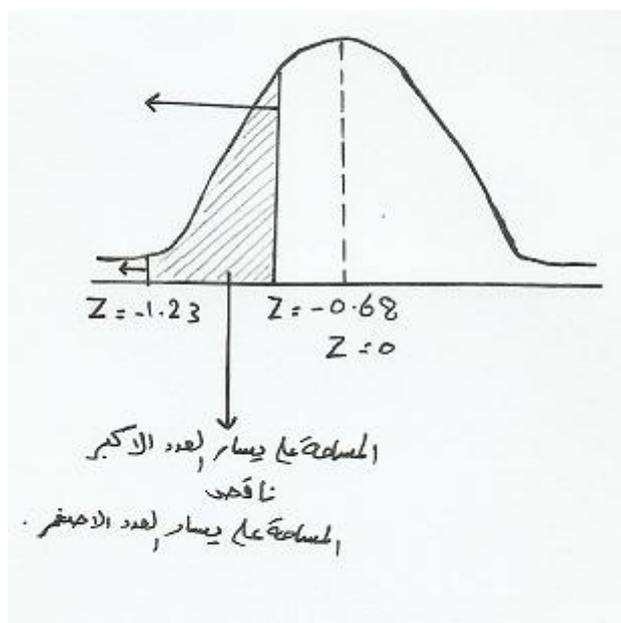
$P(Z < -1.96) =$

(٣)  $P(Z > 2.57) = 1 - P(Z < 2.57)$



$$P(-1.23 < Z < -0.68) \quad (٤)$$

من الجداول الاحصائية



مثال : اذا كان  $X:N(65, 36)$  اوجد :

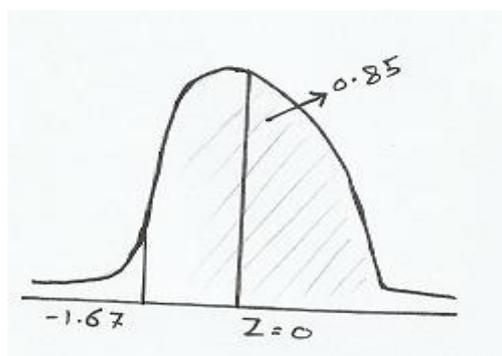
$$P(X > 55) \quad (١)$$

$$P(X < 68) \quad (٢)$$

$$P(50 < X < 70) \quad (٣)$$

الحل : لابد من عملية تحويل المتغير العشوائي الذي يتبع التوزيع الطبيعي الى قيمة معيارية Z لإيجاد المساحات .

$$Z = \frac{X-M}{\sigma} = \frac{55-65}{6} = \frac{-10}{6} = -1.67 \quad (١)$$



$$P(X < 68) = P(Z < 0.5) \quad (٢)$$

$$P(50 < X < 70) = P(-2.5 < Z < +0.83) \quad (3)$$

$Z_1 =$

$Z_2 =$

• تطبيقات على التوزيع الطبيعي :  
في هذا البند سنقوم باعطاء بعض الامثلة كتطبيقات على استعمال التوزيع الطبيعي .

مثال : تخضع اوزان عبوات احدى انواع الحلويات لتوزيع طبيعي وسطه 85 غم وانحرافه المعياري 25 غم  
(أ) ما هو احتمال ان وزن احدى العبوات التي اخذت بشكل عشوائي تزيد على 90 غم ؟  
(ب) ما هو احتمال ان وزن احد العبوات والتي اخذت بشكل عشوائي تقل عن 82 غم ؟

الحل :

نفرض ان وزن العبوات =  $X$  ،

$$X:N(85, 2.5^2)$$

المطلوب :

$$P(X > 90) \quad (أ)$$

$$P(X < 82) \quad (ب)$$

الحل : لابد من القيام بعملية تحويل قيم  $X$  الى قيم  $Z$  المعيارية المقابلة لها .

$$Z = \frac{90-85}{2.5} = \frac{5}{2.5} = 2 \quad (أ)$$

$$P(X < 82) = P(Z < -1.2) \quad (ب)$$

$$Z = \frac{82-85}{2.5} = \frac{-3}{2.5} = -1.2 = \text{مباشرة من الجدول}$$

مثال : تخضع تكاليف الولادة الطبيعية في المستشفيات في ما لتوزيع طبيعي وسطه 115 دولار و تباين 49 دولار .  
ما احتمال ان تكوين تكاليف احدى الولادات الطبيعية ما بين 104 ، 122 دولار ؟

$$X:N(115, 49) \quad \text{الحل :}$$

$$\text{المطلوب : } P(104 < X < 122) ?$$