المحاضرة الثانية

❖ **طرق العد:**

في هذا البند سنتعرف على طرق منتظمة لإيجاد عدد نقاط الفضاء العيني لتجربة إحصائية.

1- قاعدة الضرب:

إذا كانت التجربة E_1 تحدث في n من الطرق ومع كل طريقة من هذه الطرق كانت التجربة E2 تحدث في m من الطرق فإن التجربتين تحدثان معا في (mn) من الطرق.

- **مثال:** أراد طالب أن يسجل في مقررين، أحدهما من قسم الاحصاء والآخر من المحاسبة، فإذا كان عدد مقررات الإحصاء 3 وعدد مقررات المحاسبة 4.

فما عدد الطرق التي يمكن للطالب التسجيل فيها؟

الحل:

$3 \times 4 = 12$

- **ملاحظة:** يمكن تعميم قاعدة الضرب لتشمل k من التجارب.

- **مثال:** كم هاتفا يمكن تركيبه في مدينة الدمام إذا تألف رقم الهاتف من 7 أرقام أولها 8 أو 9؟

الحل: الرقم الأول له خياران، أما الأرقام الأخرى فيوجد عشرة طرق.

عدد الهواتف: 2 x 10 x 10 x 10 x 10 x 10 x 10

2- قاعدة الجمع:

إذا كانت التجربة الأولى تحدث في n من الطرق والثانية في m من الطرق وكانت التجربتان مانعتين لبعضهما فإن واحدة منهما أو الأخرى تحدث في n + m

- **مثال:** بكم طريقة يمكن أن يختار طالب مقرراً واحداً من الاحصاء أو الرياضيات. إذا كان يوجد 3 في إحصاء و5 في الرياضيات.

الحل: عدد الطرق = 5 + 3 = 8 طرق

- **ملاحظة:** يمكن تعميم قاعدة الجمع لتشمل k من التجارب.

- **مثال:** أراد طالب أن يسجل بإحدى الكليات: الشريعة، العلوم، العلوم الإدارية، القانون. إذا كان عدد أقسام الشريعة 3، والعلوم 5، والعلوم الإدارية 4، والقانون 2, كم عدد الخيارات؟

الحل: $3 + 5 + 4 + 2 = 14$

3- التباديل:

التباديل: ترتيب جميع عناصر أو جزء من عناصر أي مجموعة. إذا كان لدينا n عنصراً وسحبنا منها r عنصراً على التوالي (بدون ارجاع) **الترتيب مهم** فإن عدد الترتيبات الممكنة يسمى n تباديل r وهي:

$$n_{\rho_{r}}=\frac{n!}{(n-r)!}$$

- **مثال 1:** بكم طريقة يمكن ترتيب حرفين من الأحرف a, b, c, d, e

$$5\rho_2=\frac{5!}{(5-2)!}=\frac{5!}{3!}=\frac{5\times4\times3\times2\times1}{3\times2\times1}=20$$

- **مثال2:** تريد أمينة المكتبة أن ترتب على رف 6 مجلات من بين 10 مجلات مختلفة. فبكم طريقة يمكنها ذلك؟

4- التوفيق:

كان لدينا n عنصراً وسحبنا منها r عنصر اً في وقت واحد (بدون ارجاع) فإن عدد التركيبات الممكنة **بإهمال الترتيب** يسمى n توافيق r ويرمز لها:

$$\binom{n}{r}=n_{C_r}=\frac{n!}{(n-r)!\times r!}$$

➢ **مثال:** ما عدد الطرق التي تختار بها حرفين من a,b,c بدون ترتيب؟

$$\binom{3}{2} = \mathrm{C_r} = \frac{3!}{(3-2)! \times 2!} = \frac{3 \times 2 \times 1}{1 \times 2 \times 1} = 3$$

➢ **مثال:** بكم طريقة يمكن اختيار لجنة مكونة من أربعة طلاب من بين عشرة طلاب؟

- **ملاحظات:**
- **السحب بإرجاع:** عدد الطرق الكلية لسحب r كرة من n كرة بإرجاع يساوي n^r.

➢ **مثال:** وعاء به 15 كرة ملونة، ما هو عدد طرق سحب كرتين على التوالي مع السماح بالإرجاع:

$$n^r = 15^2 = 225$$

➢ **مثال:** وعاء به 10 كرات ملونه، أوجد عدد الطرق الممكنة لسحب 3 كرات بدون ارجاع، إذا:

1- ترتيب الكرات مأخوذ بالاعتبار.

2- ترتيب الكرات غير مأخوذ في الاعتبار.

نظرية: إذا كان ضمن n من العناصر، n_1 من العناصر المتشابهة، n_2 من العناصر المتشابهة المختلفة عن النوع الأول, n_3 من العناصر المتشابهة المختلفة عن النوعين الأولين , n_k من العناصر المتشابهة المختلفة عن جميع العناصر من الأنواع السابقة، فإن عدد تباديل العناصر التي عددها n هو:

$$\frac{n!}{n_1! \times n_2! \times n_3! \times \ldots \times n_k!}$$

➢ **مثال:** بكم طريقة يمكن ترتيب الكلمات:
1- سلسبيل.
2- Statistics.

الحل:

1- **سلسبيل** نجد ان عدد الحروف 6 منها 2 متشابهة و2 متشابهة اخرى وحروف مختلفة وحروف مختلفة:

$$\frac{6!}{2! \times 2! \times 1! \times 1!} = \frac{720}{4} = 180$$

2- Statistics.

هنا نجد ان عدد الحروف 10 منها 3 (s) متشابهة و3 (t) متشابهة اخرى و2 (i) متشابهة وa حرف مختلف وc حرف مختلف.

$$\frac{10!}{3! \times 3! \times 2! \times 1! \times 1!} = 504000$$

- **ملاحظات:**

1- ترتيب n من الأشياء في **صف** هو n!
2- ترتيب n من الأشياء في **دائرة** هو (n-1)!

➢ **مثال:** ما هو عدد طرق ترتب 5 طلاب في صف؟

الحل:

1- عدد الطرق:

$n! = 5! =120$

➢ **مثال:** ما هو عدد طرق ترتيب 5 طلاب حول دائرة مستديرة؟

الحل:

عدد الطرق:

$(n-1)! = (5-1)! = 4! = 24$

➢ **مثال:** بكم طريقة يمكن اختيار رئيس ونائب وسكرتير ينتخبون من بين (30) عضو:

الحل:

عدد الطرق = مبدأ العد لأن الترتيب مهم (تحديد وظيفة) والتكرار غير مسموح.

عدد الطرق = طرق اختيار الرئيس × طرق اختيار النائب × طرق اختيار السكرتير.

$$= 30 \times 29 \times 28$$

➢ **مثال:** بكم طريقة يمكن تكوين عدد من (3) منازل من الأرقام:

(2,3,4,5,1) إذا سمح التكرار.

الحل:

الترتيب مهم (منازل) التكرار مسموح ⟸ مبدأ العد.

عدد الطرق:

= أحادي × عشرات × مئات

= 5 × 5 × 5

➢ **مثال:** بكم طريقة يمكن سحب كرتين دفعة واحدة من صندوق فيه (6) كرات.

الحل:

الترتيب غير مهم (دفعة واحدة) التكرار غير مسموح ⟸ توافيق

عدد الطرق= طريقة $15 = \frac{6^3 \times 5 \times 4!}{4! \times 2!} = \frac{6!}{4! \times 2!} = \binom{6}{2}$

➢ **<u>مثال:</u>** صندوق فيه (4) كرات مرقمة بالأرقام (5,4,3,2) يراد سحب كرتين منه اكتب عدد الطرق التي يمكن بها سحب الكرتين إذا كان السحب:

أ- على التوالي مع الارجاع.

ب-على التوالي بدون ارجاع.

ت-دفعة واحدة.

الحل:

أ- توالي وارجاع (مبدأ العد):

= سحب الأولى × سحب الثانية

= 4 × 4 = 16 طريقة

ب-توالي بدون ارجاع (تباديل) ن=4 , ر=2

ل (2,4) = $\frac{4!}{2!} = \frac{4\times3\times2!}{2!} = 12$ طريقة

ت-دفعة واحدة (توافيق) ن=4 , ر=2 (اختيار (2) من (4))

= $\binom{4}{2} = \frac{4!}{2!\times2!} = 6$ طرق