المحاضرة المباشرة الثانية – الاحصاء للإدارة

مراجعة عامة للباب الأول والثاني

الباب الأول – نظرية الاحتمالات

طرق العد (الجمع – الضرب – التباديل – التوافيق)

تمرين 1: يقدم أحد المطاعم 4 اصناف من اللحوم و3 اصناف من السلطات وصنفين من الحلوى. كم عدد الاختيارات الممكنة لوجبة غذائية مكونة من صنف واحد من كل نوع؟

الحل:

عدد الخيارات = $4 \times 3 \times 2 = 24$ خياراً

تمرين 2: صندوق فيه 8 كرات مختلفة، سحبت 3 كرات الواحدة تلو الأخرى. جد عدد طرق سحب الكرات الثلاث إذا كان السحب: مع الارجاع – بدون ارجاع؟

الحل:

مع الارجاع: عدد الطرق = $8 \times 8 \times 8 = 512$ طريقة

بدون ارجاع: عدد الطرق = $8 \times 7 \times 6 = 336$ طريقة

تمرين 3: اراد أربعة اشخاص أخذ صورة جماعية بوقوفهم معا في صف واحد، بكم طريقة مختلفة يمكن أن يصطف هؤلاء الأشخاص؟

الحل:

عدد الطرق = $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ طريقة

تمرين 4: إذا كان $P(A)= 0.7$، $P(B)=0.8$

أوجد:

1- $P(A \cup B)$ إذا كان الحادثين مستقلين

2- $P(A \cup B)$ إذا كان الحادثين منفصلين

3- $P(\overline{A \cap B})$ إذا كان الحادثين مستقلين

4- P(A/B) إذا كان الحادثين مستقلين

5- P(B/A) إذا كان الحادثين منفصلين

الحل:

$$1\text{-}P(AUB)=P(A)+P(B)-P(A \cap B)$$

$$= 0.7 + 0.8 - 0.7 \times 0.8 = 0.94$$

$$2\text{-}\ P(AUB) = P(A) + P(B) = 0.7 + 0.8$$

$$3\text{-}\ P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) = 1 - (0.5 \times 06) = 1 - 0.56 = 0.44$$

$$4\text{-}\ P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A) \times P(B)}{P(B)} = P(A) = 0.7$$

$$5\text{-}\ P(B/A) = = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = 0$$

تمرين 5: يوجد في مصنع ثلاث ماكينات تنتج الأولى 450 وحدة يوميا، والثانية 350 وحدة يوميا والثالثة تنتج 200 وحدة يوميا وكانت نسبة المعيب من انتاج الماكينة الاولى 1% ومن الثانية 2% ومن الثالثة 3%. سحبت وحدة عشوائيا من انتاج المصنع ووجد أنها معيبة، ما احتمال أن تكون من انتاج الماكينة الثانية؟

الحل:

P(C)=200/1000 ،P(B)=350/1000 ،P(A)=450/1000

P(E/A)=3% ،P(E/B)=2% ،P(E/C)=1%

$$P(B/E) = \frac{\frac{350}{1000} \times \frac{2}{100}}{\frac{450}{1000} \times \frac{1}{100} + \frac{350}{1000} \times \frac{2}{100} + \frac{200}{1000} \times \frac{3}{1000}} = \frac{0.007}{0.0195} = 0.36$$

الباب الأول: نظرية الاحتمالات

- ❑ طرق العد
  - ○ طريقة الضرب
  - ○ طريقة الجمع
  - ○ التباديل
  - ○ التوافيق

- سؤال: كم عدد عناصر الفضاء العيني في تجربة القاء قطعتي نقد وحجر نرد؟

الحل:

عدد عناصر الفضاء العيني = 2 × 2 × 6 = 24 عنصراً.

- سؤال: بكم طريقة يمكن اختيار لجنة مكونة من رئيس ونائبه من بين 20 شخصا؟

الحل:

لاحظ أن عملية الترتيب في هذا السؤال ضرورية حيث أن اختيار الأول رئيس (فرضاً احمد) والثاني (فرضاً خالد) يختلف عن اختيار خالد أولا كرئيس واحمد ثانيا كنائب. وبذلك فإن عدد الطرق يساوي

$$nPr = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$20\ \ 2 = \frac{20!}{(20-2)!} = \frac{20 \times 19 \times 18!}{18!} = 20 \times 19 = 380$$

- سؤال: كم عدد المباريات التي ستقام بين مجموعة مكونة من أربع فرق بحيث يلعب كل فريقين مباراة واحدة فقط؟

الحل:

لاحظ أن عملية الترتيب غير مهمة حيث أن كل فريق سيلعب مباراة واحدة مع الفريق الآخر, وبذلك يكون الحل هو

$$4C2 = \frac{4!}{(4-2)! \times 2!} = \frac{4 \times 3 \times 2}{2 \times 2} = 6$$ مباريات.

❑ نظرية الاحتمالات

سؤال: عند القاء قطعة النرد المنتظمة مرة واحدة, اوجد:-

1- احتمال ظهور عدد يقسم على أربعة بدون باقي.
2- احتمال ظهور عدد فردي.
3- احتمال ظهور عدد يزيد عن 8.
4- احتمال ظهور عدد يقل عن 7.

الحل:

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

1- لاحظ أنه يوجد عدد واحد فقط يقبل القسمة على 4 وهو العدد 4 نفسه. وبذلك

$$P(\text{4 عدد يقبل القسمة على}) = \frac{1}{6}$$

2- الاعداد الفردية هي 1, 3, 5

$$P(\text{عدد فردي}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

3- لا يوجد أي عدد يزيد عن العدد 8

$$P(\text{8 عدد يزيد عن}) = 0$$

4- الاعداد التي تقل عن 7 هي من 1 إلى 6 (الفضاء العيني)

$$P(\text{7 عدد يقل عن}) = 1$$

سؤال: اظهر تصنيف لطلاب الجامعة أن 10% من الطلاب يدخنون, وأن 30% من الطلاب يشربون القهوة, وأن 5% من الطلاب يدخنون ويشربون القهوة.

1- احسب النسبة المئوية للطلاب الذين لا يدخنون ولا يشربون القهوة.
2- من بين الطلاب المدخنين, ما هي نسبة الطلاب الذين يشربون القهوة.
3- من بين الطلاب الذين لا يشربون القهوة, ما هي نسبة المدخنين؟

الحل:

نفرض أن الطالب المدخن يمثل الحدث A وأن الطالب الذي يشرب القهوة بالحدث B.

وينتج أن $P(A \cap B) = 0.05$,P(B)=0.30 ,P(A)=0.10

1- $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - [P(A) + P(B) - P(A \cap B)] =$
$1 - [0.10 + 0.30 - 0.05] = 1 - 0.35 = 0.65$

2- $P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0.05}{0.10} = 0.5$

3- $P(A/\overline{B}) = \frac{P(A \cap \overline{B})}{P(\overline{B})} = \frac{P(A) - P(A \cap B)}{1 - P(B)} = \frac{0.10 - 0.05}{1 - 0.30} = \frac{0.05}{0.70} = 0.071$

==========

الباب الثاني (المتغيرات العشوائية والتوزيعات الاحتمالية المنفصلة)

❑ التوزيع الاحتمالي المنفصل

سؤال: في تجربة القاء حجر نرد منتظم مرتين, إذا كان المتغير العشوائي X يمثل مجموع العددين الظاهرين, عرف ذلك المتغير واحتمال كل منها؟

S	X	P(X)
(1,1)	2	P(X=2) =1/36
(1,2), (2,1)	3	P(X=3) = 2/36
(1,3), (3,1),(2,2)	4	P(X=4) = 3/36
(2,3), (3,2), (4,1),(1,4)	5	P(X=5) = 4/36
(3,3), (2,4), (4,2), (1,5), (5,1)	6	P(X=6) = 5/36
(3,4), (4,3), (2,5), (5,2), (1,6) (6,1)	7	P(X=7) = 6/36
(4,4), (3,5), (5,3), (2,6), (6,2)	8	P(X=8) = 5/36
(3,6), (6,3), (4,5), (5,4)	9	P(X=9) = 4/36
(4,6), (6,4), (5,5)	10	P(X=10) = 3/36
(5,6), (6,5)	11	P(X=11) = 2/36
(6,6)	12	P(X=12) = 1/36

سؤال: اعتمادا على الجدول التالي والذي يمثل توزيع احتمالي منفصل للمتغير العشوائي x

x	$f(x)$
1	0.3
2	0.4
3	0.1
4	a

أوجد:

1- قيمة المجهول a؟
2- التوقع الرياضي للمتغير العشوائي X؟
3- تباين المتغير العشوائي X؟
4- E(2X + 10)؟

الحل:

1- $0.3 + 0.4 + 0.1 + a = 1 \longrightarrow a = 1 - 0.8 = 0.2$

2- $E(X) = 1\times0.3 + 2\times0.4 + 3\times0.1 + 4\times0.2 = 0.3 + 0.8 + 0.3 + 0.8 = 2.2$

3- $\sigma^2 = (1-2.2)^2 \times 0.3 + (2-2.2)^2 \times 0.4 + (3-2.2)^2 \times 0.1 +$
$(4-2.2)^2 \times 0.2 = 0.432 + 0.016 + 0.064 + 0.648 = 1.16$

4- $E(2X+10)=2E(X)+10 = 2\times 2.2 + 10 = 14.4$

❑ توزيع ذات الحدين وتوزيع بواسون

سؤال: رميت زهرة نرد منتظمة ثلاث مرات, ما احتمال عدم ظهور العدد 6 فيها, ما احتمال ظهور العدد 6 ثلاث مرات؟

الحل:

لاحظ أن هذه التجربة تمثل احد تجارب بيرنوللي والتي تتبع توزيع ذات الحدين.

$$P(X=x) = b(x,3,\tfrac{1}{6}) = 3Cx \times (\tfrac{1}{6})^x \times (\tfrac{5}{6})^{3-x}$$

$$P(X=0) = b(0,3,\tfrac{1}{6}) = 3C0 \times (\tfrac{1}{6})^0 \times (\tfrac{5}{6})^{3-0} = 1 \times 1 \times \frac{125}{216} = 0.58$$

$$P(X=3) = b(3,3,\tfrac{1}{6}) = 3C3 \times (\tfrac{1}{6})^3 \times (\tfrac{5}{6})^{3-3} = 1 \times \frac{1}{216} \times 1 = \frac{1}{216}$$

سؤال: في تجربة ذات الحدين, إذا كان $n = 5$, $p=0.1$ أوجد $P(X \leq 2)$ حيث X يمثل عدد النجاحات؟

الحل:

$$P(X \leq 2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) = (5C0 \times 0.1^0 \times 0.9^5) + (5C1 \times 0.1^1 \times 0.9^4) + (5C2 \times 0.1^2 \times 0.9^3)$$

سؤال: معدل حوادث السيارات عند اشارة ضوئية 3 في الأسبوع الواحد. ما احتمال عدم حدوث أي حادث في اسبوع معين, ما احتمال حدوث حادثين أو اقل في اسبوع معين؟

الحل:

لاحظ أن هذه التجارب تمثل نموذج من تجاب بواسون, وبالتالي فإنها تنتمي إلى توزيع بواسون حيث

$$P(X = x) = P(x; \lambda) = \frac{e^{-\lambda} \times \lambda^x}{x!}$$

$$P(X = 0) = P(0; 3) = \frac{e^{-3} \times 3^0}{0!} = e^{-3} = \frac{1}{e^3}$$

$$P(X \leq 0) = P(0; 3) + P(1; 3) + P(2; 3) = \frac{e^{-3} \times 3^0}{0!} + \frac{e^{-3} \times 3^1}{1!} + \frac{e^{-3} \times 3^2}{2!}$$

$$= e^{-3} + 3e^{-3} + \frac{9}{2}e^{-3} = e^{-3}[1 + 3 + 4.5] = 8.5e^{-3} = \frac{17}{2e^3}$$