

تمارين للمراجعة
على
الفصل الأول

١- هي المجموعة التي تتضمن جميع العناصر التي تكون تحت الدراسة.

- أ- المجموعة الجزئية.
- ب- المجموعة الشاملة.
- ج- المجموعة الخالية.
- د- المجموعة المنتهية.

٢- اذا علمت أن :-

$$A = \{2,4,6,8,10\}, B = \{6,2,9,13,16\}$$

فإن المجموعة الشاملة تساوي :-

أ- $U = \{2,4,6,8,9,10,13,16\}$

ب- $U = \{2,6\}$

ج- $U = \{4,8,9,10,13,16\}$

د- $U = \{2,4,6,8,9,10\}$

٣- هي المجموعة التي يكون لها بداية ولها نهاية.

- أ- المجموعة الجزئية.
- ب- المجموعة الشاملة.
- ج- المجموعة الخالية.
- د- المجموعة المنتهية.

٤- هي المجموعة اللانهائية الخاصة.

- أ- المجموعة غير المنتهية.
- ب- المجموعة الشاملة.
- ج- المجموعة الخالية.
- د- المجموعة المنتهية.

٥- هي المجموعة التي تزايد أو تناقص بشكل ثابت.

- أ- المجموعة الجزئية.
- ب- المجموعة الشاملة.
- ج- المجموعة المنتظمة.
- د- المجموعة المنتهية.

٦- اذا علمت أن :-

$$U = \{40,41,42,43,44,45,46,47,48,49,50\}, A = \{40,45,48,49,50\}$$

فإن المجموعة \bar{A} تساوي :-

أ- $\{40, 41,42,43,44, 46,47,50\}$

ب- $\{40,41,42,43,44,45,46,47,48,49,50\}$

ج- $\{41,42,43,44, 46,47\}$

د- $\{40,45,48,49,50\}$

٧- إذا كانت المجموعة $A = \{5,10,15,20\}$ و المجموعة

$B = \{0,5,8,10,15,20,25\}$ ففي هذه الحالة فإن العلاقة بين كل من المجموعتين

تأخذ أي من الأشكال التالية :

أ- $A=B$

ب- $A \equiv B$

ج- $A \subset B$

د- $B \subset A$

٨- أي من العلاقات التالية هي علاقة صحيحة :

أ- $\bar{A} \cap A = \emptyset$

ب- $A \cup \bar{A} = U$

ج- (أ) و (ب) معاً

د- لا شيء مما سبق

٩- إذا كانت المجموعة $A = \{2,4,6,8,10\}$ والمجموعة $B = \{1,3,5,7,9\}$

فإن المجموعة $\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$ تُحبر عن أي من العلاقات التالية :-

أ- $A \cap B$

ب- $A \cup B$

ج- $A \subset B$

د- لا شيء مما سبق

١٠- إذا كانت المجموعة الكائنة $U = \{10,20,30,40,50,60,70,80,90,100\}$

وكانت المجموعة $A = \{10,30,50,70,90\}$ فإن المجموعة \bar{A} تساوي :

أ- $\{20,30,40,50,60,100\}$

ب- $\{20,40,60,80,100\}$

ج- $\{50,60,70,80,90\}$

د- لا شيء مما سبق

١١- إذا كان $A = \{1, 2, 3, 5, 7\}$ و $B = \{2, 4, 6, 8\}$ أوجد $(A \cup B)$:-

أ- $\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$

ب- $\{8,7,6,5,4,3,2\}$

ج- $\{8,7,6,5,4,3,2,1\}$

د- $\{1,2,3,4,5,6,7\}$

١٢- إذا كان $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ و $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ أوجد \bar{A} :-

أ- $\{1, 3, 5, 6, 7, 9\}$

ب- $\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

ج- $\{1, 3, 5, 7, 9\}$

د- $\{2, 4, 6, 8, 10\}$

أجب عن الفقرات (١٣) و (١٤) باستخدام المعلومات التالية :-

إذا كانت $A = \{51, 52, 53, s, r\}$ و $B = \{53, 54, 55, s, t\}$ والمجموعة الشاملة $U = \{51, 52, 53, 54, 55, t, s, r, z\}$

فأوجد :-

١٣- $(A \cap B)$:-

أ- $\{51, 52, 53, 54, 55, s, r, t\}$

ب- $\{53, s\}$

ج- $\{54, 55, t\}$

د- $\{54, 55, t, z\}$

أجب عن الفقرات (١٣) و (١٤) باستخدام المعلومات التالية :-

إذا كانت $A = \{51, 52, 53, s, r\}$ و $B = \{53, 54, 55, s, t\}$ والمجموعة الشاملة $U = \{51, 52, 53, 54, 55, t, s, r, z\}$

فأوجد :-

١٤- \bar{A} :-

أ- $\{53, 54, 55, t, z\}$

ب- $\{t, z\}$

ج- $\{54, 55, t, z\}$

د- $\{51, 52, 53, r, z\}$

أجب عن الفقرات من ١٥ إلى ٢١ باستخدام المعلومات التالية :-

$U = \{10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100\}$

$A = \{20, 50, 90\}$

$B = \{20, 40, 70, 90\}$

حيث أن U مجموعة شاملة، فأوجد :-

١٥- \bar{A} :-

أ- $\{30, 40, 60, 70, 80, 100\}$

ب- $\{20, 50, 90\}$

ج- $\{10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100\}$

د- $\{10, 30, 40, 60, 70, 80, 100\}$

أجب عن الفقرات من ١٥ إلى ٢١ باستخدام المعلومات التالية:-

$$U = \{10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100\}$$

$$A = \{20, 50, 90\}$$

$$B = \{20, 40, 70, 90\}$$

حيث أن U مجموعة شاملة، فأوجد:-

$$-١٦ - \bar{B}$$

$$\text{أ- } \{30, 40, 60, 70, 80, 100\}$$

$$\text{ب- } \{10, 30, 50, 60, 80, 100\}$$

$$\text{ج- } \{10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 100\}$$

$$\text{د- } \{10, 30, 40, 60, 70, 80, 100\}$$

أجب عن الفقرات من ١٥ إلى ٢١ باستخدام المعلومات التالية:-

$$U = \{10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100\}$$

$$A = \{20, 50, 90\}$$

$$B = \{20, 40, 70, 90\}$$

حيث أن U مجموعة شاملة، فأوجد:-

$$-١٧ - A \cup B$$

$$\text{أ- } \{30, 40, 60, 70, 80, 100\}$$

$$\text{ب- } \{20, 40, 50, 70, 90\}$$

$$\text{ج- } \{10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100\}$$

$$\text{د- } \{10, 30, 40, 60, 70, 80, 100\}$$

أجب عن الفقرات من ١٥ إلى ٢١ باستخدام المعلومات التالية:-

$$U = \{10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100\}$$

$$A = \{20, 50, 90\}$$

$$B = \{20, 40, 70, 90\}$$

حيث أن U مجموعة شاملة، فأوجد:-

$$-١٨ - A \cap B$$

$$\text{أ- } \{30, 40, 60, 70, 80, 100\}$$

$$\text{ب- } \{20, 50, 90\}$$

$$\text{ج- } \{10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100\}$$

$$\text{د- } \{20, 90\}$$

أجب عن الفقرات من ١٥ إلى ٢١ باستخدام المعلومات التالية:-

$$U = \{10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100\}$$

$$A = \{20, 50, 90\}$$

$$B = \{20, 40, 70, 90\}$$

حيث أن U مجموعة شاملة، فأوجد:-

$$- ١٩ - \bar{A} \cap \bar{B} :-$$

$$\text{أ- } \{30, 40, 60, 70, 80, 100\}$$

$$\text{ب- } \{20, 50, 90\}$$

$$\text{ج- } \{10, 30, 60, 80, 100\}$$

$$\text{د- } \{20, 90\}$$

أجب عن الفقرات من ١٥ إلى ٢١ باستخدام المعلومات التالية:-

$$U = \{10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100\}$$

$$A = \{20, 50, 90\}$$

$$B = \{20, 40, 70, 90\}$$

حيث أن U مجموعة شاملة، فأوجد:-

$$- ٢١ - A \cup U :-$$

$$\text{أ- } U$$

$$\text{ب- } A$$

$$\text{ج- } B$$

$$\text{د- } C$$

أجب عن الفقرات من ١٥ إلى ٢١ باستخدام المعلومات التالية:-

$$U = \{10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100\}$$

$$A = \{20, 50, 90\}$$

$$B = \{20, 40, 70, 90\}$$

حيث أن U مجموعة شاملة، فأوجد:-

$$- ٢٠ - A \cap U :-$$

$$\text{أ- } U$$

$$\text{ب- } A$$

$$\text{ج- } B$$

$$\text{د- } C$$

٢٢ - إذا كان لدينا الأرقام 3, 5, 7, 9. فكم عدداً يمكن تكوينه من منزلتين إذا كان

يسمح بتكرار العدد:-

$$\text{أ- } 2$$

$$\text{ب- } 4$$

$$\text{ج- } 8$$

$$\text{د- } 16$$

٢٣ - إذا كان لدينا الأرقام 2, 4, 6, 8. فكم عدداً يمكن تكوينه من منزلتين إذا كان

لا يسمح بتكرار العدد:-

$$\text{أ- } 4$$

$$\text{ب- } 8$$

$$\text{ج- } 12$$

$$\text{د- } 16$$

٢٤- في كلية الدراسات التطبيقية وخدمة المجتمع كان قسم المحاسبة يطرح 5 مقررات وقسم الإدارة يطرح 7 مقررات، اراد طالب ان يسجل في مقرر واحد فقط . بكم طريقة يمكن له التسجيل:-

- أ- 12
- ب- 7
- ج- 18
- د- 35

٢٥- إذا كان لدينا مجموعة مثل $A = \{5,7,9,3,2\}$ واريدنا كتابة اعداد ذات 3 منازل. فكم عددا يمكن تكوينه من هذه المجموعة.

- أ- 30
- ب- 60
- ج- 120
- د- 5

٢٦- اراد امين مكتبة ترتيب 3 كتب مختلفة من اصل 6 كتب مختلفة في رف المكتبة مع الاخذ بعين الاعتبار ترتيب هذه الكتب. فيكم طريقة يمكنه ترتيب هذه الكتب.

- أ- 720
- ب- 6
- ج- 120
- د- 3

٢٧- اراد امين مكتبة ترتيب 4 كتب مختلفة من اصل 10 كتب مختلفة في رف المكتبة مع الاخذ بعين الاعتبار ترتيب هذه الكتب. فيكم طريقة يمكنه ترتيب هذه الكتب.

- أ- 3628800
- ب- 720
- ج- 5040
- د- 151200

٢٨- بكم طريقة يمكن تكوين لجنة مكونة من 10 طلاب في صف يتكون من 15 طالب.

- أ- 360360
- ب- 3003
- ج- 120
- د- 10

٢٩- بكم طريقة يمكن تكوين لجنة مكونة من 5 طلاب في صف يتكون من 12 طالب.

- أ- 792
- ب- 120
- ج- 5040
- د- 3003

٣٠- إذا كان لدينا الحروف a b c d e كم كلمة يمكن تكوينها من 3 حروف دون الاهتمام بعملية ترتيب الحروف.

- أ- 5
- ب- 10
- ج- 2
- د- 20

تمارين للمراجعة على الفصل الثاني

١- رمي حجر نرد مزدوج واحد ، أحسب التالي:

- احتمال الحصول على رقم ٥
- احتمال الحصول على رقم زوجي
- احتمال الحصول على رقم أكبر من ٢
- احتمال الحصول على رقم أقل من ٧
- احتمال الحصول على رقم ٧

الحل:

حيث أن فراغ العينة لهذه التجربة هو $S = \{1,2,3,4,5,6\}$ ، فإن الاحتمالات الممكنة هي:-

- $P_{(A=5)} = \frac{1}{6}$
- $P_{(A=2,4,6)} = \frac{3}{6}$
- $P_{(A>2)} = \frac{4}{6}$
- $P_{(A<7)} = \frac{6}{6} = 1$
- $P_{(A=7)} = \frac{0}{6} = 0$

٢- في تجربة رمي حجرين نرد معا لنفرض الحادثين

A : حادث يمثل ظهور اربع نقاط على احد الوجهين فقط

B : حادث يمثل ظهور وجهين مجموع نقاطهما أصغر من ٨

أوجد احتمال ما يلي:

1. $P(A)$
2. $P(B)$
3. $P(\bar{A})$
4. $P(\bar{B})$
5. $P(A \cap B)$
6. $P(A \cup B)$

الحل:

يمكن تعريف كل من الاحداث A ، B كما يلي :-

- $(A) = \{(4,1), (4,2), (4,3), (4,5), (4,6), (1,4), (2,4), (3,4), (5,4), (6,4)\}$
- $(B) = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (4,1), (4,2), (4,3), (5,1), (5,2), (6,1)\}$
- $P(A \cap B) = \{(4,1), (4,2), (4,3), (1,4), (2,4), (3,4)\}$
- $P(A \cup B) = \{(4,1), (4,2), (4,3), (4,5), (4,6), (1,4), (2,4), (3,4), (5,4), (6,4), (1,1), (1,2), (1,3), (1,5), (1,6), (2,1), (2,2), (2,3), (2,5), (3,1), (3,2), (3,3), (2,5), (5,1), (5,2)\}$
- $N(S) = 36, n(A) = 10, n(B) = 21, n(A \cap B) = 6, n(A \cup B) = 25$

وعلى ذلك فإن الاحتمالات المطلوبة تسوي:-

- 1- $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{10}{36}$
- 2- $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{21}{36}$
- 3- $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{10}{36} = \frac{26}{36}$
- 4- $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - \frac{21}{36} = \frac{15}{36}$
- 5- $P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{6}{36}$
- 6- $P(A \cup B) = \frac{n(A \cup B)}{n(S)} = \frac{25}{36}$

- ٣- رمي حجر نرد مرة واحدة ، احسب:
 أ- احتمال الحصول على رقم ٥ أو ٦.
 ب- احتمال الحصول على رقم زوجي.

الحل:

أ- حيث أن الحصول على رقم ٥ أو ٦ حادثتان متنافيتان ، أي أن:
 $A1 = \{\text{الحصول على الرقم ٥}\}$ ، و $A2 = \{\text{الحصول على الرقم ٦}\}$ فإن:

$$P(A1 \cup A2) = (1/6) + (1/6) = 1/3$$

ب- وحيث أن الحصول على رقم زوجي يعني الحصول على رقم ٢ أو رقم ٤ أو رقم ٦ وكلها حوادث متنافي، أي أن:

$A1 = \{\text{الحصول على الرقم ٢}\}$ ، و $A2 = \{\text{الحصول على الرقم ٤}\}$ ، و $A3 = \{\text{الحصول على الرقم ٦}\}$ فإن:

$$P(A1 \cup A2 \cup A3) = (1/6) + (1/6) + (1/6) = 1/2$$

- ٤- لاعب شطرنج يلعب مع الحاسوب مرتين ، احتمال فوزه بالمرة الاولى 0.7 واحتمال فوزه بالمرة الثانية هو 0.6 واحتمال فوزه في المرتين هو 0.65 ، ما احتمال خسارته في المرتين؟

الحل:

بفرض أن A : حادث يمثل الريج في المرة الاولى، و B : حادث يمثل فوزه في المرة الثانية. فإن احتمال خسارته في المرتين هو:

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - [P(A) + P(B) - P(A \cap B)] \\ = 1 - [0.7 + 0.6 - 0.65] = 1 - [0.65] = 0.35$$

- ٥- عند رمي قطعة نقود منتظمة خمس مرات ما احتمال ظهور صورة واحدة على الأقل؟
الحل:

$$n(S) = nr = (2)^5 = 32$$

لتكن A : حادث يمثل ظهور صورة واحدة على الأقل.
 وليكون \bar{A} : حادث يمثل عدم ظهور اي صورة
 $\bar{A} = \{\text{TTTTT}\}$ فيكون:

$$P(\bar{A}) = \frac{n(\bar{A})}{n(S)} = \frac{1}{32} \\ P(\bar{A}) = 1 - \frac{1}{32} = \frac{31}{32} P(A) = -1$$

- ٦- استطلع مدير شركة الموظفين من كلا الجنسين حول رغبتهم بقيام الشركة بدورة تدريبية اثناء اجازة الاسبوع فكانت النتائج كما يلي:

الجنس	يرغبون	لا يرغبون	مترددون	المجموع
ذكور	10	5	5	20
اناث	7	3	2	12
المجموع	17	8	7	32

إذا اختير احد الموظفين عشوائيا، أجب عما يلي:

1. ما احتمال أن يكون هذا الموظف ممن يرغبون بإقامة الدورة؟
2. ما احتمال أن يكون هذا الموظف ممن يرغبون بالدورة علما أنه من الذكور؟
3. ما احتمال أن يكون هذا الموظف مترددا علما انه انثى؟
4. ما احتمال ان يكون انثى اذا علمت انه ممن يرغب بإقامة الدورة؟

الحل:

ليكن

A : حادث يمثل الموظف ممن يرغبون بالدورة.

B : حادث يمثل الموظف من الذكور.

C : حادث يمثل موظف من المترددين للدورة.

D : حادث يمثل ان الموظف انثى.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{17}{32}$$

$$P(A \setminus B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{10}{32}}{\frac{20}{32}} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$$

$$P(C \setminus D) = \frac{P(C \cap D)}{P(D)} = \frac{\frac{2}{32}}{\frac{12}{32}} = \frac{2}{12}$$

$$P(D \setminus A) = \frac{P(D \cap A)}{P(A)} = \frac{\frac{7}{32}}{\frac{17}{32}} = \frac{7}{17}$$

٧- الجدول التالي يمثل توزيع عمال أحد المصانع حسب الحالة الاجتماعية للعامل والقسم الذي يعمل به:

الحالة الاجتماعية	اعزب	متزوج	المجموع
القسم الأول	5	7	12
القسم الثاني	8	14	22
القسم الثالث	10	6	16
المجموع	23	27	50

اختر عامل من الجدول السابق بطريقة عشوائية، ثم احسب الاحتمالات التالية:

- أن يكون أعزبا
- أن يكون متزوجا
- أن يكون من القسم الأول
- أن يكون من القسم الأول أو الثاني
- أن يكون من القسم الأول وأعزب

الحل:

- نفرض أن الحادثة A أن يكون العامل أعزب أي $A = \{ \text{أن يكون العامل أعزب} \}$ فيكون الاحتمال المطلوب:

$$P(A) = 23/50 = 0.46$$

- نفرض أن الحادثة B أن يكون العامل متزوج أي $B = \{ \text{أن يكون العامل متزوج} \}$ فيكون الإحتمال المطلوب:

$$P(B) = 27/50 = 0.54$$

- نفرض أن الحادثة C أن يكون العامل من القسم الأول أي $C = \{ \text{أن يكون العامل من القسم الأول} \}$ فيكون الإحتمال المطلوب:

$$P(C) = 12/50 = 0.24$$

- نفرض أن الحادثة D أن يكون العامل من القسم الأول أو الثاني أي $D = \{ \text{أن يكون العامل من القسم الأول أو الثاني} \}$ فيكون الاحتمال المطلوب:

$$P(D) = (12+22)/50 = 34/50 = 0.68$$

- نفرض أن الحادثة E أن يكون العامل من القسم الأول وأعزب أي $E = \{ \text{أن يكون العامل من القسم الأول وأعزب} \}$ فيكون الاحتمال المطلوب:

$$P(E) = 5/50 = 0.1$$

٨- الجدول التالي يمثل توزيع عمال أحد المصانع حسب الحالة الاجتماعية للعامل والقسم الذي يعمل به:

الحالة الاجتماعية	اعزب	متزوج	المجموع
القسم الأول	5	7	12
القسم الثاني	8	14	22
القسم الثالث	10	6	16
المجموع	23	27	50

اختر عامل من الجدول السابق بطريقة عشوائية، ثم احسب الاحتمالات التالية:

- احتمال أن يكون العامل من القسم الأول أو الثاني.
- احتمال أن يكون العامل متزوجا أو من القسم الأول
- احتمال أن يكون العامل من القسم الثالث أو أعزب

الحل:

أ- نفرض أن الحادثة A_1 أن يكون العامل من القسم الأول أي أن $A_1 = \{ \text{أن يكون العامل من القسم الأول} \}$

$$P(A_1) = 12/50$$

نفرض أن الحادثة A_2 أن يكون العامل من القسم الثاني أي أن $A_2 = \{ \text{أن يكون العامل من القسم الثاني} \}$

$$P(A_2) = 22/50$$

فيكون الاحتمال المطلوب:

$$P(A_1 \cup A_2) = P(A_1) + P(A_2) = (12/50) + (22/50) = 34/50 = 0.68$$

ب- نفرض أن الحادثة A_1 أن يكون العامل متزوجاً أي أن $A_1 = \{ \text{أن يكون العامل متزوج} \}$

$$P(A_1) = 27/50$$

نفرض أن الحادثة A_2 أن يكون العامل من القسم الأول أي أن $A_2 = \{ \text{أن يكون العامل من القسم الأول} \}$

$$P(A_2) = 12/50$$

فيكون الاحتمال المطلوب:

$$P(A_1 \cup A_2) = P(A_1) + P(A_2) - P(A_1 \cap A_2) = (27/50) + (12/50) - (7/50) = 32/50 = 0.64$$

ت- نفرض أن الحادثة A_1 أن يكون العامل من القسم الثالث أي أن $A_1 = \{ \text{أن يكون العامل من القسم الثالث} \}$

$$P(A_1) = 16/50$$

نفرض أن الحادثة A_2 أن يكون العامل أعزب أي أن $A_2 = \{ \text{أن يكون العامل أعزب} \}$

$$P(A_2) = 23/50$$

فيكون الاحتمال المطلوب:

$$P(A_1 \cup A_2) = P(A_1) + P(A_2) - P(A_1 \cap A_2) = (16/50) + (23/50) - (10/50) = 29/50 = 0.58$$

ومقرر الرياضيات معاً 0.32 فما هو احتمال نجاحه في مقرر الإحصاء؟ علماً بأنه نجح في مقرر الرياضيات.

الحل:

نفرض أن $A_1 = \{ \text{نجاح الطالب في مقرر الإحصاء} \}$
 $A_2 = \{ \text{نجاح الطالب في مقرر الرياضيات} \}$

وبذلك يكون:

$$P(A_2) = 0.64$$

$$P(A_1 \cap A_2) = 0.32$$

ويكون المطلوب في هذه المسألة هو حساب $P(A_1 | A_2)$ وتطبيق العلاقة:

$$P(A_1 | A_2) = \frac{P(A_1 \cap A_2)}{P(A_2)} = \frac{0.32}{0.64} = 0.5$$

إذا احتمال نجاح الطالب في مقرر الإحصاء علماً بأنه نجح في مقرر الرياضيات هو 0.5

١٠- الجدول التالي يمثل توزيع عمال أحد المصانع حسب الحالة الاجتماعية للعامل والقسم الذي يعمل به:

الحالة الاجتماعية	اعزب	متزوج	المجموع
القسم الأول	5	7	12
القسم الثاني	8	14	22
القسم الثالث	10	6	16
المجموع	23	27	50

اختر عامل من الجدول السابق بطريقة عشوائية، تم احسب الاحتمالات التالية:

- أ- احسب احتمال أن يكون العامل من القسم الأول بشرط أنه متزوج؟
ب- احتمال أن يكون العامل أعزب بشرط أنه من القسم الثالث؟

الحل:

نفرض أن $A_1 = \{ \text{أن يكون العامل من القسم الأول} \}$

$\{A_2 \text{ أن يكون العامل متزوج}\}$
 $\{B_3 \text{ أن يكون العامل من القسم الثالث}\}$
 $\{B_4 \text{ أن يكون العامل أعزب}\}$

فيكون بالتالي:

أ- احتمال أن يكون العامل من القسم الأول بشرط أنه متزوج هو:
 احتمال أن يكون من القسم الأول ومتزوج
 احتمال أن يكون متزوج

$$P(A_1 | A_2) = \frac{P(A_1 \cap A_2)}{P(A_2)} = \frac{\frac{7}{50}}{\frac{27}{50}} = \frac{7}{27}$$

إذا احتمال أن يكون العامل من القسم الأول بشرط أنه متزوج هو 0.259

ب- احتمال أن يكون العامل أعزب بشرط أنه من القسم الثالث هو:
 احتمال أن يكون العامل أعزب بشرط أنه من القسم الثالث
 احتمال أن يكون من القسم الثالث

$$P(B_1 | B_2) = \frac{P(B_1 \cap B_2)}{P(B_2)} = \frac{\frac{10}{50}}{\frac{16}{50}} = \frac{10}{16}$$

إذا احتمال أن يكون العامل أعزب بشرط أنه من القسم الثالث هو 0.625

١١- إذا شارك اللاعب A باحتمال 0.6 واللاعب B باحتمال 0.8 وكان احتمال مشاركة اللاعب A علماً بأن الطالب B قد شارك هو 0.55 . فإذا شارك الطالب A في المباراة ما احتمال عدم مشاركة اللاعب B .

الحل:

المطلوب هو حساب الاحتمال

$$P(\bar{B} | A) = \frac{P(\bar{B} \cap A)}{P(A)}$$

$$P(\bar{B} \cap A) = P(A) - P(A \cap B)$$

ولكن من المعطيات $P(A \cap B) = 0.55$ منها نجد قيمة الاحتمال $P(A \cap B)$ كما يلي:

$$P(A \cap B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = 0.55$$

$$P(A \cap B) = 0.55 \times P(B) = (0.55)(0.8) = 0.44$$

$$P(\bar{B} \cap A) = P(A) - P(A \cap B) = 0.6 - 0.44 = 0.16$$

$$P(\bar{B} | A) = \frac{P(\bar{B} \cap A)}{P(A)} = \frac{0.16}{0.6} \cong 0.267$$

١٢- تقدم شخصان لنفس الاختبار. احتمال نجاح الأول 0.7 واحتمال نجاح الآخر 0.9

أ- ما احتمال نجاحهما معاً؟

ب- ما احتمال نجاح أحدهما على الأقل؟

الحل:

بفرض أن A : حادث يمثل نجاح الطالب الأول، و B : حادث يمثل نجاح الطالب الثاني

لأن نجاح الطالبين مستقلين عن بعضهما البعض فإن:

$$a) P(A \cap B) = P(A) P(B) = (0.7)(0.9) = (0.63)$$

$$b) P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= 0.7 + 0.9 - 0.63 = 0.97$$

١٣- صندوق يحتوي على 10 كرات منها 4 كرات حمراء و 6 كرات صفراء. سحب 3 كرات بشكل عشوائي على التوالي بدون ارجاع. أحسب

أ- احتمال أن تكون كرتان حمراء وكرة صفراء

ب- احتمال أن تكون الكرات الثلاث صفراء

الحل:

بفرض أن A : حادث يمثل كرتان حمراء وكرة صفراء، و B : حادث يمثل الكرات الثلاث

حمراء

$$a) P(A) = \frac{\binom{4}{2} \binom{6}{1}}{\binom{10}{3}} = \frac{36}{120}$$

$$b) P(B) = \frac{\binom{4}{3} \binom{6}{0}}{\binom{10}{3}} = \frac{4}{120}$$

$$P(A) = 0.7, \quad P(B) = 0.3 \quad P(A \cup B) = 0.85$$

أوجد ما يلي:

$$1. P(A \cap B), 2. P(A \cap \bar{B}), 3. P(\bar{A} \cap B), 4. P(A \setminus B), 5. P(\bar{A} \setminus \bar{B}), 6. P(\bar{A} \cup \bar{B})$$

الحل:

$$1. P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$0.85 = 0.7 + 0.3 - P(A \cap B)$$

$$P(A \cap B) = 0.7 + 0.3 - 0.85 = 0.15$$

$$2. P(A \cap \bar{B}) = P(A) - P(A \cap B) = 0.7 - 0.15 = 0.55$$

$$3. P(\bar{A} \cap B) = P(B) - P(A \cap B) = 0.3 - 0.15 = 0.15$$

$$4. P(A \setminus B) = \frac{P(A \cap \bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{0.55}{0.7} = 0.7857$$

$$5. P(\bar{A} \setminus \bar{B}) = \frac{P(\bar{A} \cap B)}{P(B)} = \frac{0.15}{0.3} = 0.5$$

$$6. P(\bar{A} \cup \bar{B}) = P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1 - P(A \cap B) = 1 - 0.15 = 0.85$$

١٥ - مصنع يقوم بإنتاج سلعة معينة به ثلاث آلات، تنتج الآلة الأولى 20% من إجمالي إنتاج

السلعة وتنتج الآلة الثانية نسبة 35% والثالثة بنسبة 45%، فإذا كانت نسبة الإنتاج المعيب

في الثلاث آلات على الترتيب هو 2% و 2.5% و 3%، سحبت وحدة عشوائياً من إنتاج

المصنع فوجد أنها معيبة، احسب الاحتمالات التالية:

أ- أن تكون القطعة المعيبة من إنتاج الآلة الأولى؟

ب- أن تكون القطعة المعيبة من إنتاج الآلة الثانية؟

الحل:

نفرض أن

$$P(A_1) = 0.2$$

$$P(A_2) = 0.35$$

$$P(A_3) = 0.45$$

$$\{A_1\} = \text{إنتاج الآلة الأولى}$$

$$\{A_2\} = \text{إنتاج الآلة الثانية}$$

$$\{A_3\} = \text{إنتاج الآلة الثالثة}$$

$$\{B\} = \text{إنتاج سلعة معيبة}$$

فيكون:

$$P(B|A_1) = 0.02$$

$$P(B|A_2) = 0.025$$

$$P(B|A_3) = 0.03$$

تكون السلعة من إنتاج الآلة الأولى إذا علم - بشرط - أنها معيبة هو:

$$P(A_1|B) = \frac{P(A_1)P(B|A_1)}{\sum_{i=1}^n P(A_i)P(B|A_i)} = \frac{0.2 \times 0.02}{(0.2 \times 0.02) + (0.35 \times 0.025) + (0.45 \times 0.03)} = 0.152$$

واحتمال أن تكون السلعة من إنتاج الآلة الثانية إذا علم - بشرط - أنها معيبة هو:

$$P(A_2|B) = \frac{P(A_2)P(B|A_2)}{\sum_{i=1}^n P(A_i)P(B|A_i)} = \frac{0.35 \times 0.025}{(0.2 \times 0.02) + (0.35 \times 0.025) + (0.45 \times 0.03)} = 0.333$$

١٦ - مستشفى به أربعة أقسام، نسب عمال النظافة في هذه الأقسام هي 40%، 30%،

20%، 10% على التوالي، إذا كانت نسب العمال المدخنين بهذه الأقسام هي 15%،

18%، 12%، 9% على التوالي، اختير عامل عشوائياً فوجد أنه مدخن، احسب

الاحتمالات التالية:

أ- أن يكون العامل من القسم الأول؟

ب- أن يكون العامل من القسم الثاني؟

ت- أن لا يكون العامل من القسم الأول؟

الحل:

نفرض أن

$$P(A_1)=0.3 \quad P(B|A_1)=0.15 \quad \{ \text{أن يكون العامل من القسم الأول} \} = A_1$$

$$P(A_2)=0.4 \quad P(B|A_2)=0.18 \quad \{ \text{أن يكون العامل من القسم الثاني} \} = A_2$$

$$P(A_3)=0.2 \quad P(B|A_3)=0.12 \quad \{ \text{أن يكون العامل من القسم الثالث} \} = A_3$$

$$P(A_4)=0.1 \quad P(B|A_4)=0.09 \quad \{ \text{أن يكون العامل من القسم الرابع} \} = A_4$$

احتمال أن يكون العامل من القسم الأول إذا علم - بشرط - أنه مدخن :

$$P(A_1|B) = \frac{P(A_1)P(B|A_1)}{\sum_{i=1}^4 P(A_i)P(B|A_i)} = \frac{0.3 \times 0.15}{(0.3 \times 0.15) + (0.4 \times 0.18) + (0.2 \times 0.12) + (0.1 \times 0.09)} = 0.3$$

واحتمال أن يكون العامل من القسم الثاني إذا علم - بشرط - أنه مدخن :

$$P(A_2|B) = \frac{P(A_2)P(B|A_2)}{\sum_{i=1}^4 P(A_i)P(B|A_i)} = \frac{0.4 \times 0.18}{(0.3 \times 0.15) + (0.4 \times 0.18) + (0.2 \times 0.12) + (0.1 \times 0.09)} = 0.48$$

واحتمال أن لا يكون العامل من القسم الأول إذا علم - بشرط - أنه مدخن :

$$P(A_1^c|B) = 1 - 0.3 = 0.7$$

تمارين للمراجعة

إذا كان $A = \{1, 2, 3, 5, 7\}$ و $B = \{2, 4, 6, 8\}$ أوجد $(A \cup B)$:-

- أ- $\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$
 ب- $\{8,7,6,5,4,3,2\}$
 ج- $\{8,7,6,5,4,3,2,1\}$
 د- $\{1,2,3,4,5,6,7\}$

إذا كان $U = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$ و $A = \{2,4,6,8,10\}$ أوجد \bar{A} :-

- أ- $\{1,3,5,6,7,9\}$
 ب- $\{2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$
 ج- $\{1,3,5,7,9\}$
 د- $\{2,4,6,8,10\}$

بكم طريقة يمكن تكوين لجنة مكونة من 10 طلاب في صف يتكون من 15 طالب.

- أ- 360360
 ب- 3003
 ج- 120
 د- 10

بكم طريقة يمكن تكوين لجنة مكونة من 5 طلاب في صف يتكون من 12 طالب.

- أ- 792
 ب- 120
 ج- 5040
 د- 3003

رمي حجر فرد مرة واحدة ، احسب:

- أ- احتمال الحصول على رقم 5 أو 6 .
 ب- احتمال الحصول على رقم زوجي.

الحل:

أ- حيث أن الحصول على رقم 5 أو 6 حادثتان متنافيتان ، أي أن:

$A1 = \{\text{الحصول على الرقم } 5\}$ ، و $A2 = \{\text{الحصول على الرقم } 6\}$ فإن:

$$P(A1 \cup A2) = (1/6) + (1/6) = 1/3$$

ب- وحيث أن الحصول على رقم زوجي يعني الحصول على رقم 2 أو رقم 4 أو رقم 6 وكلها حوادث متنافي، أي أن:

$A1 = \{\text{الحصول على الرقم } 2\}$ ، و $A2 = \{\text{الحصول على الرقم } 4\}$ ، و $A3 = \{\text{الحصول على الرقم } 6\}$ فإن:

$$P(A1 \cup A2 \cup A3) = (1/6) + (1/6) + (1/6) = 1/2$$

لاعب شطرنج يلعب مع الحاسوب مرتين ، احتمال فوزه بالمرّة الأولى 0.7 واحتمال

فوزه بالمرّة الثانية هو 0.6 واحتمال فوزه في المرّتين هو 0.65 ، ما احتمال خسارته في

المرّتين؟

الحل:

بفرض أن A : حادث يمثل الربح في المرّة الأولى، و B : حادث يمثل فوزه في المرّة الثانية.

فإن احتمال خسارته في المرّتين هو:

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - [P(A) + P(B) - P(A \cap B)]$$

$$= 1 - [0.7 + 0.6 - 0.65] = 1 - [0.65] = 0.35$$

عند رمي قطعة نقود منتظمة خمس مرات ما احتمال ظهور صورة واحدة على الأقل؟

الحل:

$$n(S) = nr = (2)^5 = 32$$

لتكن A : حادثة يمثل ظهور صورة واحدة على الأقل.

وليكون \bar{A} : حادثة يمثل عدم ظهور اي صورة

فيكون: $\bar{A} = \{TTTTT\}$

$$P(\bar{A}) = \frac{n(\bar{A})}{n(S)} = \frac{1}{32}$$

$$P(A) = 1 - \frac{1}{32} = \frac{31}{32}$$

استطلع مدير شركة الموظفين من كلا الجنسين حول رغبتهم بقيام الشركة بدورة تدريبية اثناء اجازة الاسبوع فكانت النتائج كما يلي:

الجنس	يرغبون	لا يرغبون	مترددون	المجموع
ذكور	10	5	5	20
اناث	7	3	2	12
المجموع	17	8	7	32

إذا اختير احد الموظفين عشوائيا، أجب عما يلي:

1. ما احتمال أن يكون هذا الموظف ممن يرغبون بإقامة الدورة؟
2. ما احتمال أن يكون هذا الموظف ممن يرغبون بالدورة علما أنه من الذكور؟
3. ما احتمال أن يكون هذا الموظف مترددا علما انه انثى؟
4. ما احتمال ان يكون انثى اذا علمت انه ممن يرغب بإقامة الدورة؟

الحل:

ليكن

A : حادثة يمثل الموظف ممن يرغبون بالدورة.

B : حادثة يمثل الموظف من الذكور.

C : حادثة يمثل موظف من المترددين للدورة.

D : حادثة يمثل ان الموظف انثى.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{17}{32}$$

$$P(A \cap B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{10}{32}}{\frac{20}{32}} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$$

$$P(C \cap D) = \frac{P(C \cap D)}{P(D)} = \frac{\frac{2}{32}}{\frac{12}{32}} = \frac{2}{12}$$

$$P(D \cap A) = \frac{P(D \cap A)}{P(A)} = \frac{\frac{7}{32}}{\frac{17}{32}} = \frac{7}{17}$$

الجدول التالي يمثل توزيع عمال أحد المصانع حسب الحالة الاجتماعية للعامل والقسم الذي يعمل به:

الحالة الاجتماعية	اعزب	متزوج	المجموع
القسم الأول	5	7	12
القسم الثاني	8	14	22
القسم الثالث	10	6	16
المجموع	23	27	50

اختر عامل من الجدول السابق بطريقة عشوائية، ثم احسب الاحتمالات التالية:

- أن يكون أعزبا
- أن يكون متزوجا
- أن يكون من القسم الأول
- أن يكون من القسم الأول أو الثاني
- أن يكون من القسم الأول وأعزب

الحل:

- نفرض أن الحادثة A أن يكون العامل أعزب أي $A = \{\text{أن يكون العامل أعزب}\}$ فيكون الاحتمال المطلوب:

$$P(A) = 23/50 = 0.46$$

- نفرض أن الحادثة B أن يكون العامل متزوج أي أن $B = \{\text{أن يكون العامل متزوج}\}$ فيكون الاحتمال المطلوب:

$$P(B) = 27/50 = 0.54$$

- نفرض أن الحادثة C أن يكون العامل من القسم الأول أي أن $C = \{\text{أن يكون العامل من القسم الأول}\}$ فيكون الاحتمال المطلوب:

$$P(C) = 12/50 = 0.24$$

- نفرض أن الحادثة D أن يكون العامل من القسم الأول أو الثاني أي أن $D = \{\text{أن يكون العامل من القسم الأول أو الثاني}\}$ فيكون الاحتمال المطلوب:

$$P(D) = (12+22)/50 = 34/50 = 0.68$$

- نفرض أن الحادثة E أن يكون العامل من القسم الأول و أعزب أي أن $E = \{\text{أن يكون العامل من القسم الأول و أعزب}\}$ فيكون الاحتمال المطلوب:

$$P(E) = 5/50 = 0.1$$

الجدول التالي يمثل توزيع عمال أحد المصانع حسب الحالة الاجتماعية للعامل والقسم الذي يعمل به:

الحالة الاجتماعية	اعزب	متزوج	المجموع
القسم الأول	5	7	12
القسم الثاني	8	14	22
القسم الثالث	10	6	16
المجموع	23	27	50

اختر عامل من الجدول السابق بطريقة عشوائية، تم احسب الاحتمالات التالية:

- احتمال أن يكون العامل من القسم الأول أو الثاني.
- احتمال أن يكون العامل متزوجا أو من القسم الأول
- احتمال أن يكون العامل من القسم الثالث أو أعزب

الحل:

أ- نفرض أن الحادثة A_1 أن يكون العامل من القسم الأول أي أن $A_1 = \{\text{أن يكون العامل من القسم الأول}\}$

$$P(A_1) = 12/50$$

نفرض أن الحادثة A_2 أن يكون العامل من القسم الثاني أي أن $A_2 = \{\text{أن يكون العامل من القسم الثاني}\}$

$$P(A_2) = 22/50$$

فيكون الاحتمال المطلوب:

$$P(A_1 \cup A_2) = P(A_1) + P(A_2) = (12/50) + (22/50) = 34/50 = 0.68$$

ب- نفرض أن الحادثة A_1 أن يكون العامل متزوجا أي أن $A_1 = \{\text{أن يكون العامل متزوج}\}$

$$P(A_1) = 27/50$$

نفرض أن الحادثة A_2 أن يكون العامل من القسم الأول أي أن $A_2 = \{\text{أن يكون العامل من القسم الأول}\}$

$$P(A_2) = 12/50$$

فيكون الاحتمال المطلوب:

$$P(A_1 \cup A_2) = P(A_1) + P(A_2) - P(A_1 \cap A_2) = (27/50) + (12/50) - (7/50) = 32/50 = 0.64$$

ت- نفرض أن الحادثة A_1 أن يكون العامل من القسم الثالث أي أن $A_1 = \{\text{أن يكون العامل من القسم الثالث}\}$

$$P(A_1) = 16/50$$

نفرض أن الحادثة A_2 أن يكون العامل أعزب أي أن $A_2 = \{\text{أن يكون العامل أعزب}\}$

$$P(A_2) = 23/50$$

فيكون الاحتمال المطلوب:

$$P(A_1 \cup A_2) = P(A_1) + P(A_2) - P(A_1 \cap A_2) = (16/50) + (23/50) - (10/50) = 29/50 = 0.58$$

إذا كان احتمال نجاح طالب في مقرر الرياضيات 0.64 واحتمال نجاحه في مقرر الإحصاء ومقرر الرياضيات معا 0.32 فما هو احتمال نجاحه في مقرر الإحصاء؟ علما بأنه نجح في مقرر الرياضيات.

الحل:

نفرض أن A_1 = {نجاح الطالب في مقرر الإحصاء}
 A_2 = {نجاح الطالب في مقرر الرياضيات}

وبذلك يكون:

$$P(A_2) = 0.64$$

$$P(A_1 \cap A_2) = 0.32$$

ويكون المطلوب في هذه المسألة هو حساب $P(A_1 | A_2)$ وتطبيق العلاقة:

$$P(A_1 | A_2) = \frac{P(A_1 \cap A_2)}{P(A_2)} = \frac{0.32}{0.64} = 0.5$$

إذا احتمال نجاح الطالب في مقرر الإحصاء علما بأنه نجح في مقرر الرياضيات هو 0.5

الجدول التالي يمثل توزيع عمال أحد المصانع حسب الحالة الاجتماعية للعامل وللقسم الذي يعمل به:

الحالة الاجتماعية	اعزب	متزوج	المجموع
القسم الأول	5	7	12
القسم الثاني	8	14	22
القسم الثالث	10	6	16
المجموع	23	27	50

اختر عامل من الجدول السابق بطريقة عشوائية، تم احسب الاحتمالات التالية:

- أ- احسب احتمال أن يكون العامل من القسم الأول بشرط أنه متزوج؟
 ب- احتمال أن يكون العامل أعزب بشرط أنه من القسم الثالث؟

الحل:

نفرض أن A_1 = {أن يكون العامل من القسم الأول}

A_2 = {أن يكون العامل متزوج}

B_3 = {أن يكون العامل من القسم الثالث}

B_4 = {أن يكون العامل أعزب}

فيكون بالتالي:

- أ- احتمال أن يكون العامل من القسم الأول بشرط أنه متزوج هو:
 احتمال أن يكون من القسم الأول ومتزوج
 احتمال أن يكون متزوج

$$P(A_1 | A_2) = \frac{P(A_1 \cap A_2)}{P(A_2)} = \frac{7}{27} = \frac{7}{27}$$

إذا احتمال أن يكون العامل من القسم الأول بشرط أنه متزوج هو 0.259

- ب- احتمال أن يكون العامل أعزب بشرط أنه من القسم الثالث هو:
 احتمال أن يكون العامل أعزب بشرط أنه من القسم الثالث
 احتمال أن يكون من القسم الثالث

$$P(B_1 | B_2) = \frac{P(B_1 \cap B_2)}{P(B_2)} = \frac{10}{16} = \frac{5}{8}$$

إذا احتمال أن يكون العامل أعزب بشرط أنه من القسم الثالث هو 0.625

إذا شارك اللاعب A باحتمال 0.6 واللاعب B باحتمال 0.8 وكان احتمال مشاركة اللاعب A علماً بأن الطالب B قد شارك هو 0.55 . فإذا شارك الطالب A في المباراة ما احتمال عدم مشاركة اللاعب B .

الحل:

المطلوب هو حساب الاحتمال

$$P(\bar{B} \setminus A) = \frac{P(\bar{B} \cap A)}{P(A)}$$

$$P(\bar{B} \cap A) = P(A) - P(A \cap B)$$

ولكن من المعطيات $P(A \setminus B) = 0.55$ منها نجد قيمة الاحتمال $P(A \cap B)$ كما يلي:

$$P(A \setminus B) = \frac{P(A \cap \bar{B})}{P(B)} = 0.55$$

$$P(A \cap B) = 0.55 \times P(B) = (0.55)(0.8) = 0.44$$

$$P(\bar{B} \cap A) = P(A) - P(A \cap B) = 0.6 - 0.44 = 0.16$$

$$P(\bar{B} \setminus A) = \frac{P(\bar{B} \cap A)}{P(A)} = \frac{0.16}{0.6} \cong 0.267$$

- تقدم شخصان لنفس الاختبار. احتمال نجاح الأول 0.7 واحتمال نجاح الآخر 0.9

أ- ما احتمال نجاحهما معاً؟

ب- ما احتمال نجاح احدهما على الأقل؟

الحل:

بفرض أن A : حادثة يمثل نجاح الطالب الأول، و B : حادثة يمثل نجاح الطالب الثاني

لأن نجاح الطالبين مستقلين عن بعضهما البعض فإن:

$$a) P(A \cap B) = P(A) P(B) = (0.7)(0.9) = (0.63)$$

$$b) P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= 0.7 + 0.9 - 0.63 = 0.97$$

- صندوق يحتوي على 10 كرات منها 4 كرات حمراء و 6 كرات صفراء. سحب 3

كرات بشكل عشوائي على التوالي بدون ارجاع. أحسب

أ- احتمال ان تكون كرتان حمراء وكرة صفراء

ب- احتمال ان تكون الكرات الثلاث صفراء

الحل:

بفرض أن A : حادثة يمثل كرتان حمراء وكرة صفراء، و B : حادثة يمثل الكرات الثلاث

حمراء

$$a) P(A) = \frac{\binom{4}{2} \binom{6}{1}}{\binom{10}{3}} = \frac{36}{120}$$

$$b) P(B) = \frac{\binom{4}{3} \binom{6}{0}}{\binom{10}{3}} = \frac{4}{120}$$

إذا اعطيت قيم الاحتمالات التالية:-

$$P(A) = 0.7, \quad P(B) = 0.3 \quad P(A \cup B) = 0.85$$

أوجد ما يلي:

$$1. P(A \cap B)$$

الحل:

$$1. P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$0.85 = 0.7 + 0.3 - P(A \cap B)$$

$$P(A \cap B) = 0.7 + 0.3 - 0.85 = 0.15$$

السلعة وتنتج الآلة الثانية نسبة 35% والثالثة بنسبة 45% ، فإذا كانت نسبة الإنتاج المعيب في التلات آلات على الترتيب هو 2% و 2.5% و 3% ، سحبت وحدة عشوائيا من إنتاج المصنع فوجد أنها معيبة، احسب الاحتمالات التالية:
 أ- أن تكون القطعة المعيبة من إنتاج الآلة الأولى؟
 ب- أن تكون القطعة المعيبة من إنتاج الآلة الثانية؟

الحل:

نفرض أن

$$\begin{aligned} P(A1) &= 0.2 & \{ \text{إنتاج الآلة الأولى} \} &= A1 \\ P(A2) &= 0.35 & \{ \text{إنتاج الآلة الثانية} \} &= A2 \\ P(A3) &= 0.45 & \{ \text{إنتاج الآلة الثالثة} \} &= A3 \\ & & \{ \text{إنتاج سلعة معينة} \} &= B \end{aligned}$$

فيكون:

$$P(B | A1) = 0.02$$

$$P(B | A2) = 0.025$$

$$P(B | A3) = 0.03$$

تكون السلعة من إنتاج الآلة الأولى إذا علم - بشرط - أنها معيبة هو:

$$P(A_1|B) = \frac{P(A_1)P(B|A_1)}{\sum_{i=1}^n P(A_i)P(B|A_i)} = \frac{0.2 \times 0.02}{(0.2 \times 0.02) + (0.35 \times 0.025) + (0.45 \times 0.03)} = 0.152$$

واحتمال أن تكون السلعة من إنتاج الآلة الثانية إذا علم - بشرط - أنها معيبة هو:

$$P(A_2|B) = \frac{P(A_2)P(B|A_2)}{\sum_{i=1}^n P(A_i)P(B|A_i)} = \frac{0.35 \times 0.025}{(0.2 \times 0.02) + (0.35 \times 0.025) + (0.45 \times 0.03)} = 0.333$$

مستشفى به أربعة أقسام، نسب عمال النظافة في هذه الأقسام هي 40% ، 30% ، 20% ، 10% على التوالي، إذا كانت نسب العمال المدخنين بهذه الأقسام هي 15% ، 18% ، 12% ، 9% على التوالي، اختير عامل عشوائيا فوجد أنه مدخن ، احسب الاحتمالات التالية:

أ- أن يكون العامل من القسم الأول؟

ب- أن يكون العامل من القسم الثاني؟

ت- أن لا يكون العامل من القسم الأول؟

الحل:

نفرض أن

$$\begin{aligned} P(A1) &= 0.3 & P(B | A1) &= 0.15 & \{ \text{أن يكون العامل من القسم الأول} \} &= A1 \\ P(A2) &= 0.4 & P(B | A2) &= 0.18 & \{ \text{أن يكون العامل من القسم الثاني} \} &= A2 \\ P(A3) &= 0.2 & P(B | A3) &= 0.12 & \{ \text{أن يكون العامل من القسم الثالث} \} &= A3 \\ P(A4) &= 0.1 & P(B | A4) &= 0.09 & \{ \text{أن يكون العامل من القسم الرابع} \} &= A4 \end{aligned}$$

احتمال أن يكون العامل من القسم الأول إذا علم - بشرط - أنه مدخن :

$$P(A_1|B) = \frac{P(A_1)P(B|A_1)}{\sum_{i=1}^4 P(A_i)P(B|A_i)} = \frac{0.3 \times 0.15}{(0.3 \times 0.15) + (0.4 \times 0.18) + (0.2 \times 0.12) + (0.1 \times 0.09)} = 0.3$$

واحتمال أن يكون العامل من القسم الثاني إذا علم - بشرط - أنه مدخن :

$$P(A_2|B) = \frac{P(A_2)P(B|A_2)}{\sum_{i=1}^4 P(A_i)P(B|A_i)} = \frac{0.4 \times 0.18}{(0.3 \times 0.15) + (0.4 \times 0.18) + (0.2 \times 0.12) + (0.1 \times 0.09)} = 0.48$$

واحتمال أن لا يكون العامل من القسم الأول إذا علم - بشرط - أنه مدخن :

$$P(A_1^c|B) = 1 - 0.3 = 0.7$$

$${}^5C_3 = \binom{5}{3} = 10$$

تكتب على أي من
الشكلين

التوافق :-

اضغط 5 ثم زر nCr ثم 3

$$5P_3 = 60$$

التباديل

اضغط 5 ثم زر shift ثم زر nCr
ثم 3

المضروب

$$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

اضغط 5 ثم زر SHIFT ثم زر x^{-1}

أسئلة غير محلولة

لتمرين الطالب

(١) أحد المصانع يمتلك ثلاث آلات (A , B , C)، فإذا علمت أن الآلة A تنتج 40% من إنتاج المصنع والآلة B تنتج 35% من الإنتاج، أما الآلة C فتنتج 25% من الإنتاج، وكان نسبة الإنتاج المعيب من الآلة A هو 5%، والإنتاج المعيب من الآلة B هو 4%، أما الإنتاج المعيب من الآلة C فقد بلغ 3%، فإن احتمال وجود وحدة معيبة عند سحب وحدة واحدة من إنتاج هذه المصنع تساوي :-

- أ- $0.40 \times 0.05 + 0.35 \times 0.04 + 0.25 \times 0.03$
 ب- $0.05 + 0.04 + 0.03$
 ج- $0.40 + 0.35 + 0.25$
 د- $0.40 \times 0.95 + 0.35 \times 0.96 + 0.25 \times 0.97$

(٢) أحد المصانع يمتلك ثلاث آلات (A , B , C)، فإذا علمت أن الآلة A تنتج 40% من إنتاج المصنع والآلة B تنتج 35% من الإنتاج، أما الآلة C فتنتج 25% من الإنتاج، وكان نسبة الإنتاج المعيب من الآلة A هو 5%، والإنتاج المعيب من الآلة B هو 4%، أما الإنتاج المعيب من الآلة C فقد بلغ 3%، فإن احتمال وجود وحدة معيبة من إنتاج الآلة الأولى عند سحب وحدة واحدة من إنتاج هذه المصنع تساوي :-

- أ- $\frac{0.40 \times 0.05}{0.40 \times 0.05 + 0.35 \times 0.04 + 0.25 \times 0.03}$
 ب- $\frac{0.35 \times 0.04}{0.40 \times 0.05 + 0.35 \times 0.04 + 0.25 \times 0.03}$
 ج- $\frac{0.25 \times 0.03}{0.40 \times 0.05 + 0.35 \times 0.04 + 0.25 \times 0.03}$
 د- 0.05

(٣) أحد المصانع يمتلك ثلاث آلات (A , B , C)، فإذا علمت أن الآلة A تنتج 40% من إنتاج المصنع والآلة B تنتج 35% من الإنتاج، أما الآلة C فتنتج 25% من الإنتاج، وكان نسبة الإنتاج المعيب من الآلة A هو 5%، والإنتاج المعيب من الآلة B هو 4%، أما الإنتاج المعيب من الآلة C فقد بلغ 3%، فإن احتمال وجود وحدة معيبة من إنتاج الآلة الثانية عند سحب وحدة واحدة من إنتاج هذه المصنع تساوي :-

- أ- $\frac{0.35 \times 0.04}{0.40 \times 0.05 + 0.35 \times 0.04 + 0.25 \times 0.03}$
 ب- $\frac{0.40 \times 0.05}{0.40 \times 0.05 + 0.35 \times 0.04 + 0.25 \times 0.03}$
 ج- $\frac{0.25 \times 0.03}{0.40 \times 0.05 + 0.35 \times 0.04 + 0.25 \times 0.03}$
 د- 0.05

(٤) أحد الكليات بها ثلاث أقسام، قسم المحاسبة وبه 50% من الطلاب، وقسم الإدارة وبه 40% من الطلاب، وقسم المالية وبه 10% من الطلاب، فإذا علمت أن احتمال الرسوب بقسم المحاسبة هو 10%، واحتمال الرسوب بقسم الإدارة هو 15%، واحتمال الرسوب بقسم المالية 5%، فإذا تم اختيار احد طلاب هذه الكلية عشوائياً فإن احتمال أن يكون الطالب رئيس تساوي :-

- أ- $0.50 \times 0.10 + 0.40 \times 0.15 + 0.10 \times 0.05$
 ب- $0.10 + 0.15 + 0.05$
 ج- $0.50 + 0.40 + 0.10$
 د- $0.50 \times 0.90 + 0.40 \times 0.85 + 0.10 \times 0.95$

(٥) إذا أعطيت قيم الاحتمالات التالية :-

$$P(A) = 0.65 \quad P(B) = 0.60 \quad P(A \cap B) = 0.48$$

فإن الاحتمال $P(A \cup B)$ يساوي:-

- أ- 0.77
- ب- 0.35
- ج- 0.4
- د- 0.39

(٦) إذا أعطيت قيم الاحتمالات التالية :-

$$P(A) = 0.75 \quad P(B) = 0.58 \quad P(A \cup B) = 0.54$$

فإن الاحتمال $P(A \cap B)$ يساوي:-

- أ- 0.79
- ب- 0.25
- ج- 0.42
- د- 0.435

(٧) صندوق يحتوي على 15 كرة منها 10 كرات حمراء و5 كرات بيضاء ، سحب أربع كرات بشكل عشوائي على التوالي بدون ارجاع ، فإن احتمال أن تكون كرتان حمراء وكرتان بيضاء تساوي :-

- أ- $\frac{\binom{5}{2}\binom{10}{2}}{\binom{15}{4}}$
- ب- $\frac{\binom{5}{2}\binom{10}{2}}{\binom{10}{4}}$
- ج- $\frac{10}{15}$
- د- $\binom{5}{2}\binom{10}{2}$

(٨) صندوق يحتوي على 15 كرة منها 10 كرات حمراء و5 كرات بيضاء ، سحب أربع كرات بشكل عشوائي على التوالي بدون ارجاع ، فإن احتمال أن تكون كرتان حمراء وكرتان بيضاء تساوي :-

- أ- 0.32967
- ب- 0.032967
- ج- 0.007326
- د- 450

(٩) إذا كان احتمال النجاح في اختبار الاحصاء 0.85 واحتمال النجاح في اختبار الرياضيات 0.75، واحتمال النجاح في المقررين معاً هو 0.7، فإن احتمال النجاح في أحد المقررين على الأقل تساوي :-

- أ- 0.9
- ب- 0.6375
- ج- 0.3
- د- 0.35

(١٠) تقدم شخصان لنفس الاختبار ، فإذن كان احتمال نجاح الأول 0.8 واحتمال نجاح الثاني 0.7، فإن احتمال نجاحهما معاً يساوي:-

- أ- 0.56
- ب- 0.94
- ج- 1.5
- د- 0.06

(١١) إذا كان احتمال النجاح في مقرر مبادئ الاحصاء 0.7 واحتمال النجاح في مقرر الاحصاء للإدارة 0.85 ، واحتمال النجاح في المقررين معاً 0.6 ، فإن احتمال نجاح الطالب في مقرر الاحصاء بالإدارة بشرط أن يكون قد نجح في مقرر مبادئ الاحصاء يساوي:-

- أ- 0.857
- ب- 0.706
- ج- 0.824
- د- 0.85

(١٢) تقدم شخصان لنفس الاختبار ، فإذن كان احتمال نجاح الأول 0.8 واحتمال نجاح الثاني 0.7، فإن احتمال رسوبهما معاً يساوي:-

- أ- 0.06
- ب- 0.56
- ج- 0.94
- د- 1.5

(١٣) الجدول التالي يمثل توزيع عمال أحد المصانع حسب الحالة الاجتماعية للعامل والقسم الذي يعمل به:

الحالة الاجتماعية	اعزب	متزوج	المجموع
القسم الأول	10	14	24
القسم الثاني	16	28	44
القسم الثالث	20	12	32
المجموع	46	54	100

اختر عامل من الجدول السابق بطريقة عشوائية، فإن احتمال أن يكون العامل من القسم الأول أو الثاني يساوي:-

- أ- 0.68
- ب- 0.24
- ج- 0.44
- د- 0.1056

(١٤) الجدول التالي يمثل توزيع عمال أحد المصانع حسب الحالة الاجتماعية للعامل والقسم الذي يعمل به:

الحالة الاجتماعية	اعزب	متزوج	المجموع
القسم الأول	10	14	24
القسم الثاني	16	28	44
القسم الثالث	20	12	32
المجموع	46	54	100

اختر عامل من الجدول السابق بطريقة عشوائية، فإن احتمال أن يكون العامل متزوجاً أو من القسم الأول يساوي:-

- أ- 0.64
- ب- 0.54
- ج- 0.24
- د- 0.78

(١٥) تم رمي قطعة نقود خمس مرات، فإن احتمال ظهور صورة واحدة على الأقل يساوي:-

- أ- 0.96875
- ب- 0.03125
- ج- 0.5
- د- 32

(١٦) إذا كان احتمال نجاح الطالب في اختبار الاحصاء هو 0.8 واحتمال نجاحه في الرياضيات 0.7 واحتمال نجاحه في المقررين 0.75، فإن احتمال رسوبه في المقررين يساوي:-

- أ- 0.25
- ب- 0.75
- ج- 0.25
- د- 0.56

(١٧) رمي حجر ترد مرة واحد ، فإن احتمال الحصول على الرقم 4 أو 6 على الوجه العلوي يساوي:-

- أ- 0.333
- ب- 0.167
- ج- 0.0278
- د- 0.5

(١٨) رمي حجر ترد مرة واحد ، فإن احتمال الحصول على رقم زوجي على الوجه العلوي يساوي:-

- أ- 0.5
- ب- 0.00463
- ج- 0.0278
- د- 0.333