" حل تمارين المحاضرات "

المحاضرة الاولى – الثانية

تمرين : أوجد حاصل الضرب الديكارتي X × Y أذا كان : Y = [٥،٧] ، X = [٠،١،٢]

X × Y= {(٠،٥) ، (٠،٧) ، (١،٥) ، (١،٧) ، (٢،٥) ، (٢،٧)}

تمرين : حدد ما إذا كانت العلاقات التالية تمثل دوال مستخدماً المجموعتين السابقتين في المثال السابق :

١- F2 ={(1,6),(2,4),(3,5)}

F2 تمثل دالة لتحققها من الشرطين

٢- f 3={(1,4),(2,6)}

هذه العلاقة لا تمثل دالة بسبب عدم ارتباط العنصر ٣ مع أي عنصر في المجال المقابل

٣- f 4={(1,4),(2,5),(2,6)}

لا تمثل دالة بسبب ٢ ارتبطت مع اكثر من عنصر

تمرين : ارسم منحنى الدالة $f(x) = 3x - 1$:

X	-3	-2	-1	0	1	2
Y=f(x)	-10	-7	-4	-1	2	5

F(-3)= 3(-3)-1 = -10

F(-2)= 3(-2)-1 = -7

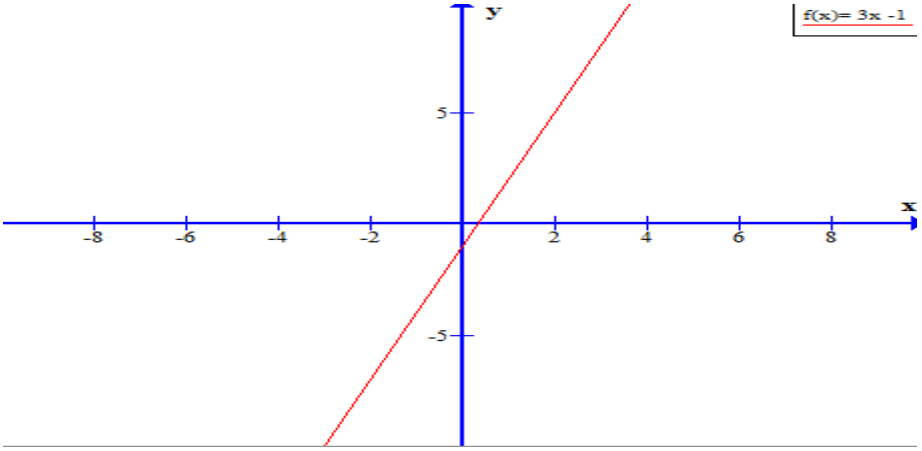
F(-1)= 3(-1)-1 = -4

F(0)= 3(0)-1 = -1

F(1)= 3(1)-1 = 2

F(2)= 3(2)-1 = 5

اذاً : (-٣،-١٠) ، (-٢،-٧) ، (-١،-٤) ، (٠،-١) ، (١،٢) ، (٢،٥) ، (٣،٨)



تمارين

١) اذا كانت $f(x) = 2x^3 + x - 1$ فأوجد

F(2)= 2(2) 3 + 2-1 = 17

F(-1)= 2(-1) 3 +(-1) = -4

F(0)= 2(0) 3 + 0-1 = -1

٢) يتكون من عدة نقاط

اذا كانت $f(X) = 2X^2 + X - 1$ فأوجد $f(0)$ ،$f(-1)$ ، $f(2)$

$f(-1) = 2(-1)^2 + (-1) - 1 = 0$

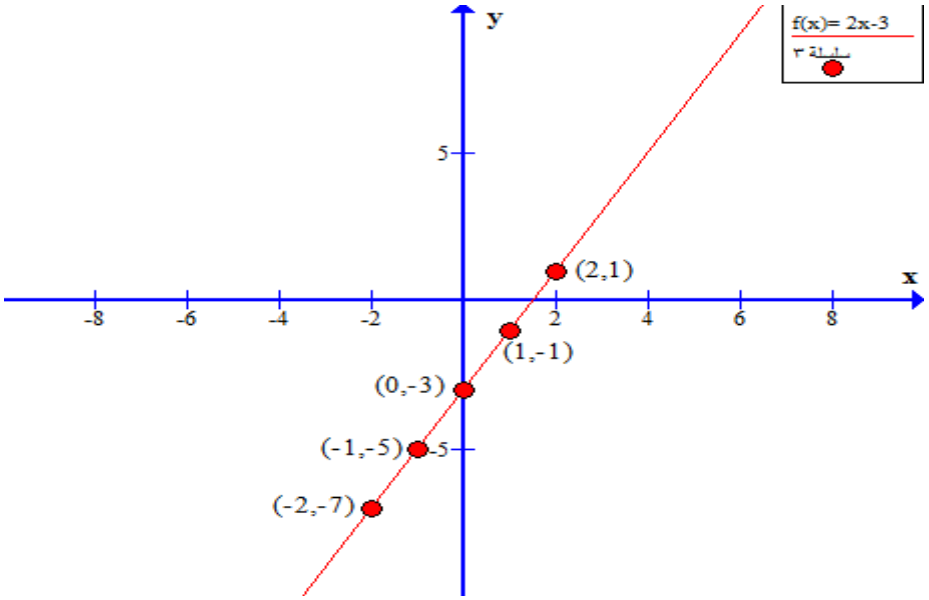
$f(0) = 2(0)^2 + (0) - 1 = -1$

$f(2) = 2(2)^2 + (2) - 1 = 9$

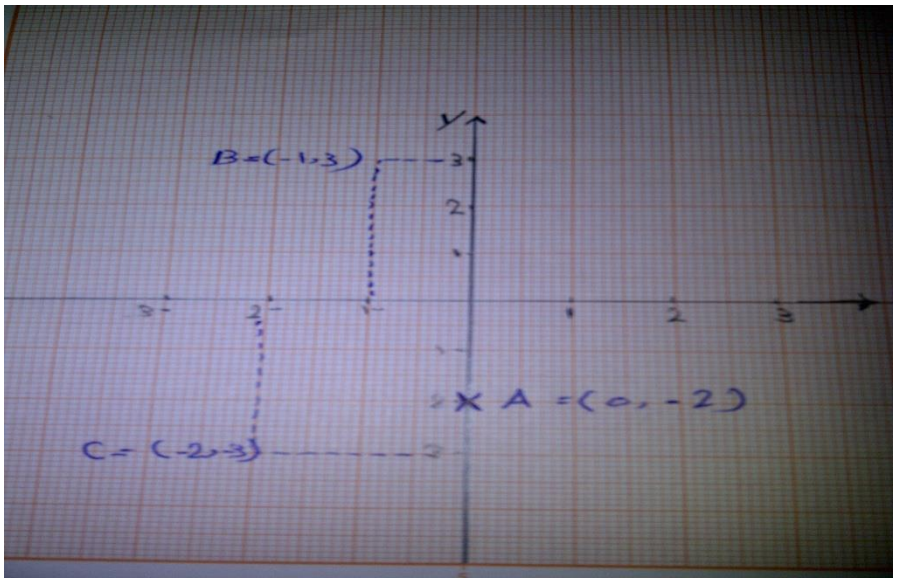
٣) مثل الدالة $y = 2x-3$ في المستوى البياني

x	-2	-1	0	1	2
Y= f(X)	-7	-5	-3	-1	1

F(-2)= 2(-2)-3 = -7
F(-1)= 2(-1)-3 = -5
F(0)= 2(0)-3 = -3
F(1)= 2(1)-3 = -1
F(2)= 2(2)-3 = 1



٤) عين النقاط التالية على السطح البياني :
A=(0,-2) , B=(-1,3) , C=(-2,-3)



٥) اذا كانت $f1\ (x) = x+1$,
$f\ (x) = X^2$ أوجد :

$$1-(f1+f2)(X) = f1(X)+f2(X) = X^2+X+1$$

$$2-(f1.f2)(X) = f1(X+1).f2(X\text{^}2) = X^3+X\text{^}2$$

$$3-(f1\div f2)(X) = \frac{f1}{f2}(X) = \frac{X+1}{X\text{^}2} = X^2 \neq 0$$

$$4 - (f1 \circ f2)(X) = f1(f2(X)) = (X^2) + 1$$

$$5 - (f1 - f2)(X) = f1(X) - f2(X) = (X + 1) - X^2 = -X^2 + X + 1$$

$6 - f1$ اوجد معكوس الداله

$$y = f1(X) = X + 1$$

$$y - 1 = X$$

$$X = y - 1$$

$$f_1^{-1}(X) = y - 1$$

٦) مثل الداله التاليه في المستوى الأحداثي:

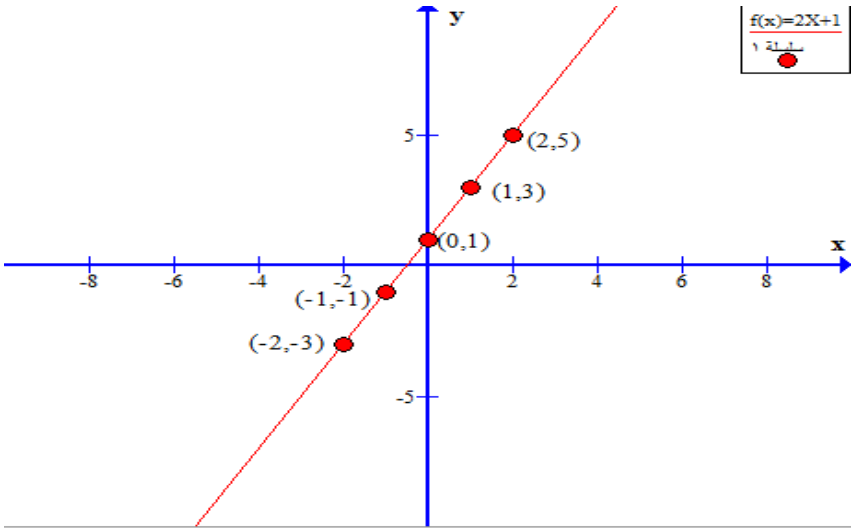
$$f(X) = 2X + 1 \text{ :}$$

X	-2	-1	0	1	2
F(x)	-3	-1	1	3	5

F(-2)= 2(-2)+1 = -3
F(-1) 2(-1)+1 = -1
F(0)= 2(0)+1 = 1
F(1)= 2(1)+1 = 3
F(2)= 2(2)+1 = 5

والأزواج المرتبه هي

(-2 , -3)، (-1 , -1) ، (0 , 1) ، (1 , 3) ، (2 , 5)



تمرين :احسب عدد الطاولات المصنعة عام رين :احسب عدد الطاولات المصنعة عام 2012م اذا كان المصنع قد أنتج 8000 طاولة عام 2003م ، ثم أنتج 12000 طاولة في عام 2004م وحافظ على نفس المعدل من الانتاج حتى هذا العام .

الحل: m= 12000 – 8000 = 4000

$$m=\frac{y2-y1}{x2-x1}$$

$$(x1, y1) = (2004 , 12000)$$

$$(x2 , y2) = (2012 , y2)$$

$$M=4000 = \frac{y2-12000}{2012-2004}$$

$$= \frac{y2-12000}{8}$$

$$4000 \times 8 = y2 - 12000$$

$$y2 = 32000 + 12000 = 44000$$

اذاً عدد الطاولات المصنعة عام 2012 = 44000 طاولة .

تمرين : أكتب معادلة المستقيم الذي ميلة 3- ويقطع محور y عند النقطة (0,2)

$$(y_2 - y_1) = m (X_2 - X_1)$$

$$(y_2 - 2) = -3(X_2 - 0)$$

$$y-2=-3X$$

$$y=-3X+2$$

تمرين : أكتب معادلة المستقيم الذي ميلة 2- ويمر بالنقطة (1,3)

الحل :

$$Y2 - y1 = m (x2 - x1)$$

$$Y - 3 = -2 (x-1)$$

$$y-3 = -2x+2$$

نقل الـ ٣- مع تغيير الاشارة

$$Y= -2x+2+3$$

$$y= -2x+5$$ اذاً

تمرين : أكتب معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطتين : (2,5) , (-3,1)

اولاً نوجد ميل المستقيم :

$$M=\frac{y2-y1}{X2-X1} = \frac{1-5}{-3-2} = \frac{-4}{-5} = \frac{4}{5}$$

التعويض :

$$(y-y_1)= m (X-X1)\ y-5 = \frac{4}{5}(X-2)$$

$$y-5 = \frac{4}{5}X\frac{8}{5} \qquad y = \frac{4}{5}\times(\frac{8}{5}+5)$$

$$Y=\frac{4}{5}X - \frac{17}{5} + 5$$

تمرين : أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين A(2,3) , B=(1,5) وهل المستقيم صاعداً أم نازلاً ؟

$M=\frac{y2-y1}{x2-x1}$, x1 ≠ X2

$M=\frac{0-3}{1-2} = -\frac{3}{1}$

اذاً $m= -\frac{3}{2} <0$

نستنتج أن المستقيم نازلاً .

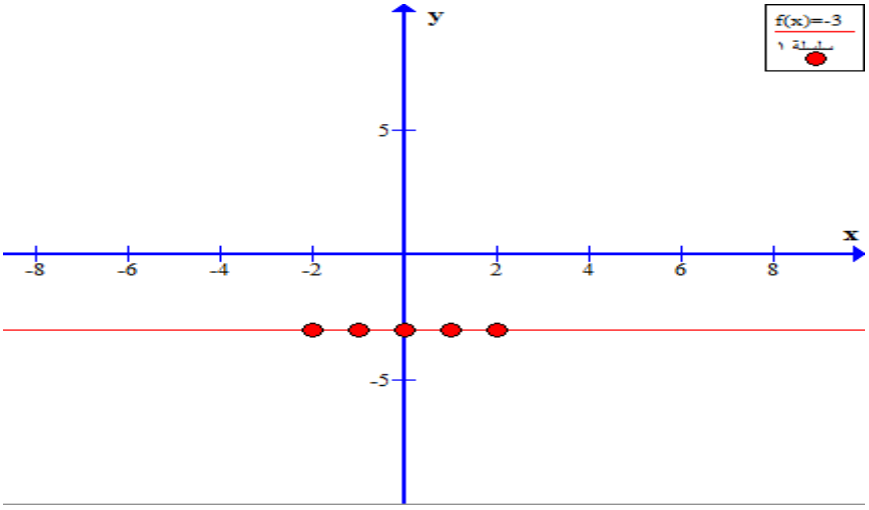
تمرين : مثل بيانياً الدوال الثابتة التالية : f(x)= -3 , $f(x)=\frac{1}{2}$, f(x)=0

f(x)= -3

x	-2	-1	0	1	2
F(x)	-3	-3	-3	-3	-3

والأزواج المرتبه هي:

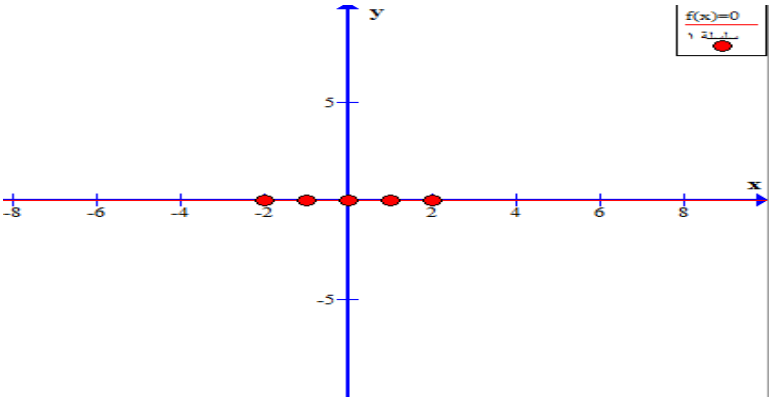
(-2 , -3) ، (-1 , -3) ، (0 , -3) ، (1 , -3) ، (2 , -3)



f(x)=0

x	-1	-2	0	1	2
F(x)	0	0	0	0	0

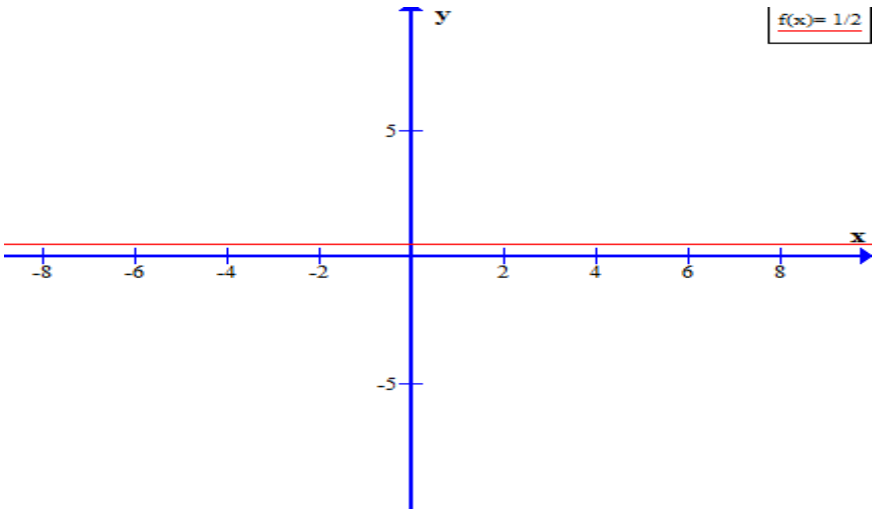
اذاً (-1,0) , (-2,0) , (0,0), (1,0) , (2,0)



$f(x)=\frac{1}{2}$

x	-1	-2	0	1	2
F(x)	-1\2	-1	0	1\2	1

اذاً (2,1) , (1, 1\2) ,(0,0) , (-2,-1) , (-1,-1\2)



تمرين : ارسم منحنى الدالة السابقة y= 3x+2 , y= -2 x-1

y= 3x+2

x	-3	-2	0	1	2
Y f(X)	-14	-11	-5	-2	1

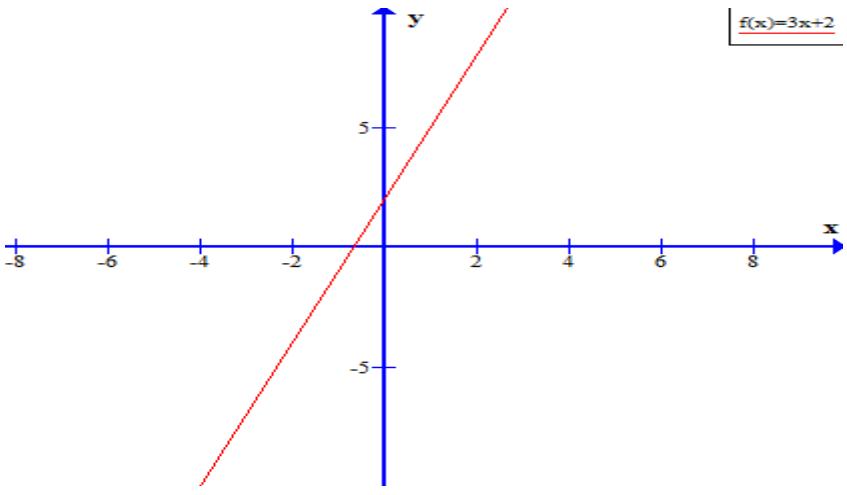
F(-3)=3 (-3)-5 =-14 (-3,-14)

F(-2)=3(-2)-5 = -11 (-2,-11)

F(0)=3(0)-5 = -5 (0,-5)

F(1)=3(1)-5 =-2 (1,-2)

F(2)=3(2)-5 =1 (2,1)



y= -2 x-1

x	-3	-2	0	1	2
Y f(X)	-8	-5	1	4	7

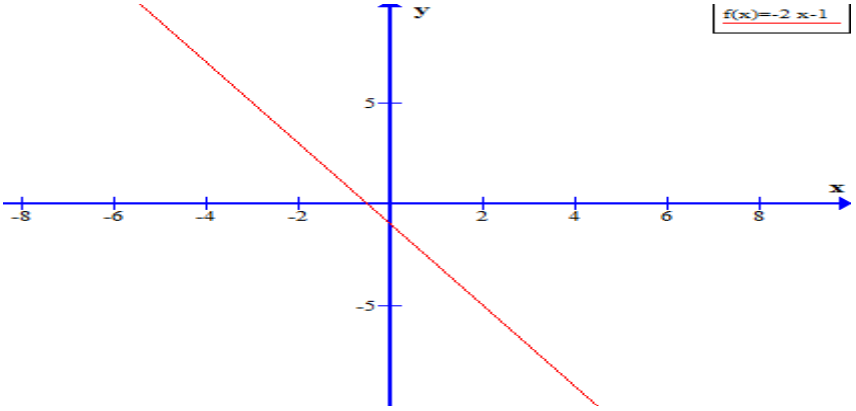
F(-3)=3 (-3)+1 =-8 (-3,-8)

F(-2)=3(-2)+1 = -5 (-2,-5)

F(0)=3(0)+1 = 1 (0,1)

F(1)=3(1)+1 =4 (1,4)

F(2)=3(2)+1 =7 (2,7)



المحاضرة الثالثة

تمرين : حل النظام التالي بطريقة التعويض

1 → X-2y = 1

2 → 2X- y = 5

الحل :

اولاً نوجد X في المعادله الاولى

X=2y+1

بالتعويض ناتج x في المعادلة الثانية

2X-y=5

2(2y+1)-y=5

4y+2-y=5

3y=5-2

$\frac{3y}{3} = \frac{3}{3}$ $y = 1$

أيجاد قيمه x باستخدام المعادلة الاولى

X-2y=1

X-2(1)=1

X-2=1

X=1+2

X=3

اذاً مجموعة الحل عبارة عن زوج مرتب = { (1، 3) }

تمرين : حل النظام التالي بطريقه الحذف

1 → 3x – y = 2

2 → 2x +y = 3

الحل : اولاً جمع المعادلتين

3X-y=2

2X+y=3 +

5+0=5

$\frac{5X}{5} = \frac{5}{5}$ $X = 1$

نوجد قيمه y بالتعويض في المعدلة الثانية

2(1)+y=3

2+y=3

Y=3-2

Y=1

تمرين : حل النظام التالي باستخدام الرسم البياني

1 → X + y =1

2 → 2x – y = 2

الحل: اولاً نوجد الازواج المرتبه للمعادلة الاولى ثم نرسم جدول

$$X + y = 1$$

$$Y = -X + 1$$

الازواج المرتبه للمعادلة الاولى :

x	-2	-1	0	1	2
y	3	2	1	0	-1

اذاً (1- , 2) ، (1 , 0) ، (0 , 1) ، (2 , -1) ،(3 , -2)

ثانياً نوجد الازواج المرتبه للمعادلة الثانية ثم نرسم جدول

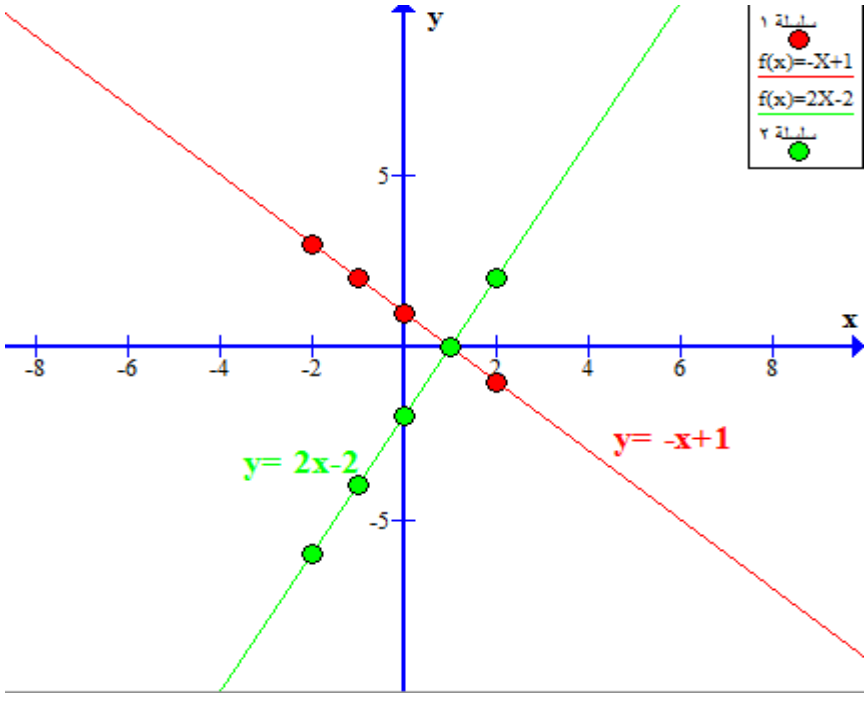
$$2X - y = 2$$

$$Y = 2X - 2$$

x	-2	-1	0	1	2
y	-6	-4	-2	0	2

اذاً (2 , 2) ، (1 , 0) ، (0 , -2) ، (-4 , -1) ،(-6 , -2)

التمثيل على الرسم البياني :



تمرين : احسب المسافات بين النقطتين

(-1 , 5) , (2 , 3)

الحل : القانون

$$d = \sqrt{(x2 - x1)^2 + (y2 - y1)^2}$$

$$d = \sqrt{(-5 - 2)^2 + (3 - 6)^2}$$

$$d = \sqrt{(-7)^2 + (3)^2}$$

$$d = \sqrt{49 + 9}$$

$$d = \sqrt{58}$$

تمرين : حدد ما إذا كانت الدالة التالية زوجية ام لا مع الرسم

F(x)= $x^2 + 2$

الحل : f(-x) = $(-x)^2$ +2

تابع الحل

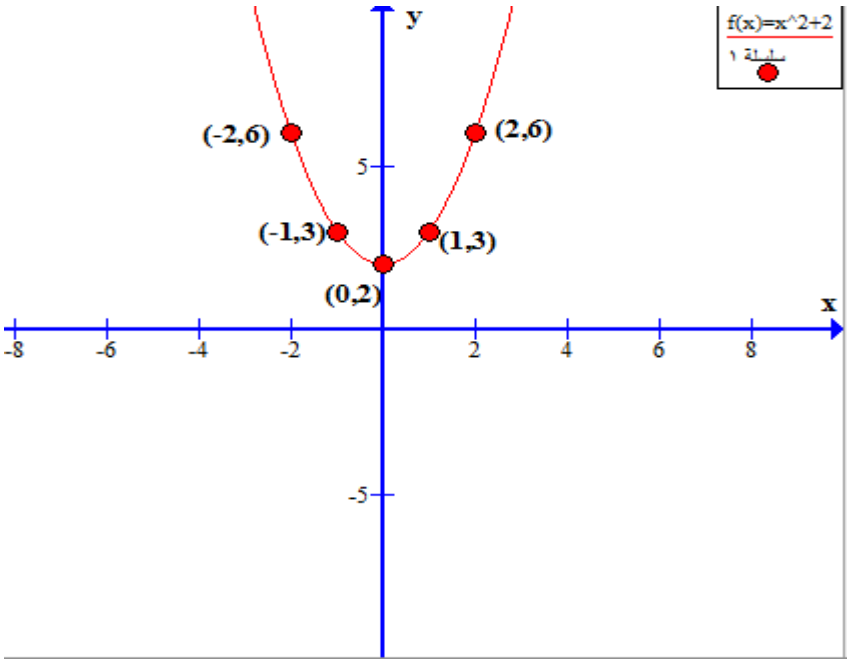
$x^2 + 2$ =

اذاً الدالة زوجية

الرسم البياني :

x	-2	-1	0	1	2
y	6	3	2	3	6

الازواج المرتبه : (2,6) , (1,3) , (0,2) , (-1,3) , (-2,6)



تمرين : تحقق من أن الدالة f(x) = x^3 -1 دالة فردية

الحل: f(-x)= $(-x)^3$ -1

f(-x)= $-x^3$ -1 = -f (x)

اذاً الدالة فردية

تمرين : حدد نوع الدوال التالية كونها زوجية أو فردية أو لا زوجية ولا فردية

١) F(x)= $x^3 + 2x + 1$

الحل : f(-x)= $(-x)^3$+2(-x) +1

= $-x^3$ +2-x+1

اذاً الدالة فردية .

٢) F(x)= $x^4 + x^2 + 2$

الحل : f(-x)= $(-x)^4 + (-x)^2$ +2

= $x^4 + x^2$ +2

اذاً الدالة زوجية .

المحاضرة الرابعة

تمرين (١): ادرس اطراد الدالة

حدد نوع الدالة (تزايديه أم تناقصية)

F(x)= $x^3 - 2$ على الفترة [-2, -1]

الحل : f(-2)= $(-2)^3$ -2 = -10

F(-1)= $(-1)^3 - 2 = -3$

F (-2) < f (-1)

-10 < -3

اذاً الدالة تزايدية

تمرين (٢): اذا كانت sin $\theta = \frac{3}{4}$, θ زاويه حاده تقع في الربع الأول .

اوجد cos θ ، tan θ ، cot θ ، sec θ، csc θ :

الحل :

$\sin\theta^2 + \cos\theta^2 = 1$

$$(\frac{3}{4})^2 + \cos\theta^2 = 1$$

$$\frac{9}{16} + \cos\theta^2 = 1$$

$$\cos\theta^2 = 1 - \frac{9}{16} = \frac{7}{16}$$

$$\cos\theta = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

$$\tan\theta = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{\sqrt{7}}{4}} = \frac{3}{\sqrt{7}}$$

$$\cot\theta \ \frac{\sqrt{7}}{3}$$

$$\csc\theta \ \frac{4}{3}$$

$$\sec\theta = \frac{4}{\sqrt{7}}$$

اوجد النسب المثلثيه للزاوية A – تابع للمثال :

$$\text{sinA} = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{5}{\sqrt{34}}$$

$$\text{cosA} = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{3}{\sqrt{34}}$$

$$\text{tanA} = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{5}{3}$$

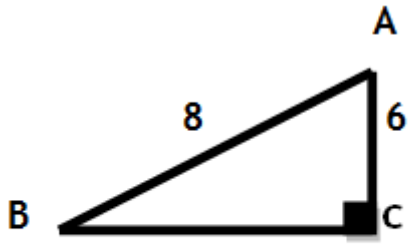
$$\text{secA} = \frac{\text{الوتر}}{\text{المجاور}} = \frac{\sqrt{34}}{3}$$

$$\text{cscA} = \frac{\text{الوتر}}{\text{المقابل}} = \frac{\sqrt{34}}{5}$$

$$\text{cotA} = \frac{\text{المجاور}}{\text{المقابل}} = \frac{3}{5}$$

تمرين (٣): اذا كان ABC مثلث قائم ف الزاوية C

|AC| = 6 ، |AB| = 8



$\sqrt{28}$

أوجد |BC| ثم أحسب النسب المثلثيه للزاوية B

الحل : $|BC|^2 = |AB|^2 - |AC|^2$

$= 8^2 - 6^2$

$=64 - 36 = 28$

بجذر 28 اذاً $|BC|^2 = \sqrt{28}$

حساب النسب المثلثية للزاوية B :

$\sin(B) \frac{6}{8}$

$\cos(B) \frac{\sqrt{28}}{8}$

$\tan(B) \frac{6}{\sqrt{28}}$

$\cot(B) \frac{\sqrt{28}}{6}$

$\sec(B) \frac{8}{\sqrt{28}}$

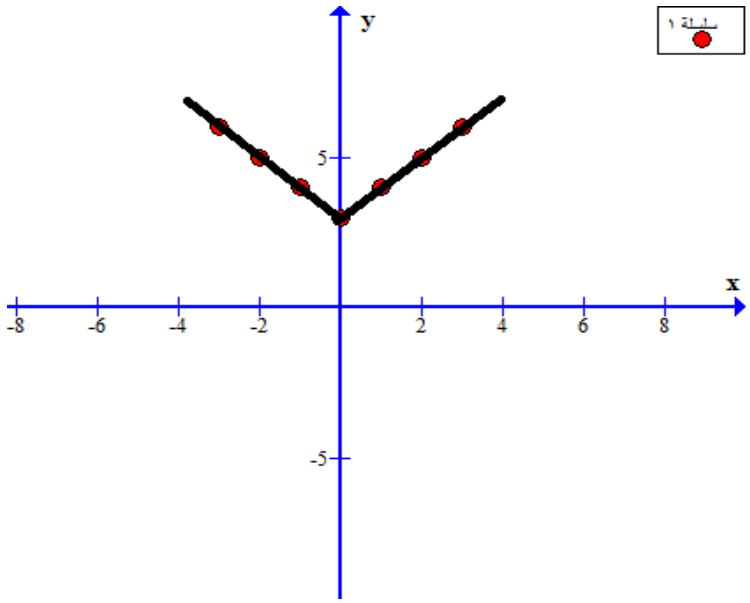
$\csc(B) \frac{8}{6}$

تمرين (٤): ارسم الداله f(X)=|x| +3 وحدد المجال والمدى:

X	-3	-2	-1	0	1	2	3
F(X)	6	5	4	3	4	5	6

المجال: ينتمي IR

والمدى: [3 ، ∞)

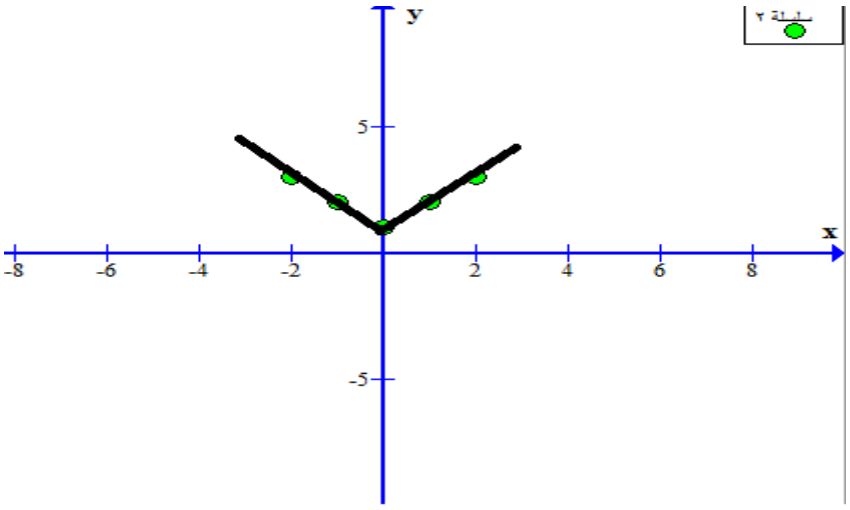


تمرين : ارسم منحنى الدالة $f(X)= |X|+1$

X	-2	-1	0	1	2
F(X)	3	2	1	2	3

المجال = R

المدى = $[1 ، \infty)$



تمرين : ١- ارسم منحنى الدالة $f(X)=(\frac{1}{2})^X$

الحل :

X	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
F(X)	8	4	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$

تابع الحل :

$$(\frac{1}{2})^{-3} = (\frac{2}{1})^{3} = 8$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = \left(\frac{2}{1}\right)^{2} = 4$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = \left(\frac{2}{1}\right)^{1} = 2$$

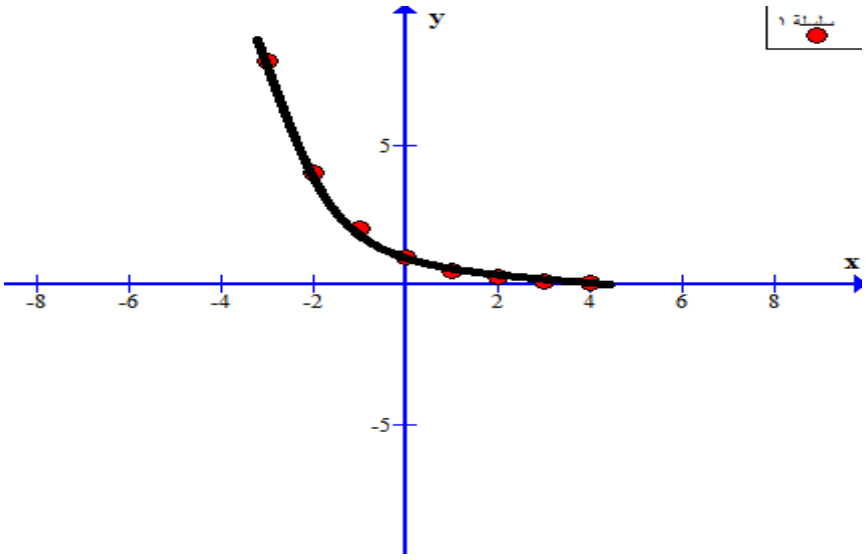
$$\left(\frac{1}{2}\right)^{0} = 1$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{1} = \frac{1}{2}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{2} = \frac{1}{4}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{3} = \frac{1}{8}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{4} = \frac{1}{16}$$



٢- ارسم منحنى الدالة $f(X)=3^x$

الحل :

X	-3	-2	-1	0	1	2	3
F(X)	$\frac{1}{27}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{3}$	1	3	9	27

تابع الحل :

$$\left(\frac{3}{1}\right)^{-3} = \frac{1}{3^3} = \frac{1}{27}$$

$$\left(\frac{3}{1}\right)^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$$

$$\left(\frac{3}{1}\right)^{-1} = \frac{1}{3}$$

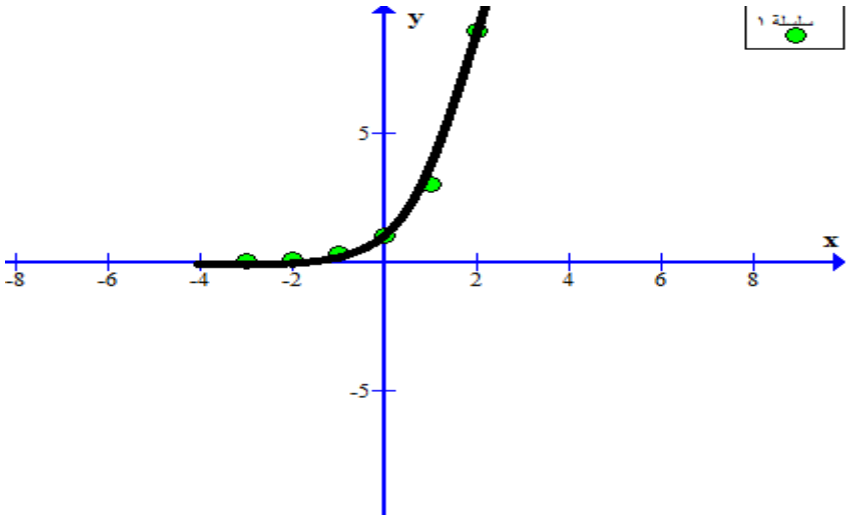
$$3^0 = 1$$

$3^1=3$

$3^2=9$

$3^3=27$

الرسم :



المحاضرة الخامسة

تمرين : ارسم الدالة $f(X)=3^x$ ، $f(X)=(\frac{1}{3})^x$:

١) $f(X)=3^x$:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
F(x)	$\frac{1}{27}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{3}$	1	3	9	27

$$\left(\frac{3}{1}\right)^{-3} = \frac{1}{3^3} = \frac{1}{27}$$

$$\left(\frac{3}{1}\right)^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$$

$$\left(\frac{3}{1}\right)^{-1} = \frac{1}{3}$$

تابع الحل :

$3^0 = 1$

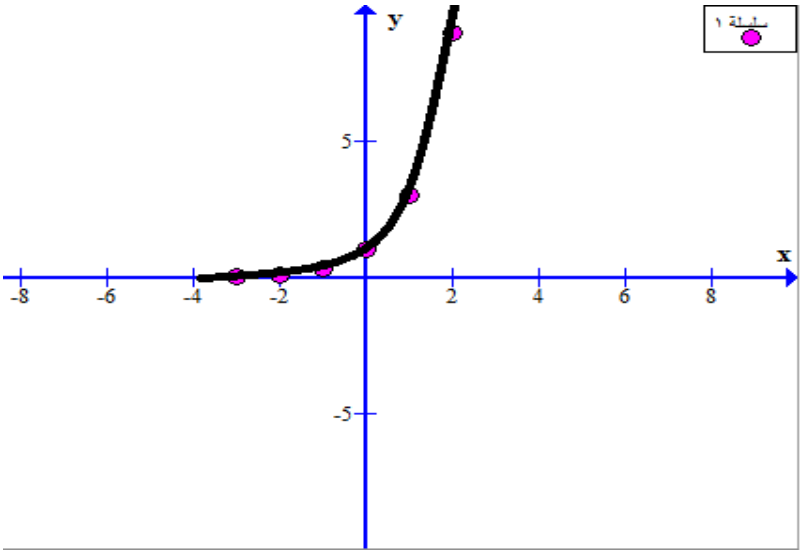
$3^1=3$

$3^2=9$

$3^3=27$

داله تزايدية ومجاله ينتمي IR

والمدى:]0، ∞ [



٢) $f(X)=(\frac{1}{3})^x$:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
F(x)	27	9	3	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{27}$

$\left(\frac{1}{3}\right)^{-3} = 3^3 = 27$

$\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = 3^2 = 9$

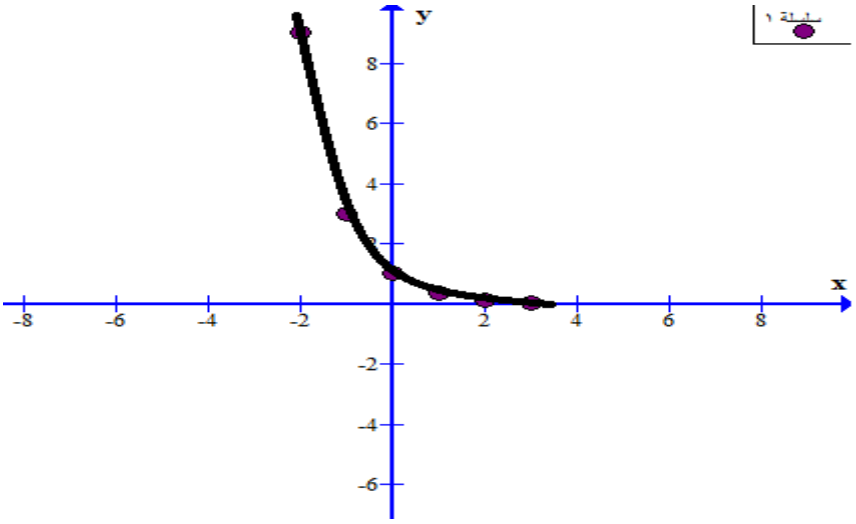
$\left(\frac{1}{3}\right)^{-1} = 3^1 = 3$

$\left(\frac{1}{3}\right)^{0} = 1$

$\left(\frac{1}{3}\right)^{1} = \frac{1}{3}$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{27}$$



داله تناقصية ومجاله ينتمي IR والمدى:]0، ∞ [

تمرين : حل المعادلة الآسية

$2^x = 32$

الحل :

$2^x = 2^5$

تمرين : أحسب :

١) $\log_2 \frac{8}{64}$

الحل :

$= \log_2 8 - \log_2 64$

$= \log_2 2^3 - \log_2 2^6$

$= 3 \log_2 2 - 6 \log_2 2$

$= 3 \times 1 - 6 \times 1 = -3$

٢) $\log_3 (27 \cdot 81)$

الحل :

$= \log_3 27 + \log_3 81$

$=\log_3 3^3 + \log_3 3^4$

$=3 \log_3 3 + 4 \log_3 3$

$= 3 \times 1 + 4 \times 1 = 7$

٣) $\log_5 (125)^4$

الحل :

$=4\log_5 125 = 4\log_5 5^3$

$= 4 \times 3\log_5 5 = 4 \times 3 \times 1 = 12$

تمرين : بدون استخدام الحاسبه ، مستخدماً قوانين اللوغاريتمات احسب ما يلي :

١) $\log_2 (8 \times 16)$

الحل : $\log_2 (8 \times 16) = \log_2 8 + \log_2$

$= \log_2 2^3 + \log_2 2^4$

$=3 \log_2 2 + 4 \log_2 2$

$=3(1) + 4(1) = 3+4 = 7$

٢) $\log_3 \left(\frac{9}{81}\right)$

الحل : $\log_3 \left(\frac{9}{81}\right) = \log_3 9 - \log_3 81$

$= \log_3 3^2 - \log_3 3^4$

$=2 \log_3 3 - 4 \log_3 3$

$=2-4 = -2$

٣) $\log_2 (32)^3$

الحل : $\log_2 (32)^3 = 3 \log_2 32 = 3 \log_2 2^5$

$= 5 \times 3 \log_2 2 = 15 \times 1 = 15$

تمرين : حل المعادلة التالية :

$\log_x 4=2$

الحل:

$4=X^2$

$2=2$

$2=X$

$X=2$

المحاضرة السابعة

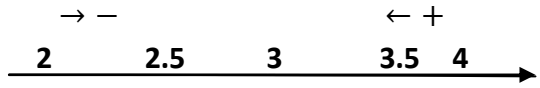
تمرين(١) : اوجد نهاية الدالة (ابحث سلوك الدالة عند x=3 من اليمين و اليسار)

$$lim_{x\to 3}\ \frac{x^2-9}{x-3}$$

الحل : $f(3)=\frac{3^2-9}{3-3}$

$$F(3)=\frac{9-9}{3-3}=\frac{0}{0}$$

- نبحث سلوك الدالة من اليمين و من اليسار



F(x)	x>3	F(x)	x<3
6,9	3,9	5,5	2,5
6,5	3,5	5,7	2,7
6,1	3,1	5,9	2,9
6,01	3,01	5,99	2,99

النهاية اليسرى $lim_{x\to 3^-}\ \frac{x^2-9}{x-3}=6$

النهاية اليمنى $lim_{x\to 3^+}\ \frac{x^2-9}{x-3}=6$

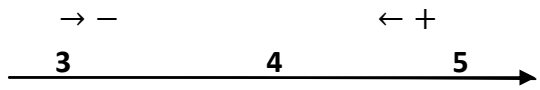
$$lim_{x\to 3^-}\ \frac{x^2-9}{x-3}=lim_{x\to 3^+}\ \frac{x^2-9}{x-3}=6$$

$$lim_{x\to 3}\ \frac{x^2-9}{x-3}=6$$

تمرين (٢) : أحسب نهاية الدالة

$f(X)\ \frac{x^2-16}{x-4}$ عندما X=4

الحل:



تابع الحل:

F(X)	X > 4	F(X)	X < 4
8,9	4,9	7,5	3,5
8,5	4,5	7,7	3,7
8,1	4,1	7,9	3,9
8,01	4,01	7,99	3,99

هذي الجهة اليسرى = 8

$$\lim_{x\to 4^-} \frac{x^2-16}{x-4} = 8$$

وهذي هي الجهة اليمنى = 8

$$\lim_{x\to 4^+} \frac{x^2-16}{x-4} = 8$$

اذاً الجهة اليمنى = الجهة اليسرى

$$\lim_{x\to 4^-} \frac{x^2-16}{x-4} = \lim_{x\to 4^+} \frac{x^2-16}{x-4} = 8$$

$$\lim_{x\to 4} \frac{x^2-16}{x-4} = 8$$

تمرين : أحسب نهاية الدالة

$$lim_{x\to 2} \sqrt[5]{3x^2-2x}$$

الحل: $=\sqrt[5]{lim_{x\to 2} 3x^2-2x}$

$$\sqrt[5]{3(2)^2-2(2)} = \sqrt[5]{12-4} = \sqrt[5]{8}$$

تمرين : احسب

١) $lim_{x\to -1}\ x^3$

$= -1^3 = -1$

٢) $lim_{x\to 2}\ (3x+1)^4$

$=(3\ .(2)\ +1)=7^4 = 2{,}401$

٣) $lim_{x\to -3}\ (x^3-2x+1)^3$

$=((-3)^3-2(-3)+1)^3 = -20^3 = -8{,}00$

٤) $\lim_{x\to 2} \sqrt[3]{2x^2+3x+1}$

$=\sqrt[3]{lim\ (2x^2+3x+1}$

$=\sqrt[3]{2(2)^2+3(2)+1}$

$=\sqrt[3]{8+6+1}$

$=\sqrt[3]{15}$

٥) $lim_{x\to1}\frac{\sqrt{x+2}-\sqrt{x}}{\sqrt{x^2+1}}$

$= \frac{\sqrt{lim1+2}-\sqrt{\lim 1}}{\sqrt{\lim 1^2+1}} = \frac{\sqrt{1+2}-\sqrt{1}}{\sqrt{1+1}} = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{1}}{\sqrt{2}}$

المحاضرة الثامنة

تمرين (١): أوجد

١) $lim_{x\to3}\ (e^{2x} - e^{x2} + \log(x^2+5))$

الحل : $lim_{x\to3}\ e^{2x} - lim_{x\to3}\ e^{x2} + \log lim_{x\to3}\ (x^2+5)$

$= e^{lim_{x\to3}e^{2x}} - e^{lim_{x\to3}e^{x2}} + \log lim_{x\to3}\ (x^2+5)$

$= e^6 - e^9 + \log 14$

٢) $lim_{x\to2}\ (e^{\sqrt{x}}\ \log(2x^3 - 1))$

نعوض الـx بَ 2

الحل: $lim\ e^{\sqrt{x}}\ \log(2(2^3) - 1)$

$= e^{\sqrt{x}}\ \log 15$

تمرين (٢) : أحسب اذا كانت

$$f(x) = \begin{cases} -2x^3 + 2x - 5, & x \geq 2 \\ 3x + 4, & x < 2 \end{cases}$$

١) $lim_{x\to3}\ F(x)$

الحل :

$= lim_{x\to3}\ -2x^3 + 2x - 5$

$= -2(3)^3 + 2(3) - 5$

$= -2\ (27) + 6 - 5$

$-54 + 6 - 5 = -53$

٢) $lim_{x\to2}\ F(x)$

الحل :

$lim_{x\to2}\ -2x^3 + 2x - 5$

$= -2(2)^3 + 2(2) - 5 = -17$

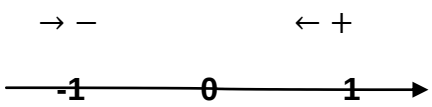
٣) $lim_{x\to-1}\ F(x)$

الحل: $= lim_{x\to-1}\ 3x + 4$

$= 3(-1) + 4 = 1$

تمرين (٣) :أوجد

$lim_{x\to -1}$ F(x)



F(X)	X < 0	F(X)	X > 0
-1	-1	1	1
-10	-0,1	10	0,1
-100	-0,01	100	0,01
-1000	-0,001	1000	0,001

$$\lim_{x \to 0^-} \frac{1}{x} = \infty$$

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{1}{x} = \infty$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{1}{x} = \infty$$

$$\lim_{x \to \infty} \frac{1}{x}$$

المحاضرة التاسعة

تمرين (١): اوجد $lim_{x\to 2}\ \frac{x^2-4}{x-2}$

الحل : $lim_{x\to 2}\ \frac{2^2-4}{2-2} = \frac{4-4}{2-2} = \frac{0}{0}$ حالة عدم تعيين

نقوم بعملية التحليل :

$$lim_{x\to 2}\ \frac{2^2-4}{2-2} = lim_{x\to 2}\ \frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)}$$

$$lim_{x\to 2} = (x+2) = 2+2 = 4$$

تمرين (٢): حلل ($25x^4-9y^8$) :

الحل : $=(5x^2-3y^4)(5x^2+3y^4)$

تمرين : اوجد $lim_{x\to 0}\ \frac{\sqrt{x+2}-\sqrt{2}}{x}$

الحل : $lim_{x\to 0} = \frac{\sqrt{0+2}-\sqrt{2}}{0} = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{2}}{0} = \frac{0}{0}$ حالة عدم تعيين

$$lim_{x\to 0}\ \left[\ \frac{\sqrt{x+2}-\sqrt{2}}{x}\ \times\ \frac{\sqrt{x+2}+\sqrt{2}}{\sqrt{x+2}+\sqrt{2}}\ \right]$$

$$lim_{x\to 0}\ \frac{(\sqrt{x+2}-\sqrt{2})^{x}(\sqrt{x+2}+\sqrt{2})}{x(\sqrt{x+2}+\sqrt{2})} = lim_{x\to 0}\ \frac{(\sqrt{x+2})^2-(\sqrt{2})^2}{x(\sqrt{x+2}+\sqrt{2})}$$

$$lim_{x\to 0}\ \frac{x+2-2}{x(\sqrt{x+2}+\sqrt{2})} = lim_{x\to 0}\ \frac{x}{x(\sqrt{x+2}+\sqrt{2})}$$

$$lim_{x\to 0}\ \frac{1}{\sqrt{x+2}+\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{0+2}+\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

تمرين(٣) : اوجد $lim_{x\to\infty}\ \frac{2x^3-4x^2+5}{3x^3-2x+1}$

الحل : نوجد الحل على حسب النظرية وهي " اذا تساوت قوة البسط مع قوة المقام فأن النهاية تساوي قسمة المعاملين للمتغير بأكبر قوة "و الجواب هو $\frac{2}{3}$

تمرين (٤): احسب ما يلي :

١) $lim_{x\to\infty}\ \frac{2x^5+4x+3}{3x^2+2x+1}$

الحل : "على حسب النظريه اذا كانت قوة البسط اكبر من قوة المقام فالنهاية=∞"

$$lim_{x\to\infty}\ \frac{2x^5+4x+3}{3x^2+2x+1} = \infty$$

٢) $lim_{x\to-\infty}\ \frac{3x^2+x+1}{5x^6-2x^2+5}$

الحل : "على حسب النظريه اذا كانت قوة المقام اكبر من قوة البسط فالنهاية=صفر"

$$lim_{x\to-\infty}\ \frac{3x^2+x+1}{5x^6-2x^2+5} = 0$$

٣) $lim_{x\to\infty}\ \frac{3x^4+2x^3-3}{2x^4-5x^2+3x}$

الحل : "على حسب النظريه اذا تساوت قوة المقام و قوة البسط فالنهاية=قسمة معامل البسط على المقام ."

$$lim_{x\to\infty}\ \frac{3x^4+2x^3-3}{2x^4-5x^2+3x} = \frac{3}{2}$$

تمرين (٥): اذا كانت دالة الدخل $f(x)=10000-10000\ e^{-0,010x}$

١) احسب الدخل عندما x=100

الحل : $f(100)=10000-10000e^{-0,010(100)}$

$$=10000-10000e^{-1}$$

$$10000-\frac{10000}{e^1} = 6,321$$

٢) احسب الدخل عندما x=1000

الحل : $F(1000)=10000-10000e^{-0,010(1000)}$

$=10000-10000e^{-1}$

$= 10000- \frac{10000}{e^{1}} = 9999,546$

٣) احسب الدخل عندما x=3000

الحل : $F(3000)=10000-10000e^{-0,010(3000)}$

$=10000-10000e^{-30}$

$= 10000- \frac{10000}{e^{30}} = 10,000$

تمرين (٦) : اذا كانت $m= se^{-nh}$

- اذا وضع مبلغ و قدرة 100ريال بربح مستمر قدرة 25%
- أحسب جملة المبلغ بعد 10 سنوات .

الحل : $m= se^{-nh}$

$100=se^{-0,25(10)}$

$Se^{-25}=100$

$\frac{s}{e^{25}} =100$

$S= 100\ e^{25} =100\ (12.18)= 1218$

- اذا وضع مبلغ 100ريال بربح مستمر و قدرة 5%
- بعد كم سنة يصبح المبلغ يساوي 500ريال ؟

$$\frac{100}{500} = \frac{500}{500} e^{-0,05h}$$
$$\frac{1}{5} = e^{-0,05h}$$
$$e^{-0,05h} = \frac{1}{5}$$
$$ln\ e^{0,05h} = \frac{1}{5}$$
$$\frac{-0,05h}{-0,05} = Ln \frac{\frac{1}{5}}{-0,05}$$
$$h^{\times}1 = \frac{1,609}{-0,05}$$

h = 32,18 = 32 سنة

المحاضرة العاشرة

تمرين (١): ابحث اتصال الدالة التالية :

$F(x)=\frac{x^2-1}{x-1}$ عندما x= -1

الحل : ١) نتحقق من الشروط الثلاثة

$$F(-1)=\frac{(-1)^2-1}{(-1)-1}=\frac{0}{-2}=0$$

اذاً تحقق الشرط الاول الداله معرفه.

٢) $$lim_{x\to-1}\ \frac{x^2-1}{x-1}=lim_{x\to-1}\ \frac{(-1)^2-1}{(-1)-1}=\frac{0}{-2}=0$$

الدالة لها نهايه ، اذاً تحقق الشرط الثاني

٣) $$f(-1)=lim_{x\to-1}\ \frac{x^2-1}{x-1}=0$$

اذاً الداله متصلة لتحقق الشروط الثلاثة.

اذاً الداله متصلة عندما x=-1

تمارين (٢) :

- ابحث اتصال الدوال التالية :

١) $F(x)=\begin{cases}2x-3\ ,x\neq3\\2\ ,\ x=3\end{cases}$ عند X= 3

الحل : نتحقق من الشروط الثلاثة

١- معرفه لان f(3)=2

٢- $lim_{x\to3}\ F(x)=lim_{x\to3}\ X=3$ الدالة لها نهاية

٣- $F(3)\neq lim_{x\to3}\ F(x)$

اذاً الداله غير متصلة عندما x=3

٢) $F(x)=\frac{x^2+1}{2x}$ عند x=2

الحل : نتحقق من الشروط الثلاثة

١- الدالة معرفة لان $f(2)=\frac{(2)^2+1}{2\ (2)}=\frac{5}{4}$

٢- $lim_{x\to2}\ \frac{x^2+1}{2x}=lim_{x\to2}\ \frac{(2)^2+1}{2(2)}=\frac{5}{4}$ الدالة لها نهاية

٣- $F(2)=lim_{x\to2}\ F(x)$

اذاً الداله متصلة عندما x=2

٣) $F(x)=\frac{1}{x-1}$ عند x=1

الحل : نتحقق من الشروط الثلاثة

١- $F(1)=\frac{1}{1-1}=\frac{1}{0}$ اذاً الداله غير معرفه عندما x=1

اذاً الدالة غير متصلة عندما x=1

المحاضرة الحادية عشر

تمرين (١) : اذا كانت $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$ فأوجد متوسط التغير في هذه الدالة عندما تتغير x من -1 الى 5

الحل: القانون $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$

$$= \frac{(3(0)^2 - 2(0) + 1) - (3(-1)^2 - 2(-1) + 1}{0 - (-1)}$$

$$= \frac{1-6}{1} = -5$$

تمرين (٢) : اذا كانت $f(x) = \sqrt{x} + 2$ فأوجد متوسط التغير في هذه الدالة عندما تتغير x من 2الى 3

الحل: القانون $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$

$$= \frac{(\sqrt{3}+2) - (\sqrt{2}+2)}{3-2} = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{1} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$$

تمرين (٣) : اذا كانت $f(x) = x^2 + 2x + 1$ أوجد f ' (2)

تكملة لحل المثال

الحل: $lim_{x \to 2} \frac{(x+4)(x-2)}{(x-2)} = (2+4) = 6$

تمرين (٤) : إذا كانت الدالة $f(x) = x^2 + 3$ أوجد f ' (2)

الحل: $f'(a) = \lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$

$$f'(2) = \lim_{x \to 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$$

$$= \lim_{x \to 2} \frac{(x^2 + 3) - (2)^2 + 3}{x - 2} = \lim_{x \to 2} \frac{(x^2 + 3) - (4 + 3)}{x - 2}$$

$$= \lim_{x \to 2} \frac{x^2 + 3 - 7}{x - 2} = \lim_{x \to 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$$

$$= \lim_{x \to 2} \frac{(x - 2)(x + 2)}{x - 2} = \lim_{x \to 2} (x + 2) = 2 + 2 = 4$$

تمرين (٥) : اذا كانت $f(x) = x^2$:

الحل: $f'(a) = \lim_{x \to 3} \frac{f(x) - f(3)}{(x-3)} = \lim_{x \to 3} \frac{(x^2 - 9)}{(x-3)}$

تابع الحل : $= \lim_{x\to 3} \frac{(x-3)(x+3)}{(x-3)} = \lim_{x\to 3} (x+3) = 3+3 = 6$

تمرين (٦) : اوجد مشتقه الدالة $f(x)=\frac{-2}{5}x-2$

الحل: $\frac{-2}{5}$

تمرين (٧) : اوجد مشتقة ما يلي

- $F(x) = \sqrt{7}$

الحل: $f'(x) = 0$

- $F(x)= \frac{-3}{4} = x+6$

الحل: $f'(x) = 0$

تمرين (٧) : اوجد مشتقة ما يلي :

١) $f(x)=x^5$

الحل: $f'(x) = 5x^{5-1} = 5x^4$

٢) $F(x) = \sqrt[5]{x^3}$

الحل: $f'(x) = x\,\frac{3}{5} = \frac{3}{5}x^{\frac{3}{5}-1} = \frac{3}{5}x^{\frac{-2}{5}}$

٣) $F(x)= \frac{3}{4}$

الحل: $f'(x) = 0$

٤) $F(x)= -2x+1$

الحل: $f'(x) = -2$

٥) $f(x)=x^4+2x^3$

الحل: $f'(x) = 4x^3 + 6x^2 = 4x^3 + 6x^2$

٦) $F(x)= \frac{1}{x^7}$

الحل: $f'(x) = x^{-7}$

$f'(x) = -7x^{-7-1} = -7x^{-8} = \frac{-7}{x^8}$

٧) $F(x)= \sqrt[4]{x^3}$

الحل: $f'(x) = x\,\frac{3}{4} = \frac{3}{4}x^{\frac{3}{4}-1} = \frac{3}{4}x^{\frac{-1}{4}}$

تمرين (٨) : اوجد مشتقة الداله $f(x)=(x^3+2x^2)(-3x^2-5)$

الحل:

$$f(x) = (x^3 + 2x^2)`(-3x^2 - 5) + (-3x^2 - 5)`(x^3 + 2x^2)$$

$$= (3x^2 + 4x)(-3x^2 - 5) + (-6x)(x^3 + 2x^2)$$

$$= (-9x^4 - 15x^2 - 12x^3 - 20x)(-6x^4 - 12x^3)$$

$$= -15x^4 + 24x^3 - 15x^2 - 20x$$

تمرين (٩) : اوجد مشتقه الدوال التالية :

١) $f(x) = (x^2 - 2x)(x - 1)$

الحل:

$$f(x) = (x^2 - 2x)`(x - 1) + (x - 1)`(x^2 - 2x)$$

$$= (2x - 2)(x - 1) + (1)(x^2 - 2x)$$

$$= (2x^2 - 2x - 2x + 2) + (x^2 - 2x)$$

$$= 3x^2 - 6x + 2$$

٢) $f(x) = (x^3 + x)(-2x)$

الحل:

$$f(x) = (x^3 + x)`(-2x) + (-2x)`(x^3 + x)$$

$$= (3x^2 + 1)(-2x) + (-2)(x^3 + x)$$

$$= (-6x^3 - 2x) + (-2x^3 - 2x)$$

$$= -6x^3 - 2x - 2x^3 - 2x$$

$$= -8x^3 - 4x$$

٣) $f(x) = \frac{x^3+5x}{x+1}$

الحل:

$$f(x) = \frac{(x^3 + 5x)`(x + 1) - (x + 1)`(x^3 + 5x)}{(x + 1)^2}$$

$$= \frac{(3x^2 + 5)(x + 1) - (1)(x^3 + 5x)}{(x + 1)^2}$$

$$= \frac{(3x^3 + 3x^2 + 5x + 5) - (x^3 + 5x)}{(x + 1)^2}$$

$$= \frac{3x^3 + 3x^2 + 5x + 5 - x^3 - 5x}{(x + 1)^2}$$

$$= \frac{2x^3 + 3x^2 + 5}{(x + 1)^2}$$

٤) $f(x)=\frac{x}{x^2-4}$

الحل:

$$f(x)=\frac{(x)`(x^2-4)-(x^2-4)`(x)}{(x^2-4)^2}$$

$$=\frac{(1)(x^2-4)-(2x)(x)}{(x^2-4)^2}$$

$$=\frac{x^2-4-2x^2}{(x^2-4)^2}$$

$$=\frac{-x^2-4}{(x^2-4)^2}$$

المحاضرة الثانية عشر

تمرين (١) : اذا كانت $f(x)=\frac{1}{3x^4-2x^3+5}$ أوجد F'(x)

الحل : $f'(x)=-\frac{(12x^3-6x^2)}{(3x^4-2x^3+5)^2}$

تمرين (٢) : اذا كانت $f(x)=(-2x^5+3x)^3$ أوجد f '(x)

الحل : $f'(x)=3(-2x^5+3x)^2\times(-10x^4+3)$

تمرين (٣) : اذا كانت $y=5u^3-2u+3$

$X=2u^2+3u+1$

أوجد : $\frac{dy}{du}$ ، $\frac{dx}{du}$ ، $\frac{dy}{dx}$

الحل: $\frac{dy}{du}=15u^2-2$ ، $\frac{dx}{du}=4u+3$

$$\frac{dy}{dx}=\frac{dy}{du}\times\frac{dx}{du}=\frac{dy}{du}\div\frac{dx}{du}$$

$$(15u^2-2)\div(4u+3)$$

$$=\frac{(15u^2-2)}{4u+3}$$

تمرين (٤) : اوجد مشتقة الدالة

$$3x^2-xy+y^2=2$$

الحل: نوجد تفاضل بالنسبة للمتغير x

$$6x-y+\frac{xdy}{dx}+2y\frac{dy}{dx}=0$$

$$6x-y+\frac{dy}{dx}(x+2y)=0$$

$$\frac{dy}{dx}(x+2y)=-6X+y$$

$$\frac{dy}{dx}=\frac{-6x+y}{x+2y}$$

تمرين (٥) : ١- أوجد المشتقه للدوال التالية :

١) $Y=\frac{x+3}{x-1}$ ، $X\neq1$

الحل: $y=\frac{1}{2x+3}=-\frac{(2)}{(2x+3)^2}=(x^2+2)^{\frac{1}{3}}$

$Y'=\frac{1}{3}(x^2+2)^{\frac{1}{3}-1}.(2x)=\frac{1}{3}$

تابع الحل : $(x^2+2)^{\frac{-2}{3}}.(2x)=\frac{2x}{3\sqrt[3]{(x^2+2)^2}}$

٢) $Y=(x^2-3x+1)(x^2+5)$

الحل: $f'(x)=(2x-3X+1)'(x^2+5)+(2x+5)'(2X-3x+1)$

$=(2x-3x+1)(x^2+5)+(2)(2x-3x+1)$

٢- أوجد $\frac{dy}{dx}$ اذا كانت :

$Y=u^3-2u$

$U=x^2-5x+6$

الحل: $\frac{dy}{du}=3u-2$ ، $\frac{du}{dx}=(2x-5)$

$$\frac{dy}{dx}=\frac{dy}{du}\cdot\frac{du}{dx}$$

$$=\frac{dy}{du}\div\frac{dx}{du}=\frac{3u-2}{(2x-5)}$$

٣- اذا كانت $y=F(x)=3x^2+4x$ فأوجد :

١) y' عندما $x=0$

الحل: $y'=6x+4=6(0)+4=4$

٢) $f'(1)$

الحل: $f(1)=f'(1)=6x+4=6(1)+4=10$

٣) $\frac{dy}{dx}$ عندما $x=-1$

الحل: $\frac{dy}{dx}=6x+4=6(-1)+4=-2$

٤- اوجد مشتقه الدوال التاليه :

١) $Y=\frac{1}{2x+3}$

الحل: $y' = \frac{2}{(2x+3)^2}$

٢) $Y = \sqrt[3]{x^2+2}$

الحل: $y = x^{\frac{2}{3}} + 2$

$y' = \frac{2}{3} x^{\frac{2}{3}-1} + 2$

$y' = \frac{2}{3} x^{\frac{-1}{3}} + 2$

المحاضرة الثالثة عشر

تمرين (١) : اذا كانت $f(x)=2x^2+3x-2$ فما هي نقاط القيم العظمى والصغرى وما مجالات التزايد والتناقص

الحل : ١- نوجد المشتقة الاولى :

$$f'(x) = 4x + 3$$

٢- نوجد اصفار المشتقة الاولى :

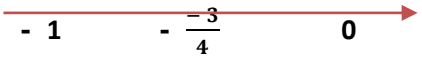
$$f'(x) = 4x+3$$

$$f'(x) = 0 = 4x+3=0$$

$4x = -3$ بالقسمة على 4

$$X = \frac{-3}{4}$$

٣- ندرس اشارة المشتقة قبل و بعد $\frac{-3}{4}$



$$f'(-1) = 4(-1) + 3 = -1$$

الاشارة سالبة اذاً الدالة متناقصة

$$f'(0) = 4(0)+3 = 3$$

الاشارة موجبة اذاً الدالة متزايدة

٤- التحقق من النظرية :

قيمة محلية صغرى

تمرين (٢) : اذا كانت $f(x)=-2x^2+3x$ و ما هي نقاط القيم القصوى وما مجالات التزايد والتناقص باستخدام المشتقه الاولى :

الحل : ١- نوجد المشتقة الاولى :

$$f'(x) = -4x+3$$

٢- نوجد اصفار المشتقة :

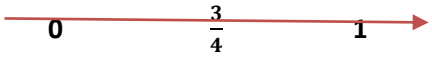
f' (x) = 0

-4x +3 = 0

-4 x = -3

X = $\frac{-3}{-4}$ = $\frac{3}{4}$

٣- ندرس اشارة المشتقه قبل و بعد $\frac{3}{4}$



f'(0) = $-4\ (0) + 3 = 3$

الإشارة موجبه اذاً الداله متزايدة

f' (1) = -4 (1) +3 = -1

الإشارة سالبه اذاً الداله متناقصة

٤- التحقق من النظرية :

قيمة عظمى محلية

تمارين (٣) : أوجد القيم القصوى المحلية باستخدام المشتقة الثانية :

١) F(x) = 6 x^2 + x-4

الحل : ١- نوجد المشتقة الاولى :

f' (x)= 12x +1

٢- نوجد اصفار المشتقة الاولى :

f'(x) = 0

12x + 1 =0

12x +1

12x = -1

X = $\frac{-1}{12}$

٣- نوجد المشتقة الثانية :

f''(x) = 12

12 > 0

اذاً توجد قيمة صغرى محلية عند x = $\frac{-1}{12}$

٢) F(x)=-2x^2+5x+3

الحل : ١- نوجد المشتقة الاولى :

f'(x) = -4x+5

٢- نوجد اصفار المشتقة الاولى :

f'(x)=0

-4x+5 = 0

-4x +5

-4x = -5

X = $\frac{-5}{-4}$ = $\frac{5}{4}$

٣- نوجد المشتقة الثانية :

f''(x)= -4

-4 < 0

اذا توجد قيمة عظمى محلية عند $x=\frac{5}{4}$

المحاضرة الرابعة عشر

تمرين (١) : اوجد نقط الانقلاب و مجالات التقعر للدالة :

$F(x) = x^3 - 2x^2 + 5x + 2$

الحل: ١- نوجد المشتقة الاولى و الثانية :

$f'(x) = 3x^2 - 4x + 5$

$f''(x) = 6x - 4$

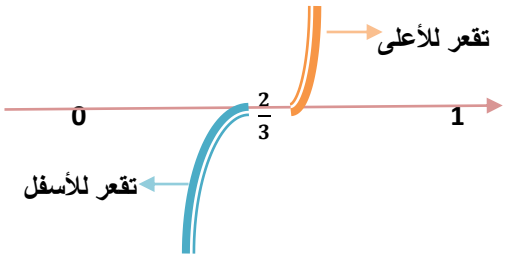
٢- نوجد اصفار المشتقة الثانية :

$f''(x) = 6x - 4 = 0$

$6x = 4$

$X = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

٣- نختبر اشارة $f''(x)$ على يسار و يمين $x = \frac{2}{3}$



$f''(x) = 6(0) - 4 = -4$

$-4 < 0$ اذاً تقعر للأسفل

$f''(x) = 6(1) - 4 = 2$

$2 > 0$ اذاً تقعر للأعلى

نقطة الانقلاب هي : $(\frac{2}{3}, f\frac{2}{3})$

فترات التزايد هي :

للأسفل $(-\infty, \frac{2}{3})$ ، للأعلى $(\frac{2}{3}, \infty)$

تمرين (٢) : ارسم منحنى الدالة : $y = x^2 - 2x + 1$

الحل: ١- نوجد المشتقة الاولى :

$y' = 2x - 2$

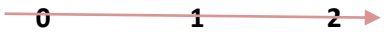
٢- نوجد اصفار المشتقة الاولى :

تابع الحل :

2x -2 =0

2x =2

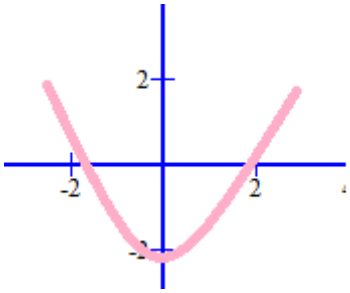
x= $\frac{2}{3} = 1$



f' (2) = 2 (2)-2 = 2

f' (0) = -2

الرسم:



تمرين (٣) : اذا كانت معادلة الطلب هي : $p^2 + 5qd + 200 = 0$ فأوجد دليل الطلب

الحل: $p^2 = 200 + 5qd$

$=p\sqrt{200+5qd}$ $= (200 + 5qd)^{\frac{1}{2}}$

$\frac{dp}{dqd} = \frac{1}{2}(200+5qd)^{-\frac{1}{2}} \cdot (5)$

$$\frac{dp}{dqd} = \frac{5}{2}(200+5qd)^{-\frac{1}{2}}$$

$$\frac{dp}{dqd} = \frac{5}{2\sqrt{200+5qd}}$$

تمرين (٤) : جد القيمة العظمى للربح اذا كان الايراد $R(q) = 20q - q^2$ ، التكلفة $c(q) = 10 + 3q + \frac{q^2}{8}$

الحل : $Dq = (20q - q^2) - (10 + 3q + \frac{q^2}{8})$

$Dq = 20q - q^2 - 10 - 3q - \frac{q^2}{8}$

$D'(q) = 20 - 2q - 3 - \frac{1}{4}q = 0$

$D(q) = 17 - \frac{9}{4}q = 0$

$$\frac{9}{4}q = 17$$

تابع الحل :

9 q = 68

Q = 7.8

بالتعويض :

$= 20\ (7.8) - (7.8)^2 - 10 - 3\ (7.8) - \frac{(7.8)^2}{8}$

= 54.155

المحاضرة الخامسة عشر

تمرين (١) : اذا كان منحنى دالة الطلب على سلعة معينة هو p= 4 -3 qd

اوجد مرونة الطلب عندما qd = $\frac{1}{4}$

الحل : p= 4 – 3qd

3qd = 4 – p بالقسمة على 3

$Qd = \frac{4}{3} - \frac{1}{3}p$

$\frac{dqd}{dp} = -\frac{1}{3}$

$Ed = \frac{p}{qd} \cdot \frac{dqd}{dp}$

$Ed = \frac{(4-3qd)}{qd} \times \left(-\frac{1}{3}\right)$

$= \frac{(4-3\frac{1}{4})}{\frac{1}{4}} \times \left(-\frac{1}{3}\right)$

$= \frac{13}{4} \div \frac{1}{4} \times \left(-\frac{1}{3}\right)$

$= 13 \times \left(-\frac{1}{3}\right) = -\frac{13}{3}$

تمرين (٢) : *اذا كان الدخل* T *الناتج عن بيع* X *علب الحليب معطى بالمعادلة :* $T = \frac{X^2}{5} + 5X$

فأوجد الدخل الكلي الناتج عن بيع *100* علبة ، و أوجد الدخل الحدي الناتج عن بع العلبة رقم ثلاثون .

الحل : $T = \frac{(100)^2}{5} + 5(100)$

$= \frac{10000}{5} + 500 = 2500$ ريال

الدخل الكلي الناتج من بيع *30* علبة :

$T = \frac{X^2}{5} + 5X$

$T = \frac{(30)^2}{5} + 5\ (30) = 330$

الدخل الحدي الناتج عن بيع *30* علبة :

$$T = \frac{X^2}{5} + 5X$$

$$\frac{dT}{dx} = \frac{2x}{5} + 5$$

$$\frac{dT}{dx}(30) = \frac{2(30)}{5} + 5 = 17 \text{ ريال}$$

تمرين (٣) : أوجد مشتقه ما يلي :

١) $F(x) = log_3 2x^3$

الحل : $f'(x) = \frac{1}{2x^3} \log_3 e\,(6x^2)$

$= \frac{6x^2}{2x^3} \log_3 e$

$= \frac{3}{x} \log_3 e$

٢) $F(x) = log_5 x + log_3 x^3$

الحل : $f'(x) = \frac{1}{x} \log_5 e\,(1) + \frac{1}{x^3} \log_3 e(3x^2)$

$= \frac{1}{x} \log_5 e = \frac{3x^2}{x^3} \log_3 e$

$= \frac{1}{x} \log_5 e + \frac{3}{x} \log_3 e$

تمرين (٤) : اذا كانت $f(x) = \ln x^2 + e^x$

أوجد :

١) $f'(x)$

الحل : $f'(x) = \frac{1}{x^2} \ln e\,(2x) + e^x(1)$

$= \frac{2x}{x^2} \ln e + e^x$

$= \frac{2}{x} \ln e + e^x$

٢) اذا كانت $f(x) = (e^{x^3-2x})(x^5)$

الحل : $f'(x) = (e^{x^3-2x})'(x^5) + (x^5)'(e^{x^3-2x})$

$= (e^{x^3-2x}(3x^2-2)(x^5))$

$= (3x^7 - 2x^5)\ e^{x^3-2x} + 5x^4 e^{x^3-2x}$

$= e^{x^3-2x}(3x^7 - 2x^5 + 5x^4)$

تمرين (٥) : $f(x) = \cot x$ اوجد $f'(x)$

الحل : $\cot = \frac{\cos x}{\sin x}$

$F(x) = \frac{\cos x}{\sin x}$

$f'(x) = -\csc^2 x$

تمارين عامة

١) أوجد مشتقات الدوال التالية :

١) $F(x) = x^3 + 5xe^x$

الحل : $f'(x) = 3x^2 + 5e^x + e^x(1)(5x)$

$= 3x^2 + 5e^x + e^x 5x$

$= 3x^2 + 5e^x(1 + x)$

٢) $F(x) = x^2 + lnx$

الحل : $f'(x) = 2x + \frac{1}{x} ln e\,(1)$

$= 2x+\frac{1}{x}lne$

٣) $Y=x^3e^{-3x}$

الحل : $y' = 3x^2e^{-3x} + e^{-3x}(-3)x^3$

٢) أوجد مشتقات الدوال المثلثيه التالية :

١) $F(x) = \cos(x^2 - 3x + 1)$

الحل : $f'(x) = -\sin(x^2 - 3x + 1)(2x - 3)$

٢) $F(x) = \cot(x)$

الحل : $f'(x) = -csc^2 x$

٣) $F(x) = \sec(x)$

الحل : $f'(x) = \tan x \cdot sec\, x$

٤) $F(x) = sin^3(x)$

الحل : $f'(x) = (3(\sin)^2 \cdot cos\, x)$

المحاضرة الثامنة عشر

$$\int_0^2 x\, dx$$

الحل : $\int_0^2 x\, dx = [\frac{x^2}{2}]_0^2 = \begin{bmatrix} 2^2 & 0^2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} = [2 - 0] = 2$

$$\int_3^3 e^{x^5}\ cos2x \cdot cotx)\, dx$$

الحل : تطبيقاً لقاعدة $\int_a^b f(x)dx = 0$

$$\int_3^3 e^{x^5}\ cos2x \cdot cotx)\, dx = 0$$

$$\int_1^3 x\, dx = -\int_3^1 x\, dx$$

تأكد من تساوي القيمتين ..

الحل : $\int_1^3 x\, dx$

$$[\frac{x^2}{2}]_1^3 = [\frac{9}{2} - \frac{1}{2}]$$

$$= [\frac{8}{2}]$$

$$-\int_3^1 x\, dx$$

$$-[\frac{x^2}{2}]_3^1 = -\begin{bmatrix} 1 & 9 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} = -[\frac{8}{2}] = [\frac{8}{2}]$$

اذاً القيمتين متساويتين

تمرين : أوجد المساحة المحصورة بين x^2 = f(x) و محصور x و المستقيمين x=1 و x=2

الحل :

$$\int_1^2 (x^2).dx = \left[\frac{x^3}{3}\right]_1^2 = \left[\frac{8}{3} - \frac{1}{3}\right] = \left[\frac{7}{3}\right]$$

بتوفيق لكم . . حُروف اشوية