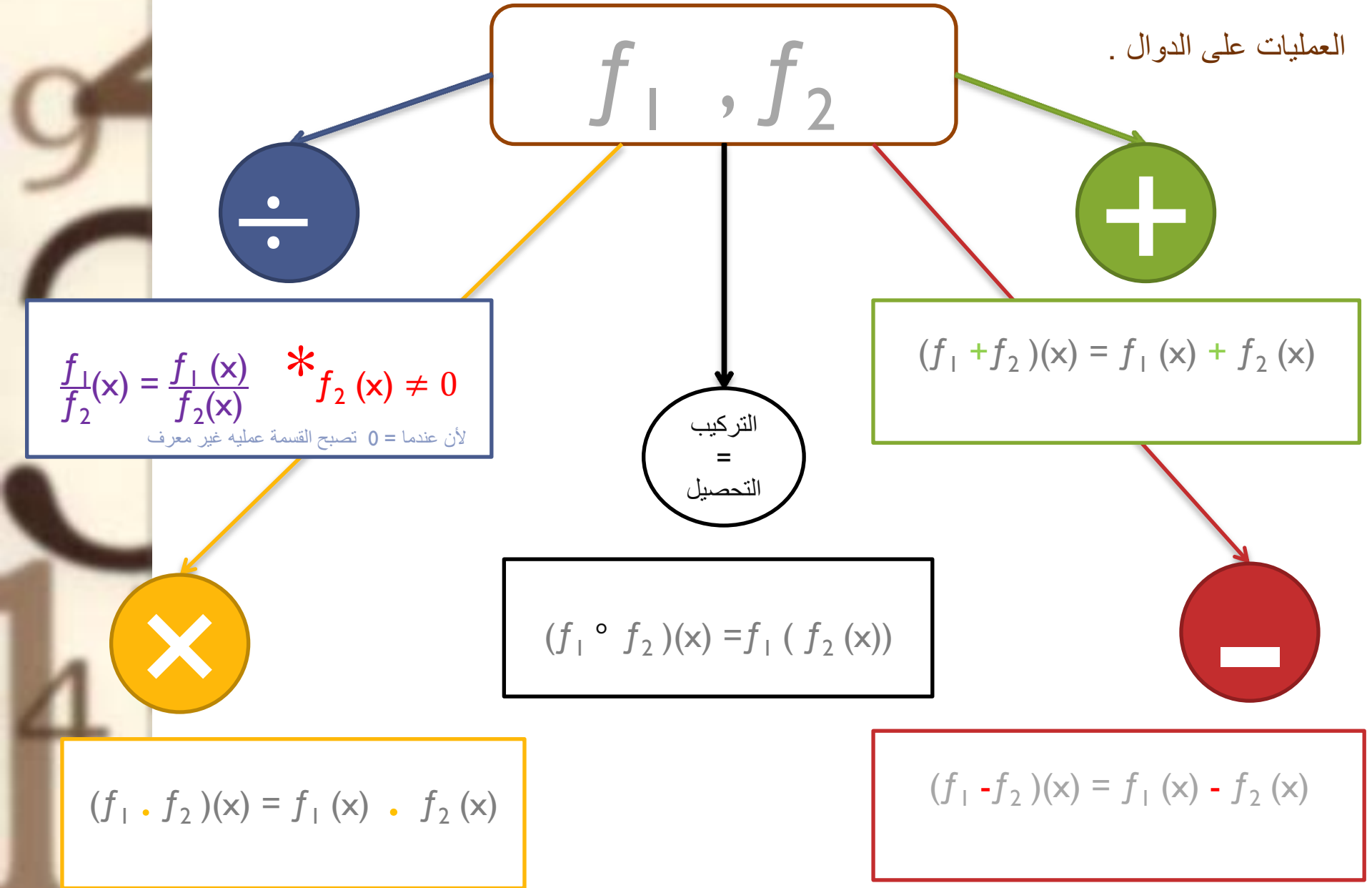
جامعة الدمام
UNIVERSITY OF DAMMAM
كلية الدراسات التطبيقية وخدمة المجتمع – إدارة أعمال – مستوى ثاني

Management Mathematics

الفصل الأول / الدوال ٢ رقم المحاضرة المسجلة : ٢

أستاذ المقرر : ثابت عائض القحطاني .

العمليات على الدوال .



الجمع والطرح

مثال : إذا كانت : $f_1(x)=3x+5$ ، $f_2(x)=x^2+1$ فإن :

$(f_1+f_2)(x)=3x+x^2+6$ ← لتنظيم $(f_1+f_2)(x) = X^2 + 3x +6$

$(f_1-f_2)(x)=3x-x^2+4$ ← ب التفصيل

$(f_1 - f_2)(x) = f_1(x) - f_2(x)$
$= 3x + 5 - x^2 + 1$
$= (3X - x^2 + 4)$

الضرب

$$(f_1 \cdot f_2)(x) = (3x + 5)(x^2 + 1) = 3x^3 + 3x + 5x^2 + 5$$

عمودي

أفقي

$(f_1 \cdot f_2)(x)$

$= (3X+5) \cdot (X^2+1)$

$= 3X^3 + 3X + 5X^2 + 5$

(X^2+1)

X

$(3X+5)$

$= 3X^3 + 3X + 5X^2 + 5$

بعد ترتيب الحدود : $= 3X^3 + 5X^2 + 3X + 5$

القسمة

$$(\frac{f_1}{f_2})(x) = \frac{3x+5}{x^2+1}, x^2+1 \neq 0$$

÷

لو كانت درجة البسط أقوى يتم تنفيذ عملية القسمة ، ولو بقى ب هذا الشكل فلا مشكله .

$$\frac{f_1}{f_2}(x) = \frac{f_1(x)}{f_2(x)} = \frac{3X+5}{X^2+1}$$

دائماً وابداً .

$* f_2(x) \neq 0$

لأن عندما = 0 تصبح القسمة عمليه غير معرف

التركيب أو التحصيل

$f_2(x) = x^2 + 1$ ، $f_1(x) = 3x + 5$

$(f_1 \circ f_2)(x) = f_1(f_2(x)) = 3(x^2+1) + 5 = 3x^2 + 8$

تفاصيل الحل

نشيل X اللي ف الدالة الأولى 3X+5 ونبدلها ب قيمة الدالة الثانية كاملةً X^2+1 .

$(f_1 \circ f_2)(x) = f_1(f_2(x))$

$= 3X(X^2+1)+5$ *

$= 3X^2 + 3 + 5$

$= 3X^2 + 8$

$f_1(x) = 2X^2 + 5X + 1$ ، $f_2(x) = X + 2$

$(f_1 \circ f_1)(x) = = f_1(f_2(x))$

$= 2(X+2)^2 + 5(X+2) + 1$

المربع التام = $A^2 + 2AB + B^2$

$= 2(X^2 + 4X + 4) + 5X + 10 + 1$

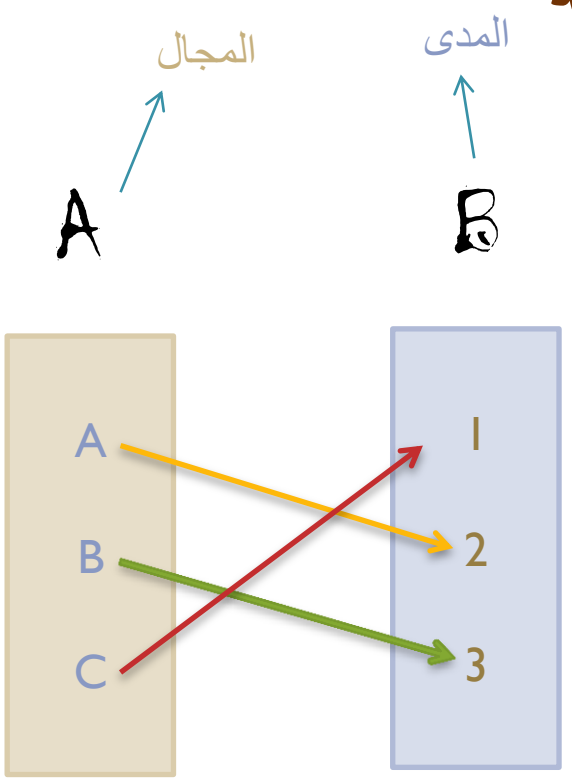
$= 2X^2 + 8 + 5X + 10 + 1$

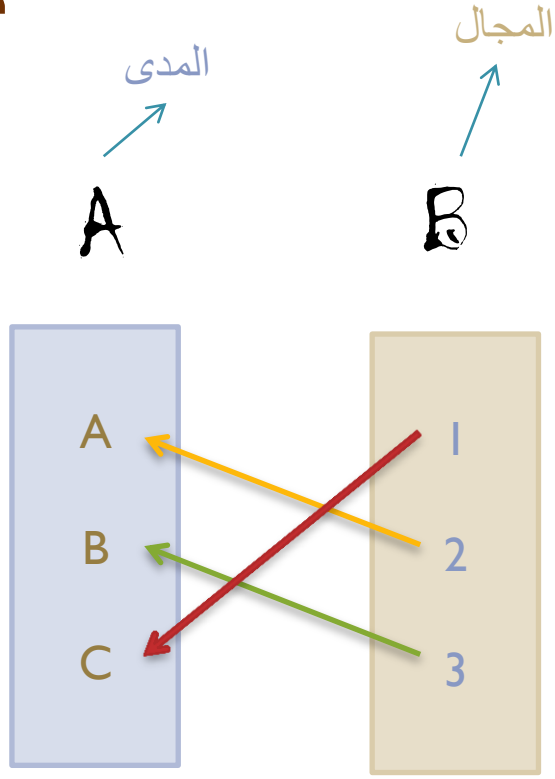
$= 2X^2 + 8X + 8 + 5X + 10 + 1$

$= 2X^2 + 13X + 19$

نشيل كل أكس ف الدالة الأولى : $2X^2 + 5X + 1$ ونبدلها ب الدلة الثانية : X + 2 ,

معكوس الدالة





$f : A \rightarrow B$

$f^{-1} : B \rightarrow A$

المجال = A = B

المدى = B = {a , b , c}

تابع : معكوس الدالة

إذا كانت $y = f_1(x)$ دالة فإن معكوسها يعني ايجاد x كدالة في y أي أن :

$x = f_2(y)$ فمثلا إذا كانت :

$y = f_1(x) = 3x + 1$ فإن :

$x = \frac{y-1}{3} = f_2(y)$ وهذا معكوس f_1

لإيجاد معكوس الدلة :

أولاً : نجعل الدالة تساوي Y

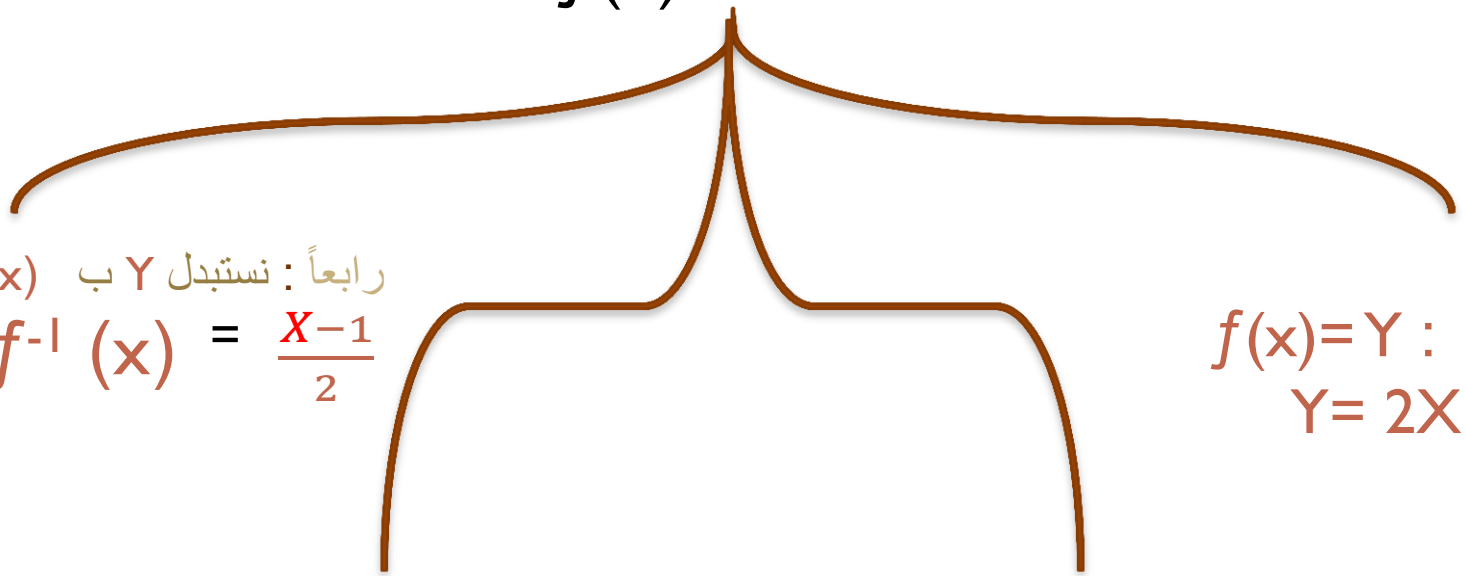
ثانياً : نحل من أجل إيجاد قيمة X

ثالثاً : نستبدل X ب Y وَ Y ب X

رابعاً : نستبدل Y ب $f^{-1}(x)$

أوجد f^{-1} الدالة :

$$f(x)= 2X+1$$



اولاً : $f(x)=Y$

$Y= 2X+1$

ثانياً : نوجد X

$Y= 2X+1$

$2X=Y-1$

$\therefore X= \frac{Y-1}{2}$

ثالثاً : نستبدل

X ب Y

وَ Y ب X

$Y= \frac{X-1}{2}$

رابعاً : نستبدل Y ب $f^{-1}(x)$

$\therefore f^{-1}(x) = \frac{X-1}{2}$

أوجد معكوس الدالة ثم مثلها بيانياً

الحل .

١) تكوين جدول : $f(X) = 2X + 3$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-3	-1	1	3	5	7	9

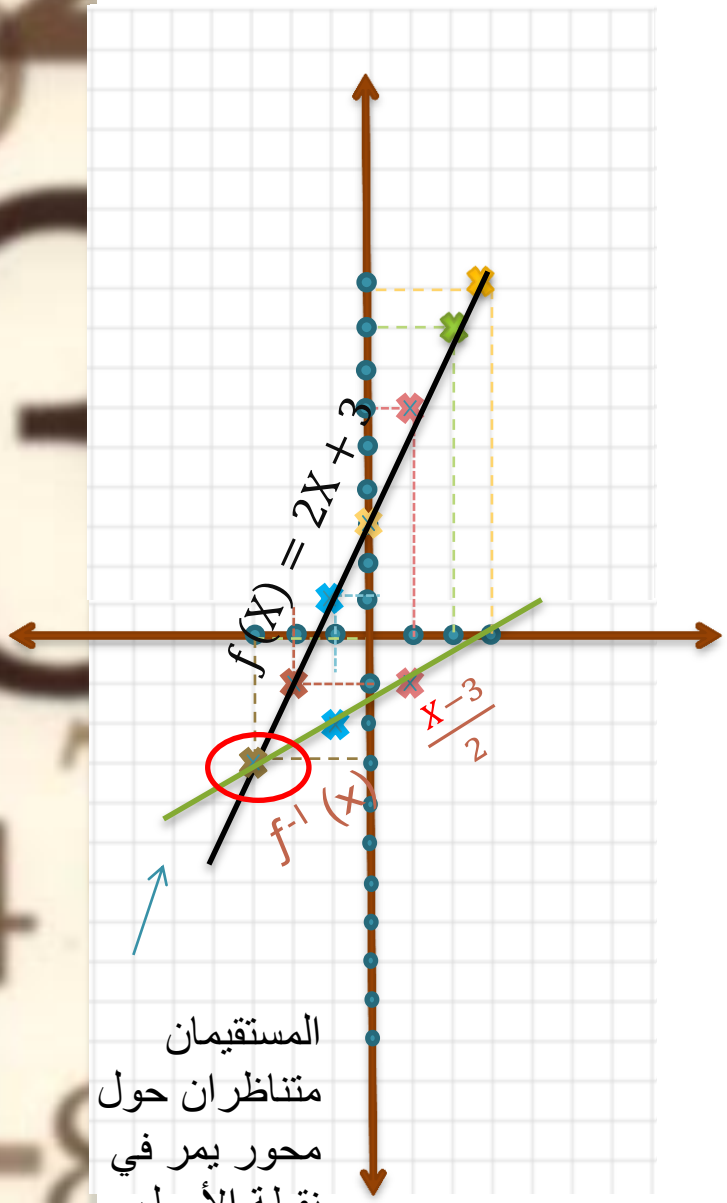
1 نوجد معكوس الدالة : f^{-1}

بتنفيذ ال ٤ خطوات

$$Y = 2X + 3$$

2 نوجد X ، $2X = Y - 3$

$$X = \frac{Y-3}{2}$$



المستقيمان متناظران حول محور يمر في نقطة الأصل

3 نستبدل X ب Y وَ Y ب X

$$Y=\frac{X-3}{2}$$

4 نستبدل Y ب $f^{-1}(x)$

$$f^{-1}(x)=\frac{X-3}{2}$$

x	-3	-2	-1	0	1	2
y	-3	$-\frac{5}{2}$	-2	$\frac{-3}{2}$	-1	$-\frac{1}{2}$

* التمثيل ف الشريحة السابقة

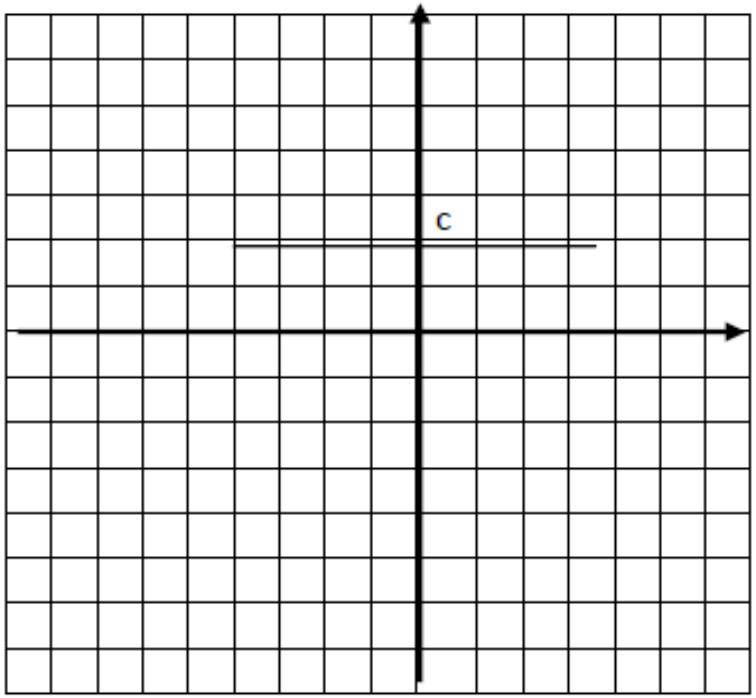
$$f^{-1}(x)=\frac{1}{2}X-\frac{3}{2}$$

بعض أنواع الدوال .

١) الدالة الثابتة :

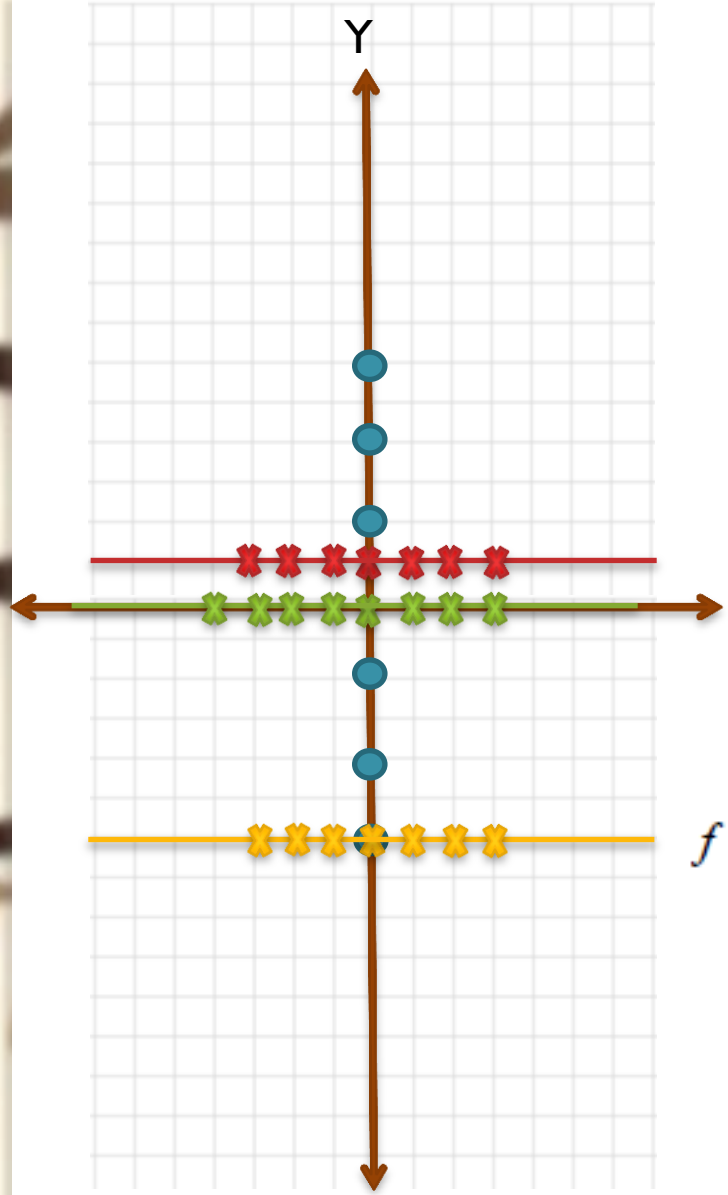
تسمى f دالة ثابتة إذا كان مدى هذه الدالة مجموعة أحادية مكونة من عنصر واحد فقط .فمثلا إذا كانت $f(x)=4$ حيث x عدد حقيقي فهذا يعني أنه مهما كانت قيمة x فإن قيمة $f(x)$ تساوي 4 دائما فمثلا $f(0)=4$ ، $f(1)=4$ ، $f(-2)=4$ وهكذا ...

ومن الواضح أن بيان هذه الدالة الثابتة $f(x)=c$ هو خط مستقيم يوازي محور x



الدالة الثابتة :

$$f(X) = C$$
$$Y = C$$



تمرين :

مثل بيانيا الدوال الثابتة التالية :

$f(x) = -3$ ، $f(x) = \frac{1}{2}$ و $f(x) = 0$

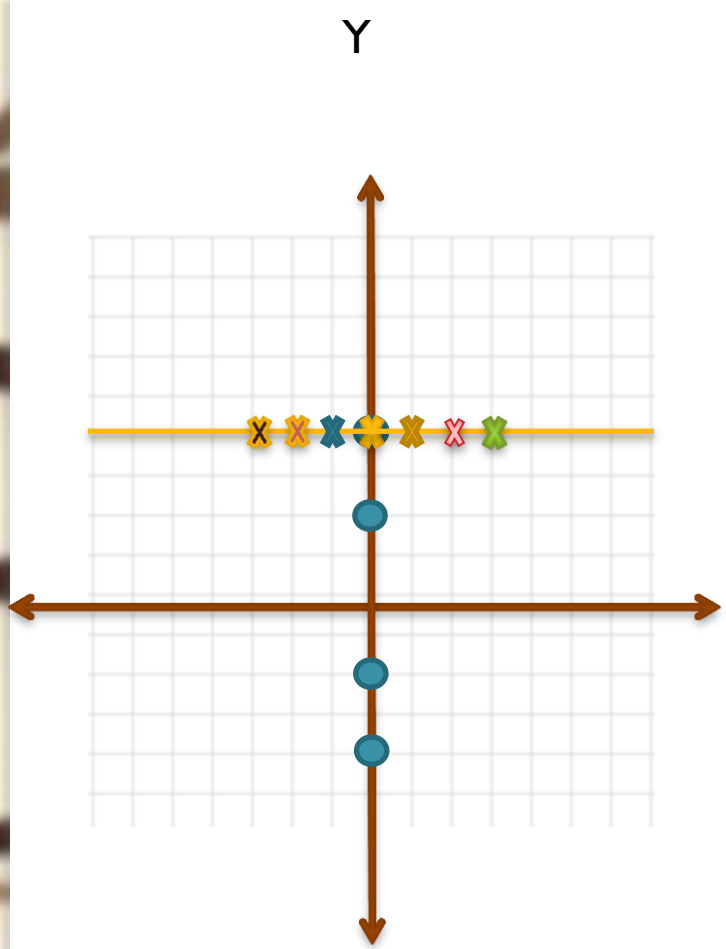
* خصائص المستقيم الذي يمثل الدالة الثابتة

- عمودي على محور Y
- يوازي محوّر X

مثل الدالة بيانياً وأوجد المجال والمدى :

$$f(X) = 2$$

$$Y = 2$$



x	-3	-2	-1	0	1	2
y	2	2	2	2	2	2

المجال : جميع الأعداد الحقيقية R

المدى : {2}

٢) الدالة الخطية

هي الدالة التي على الصورة $f(x)=mx+c$ حيث m ، c عددان حقيقيان وبطبيعة الحال هذه الدالة تمثل خطا مستقيما كما رأينا في مثال سابق .

ميل المستقيم

تعريف : ميل المستقيم هو نسبة ارتفاعه العمودي إلى المسافة الأفقية

الميل = الارتفاع العمودي ÷ المسافة الأفقية

مفهوم أساسي :

الميل m لمستقيم يحتوي النقطتين $(x_1,y_1),(x_2,y_2)$ يعطى بالقانون :

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}, x_1\neq x_2$$

ملاحظة مهمة :

إذا كان ميل المستقيم موجبا فإن المستقيم يكون صاعدا عندما تتحرك من اليسار إلى اليمين أي أن الدالة الخطية تزايدية أما إذا كان ميل المستقيم سالبا فإن المستقيم يكون نازلا عندما تتحرك من اليسار إلى اليمين أي أن الدالة الخطية تناقصية

* مثال : أوجد ميل المستقيم الذي يمر بالنقطتين : $A=(2,3),B=(-1,2)$ وهل المستقيم صاعدا أم نازلا ؟

الحل : الميل = m

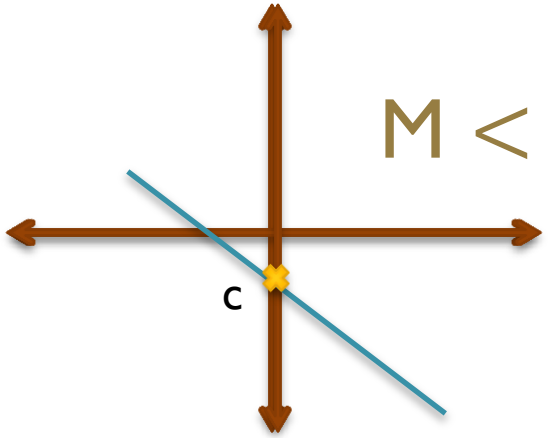
$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}, x_1\neq x_2$$

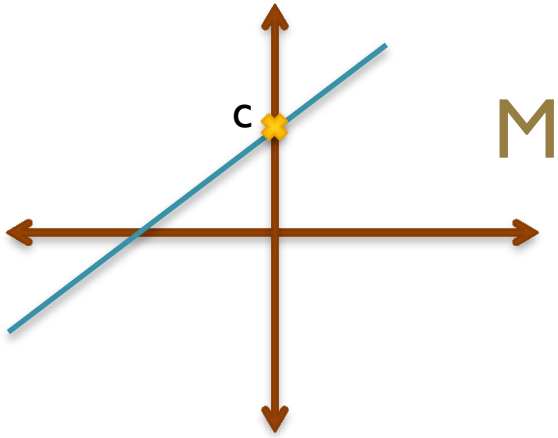
$$m=\frac{2-3}{-1-2}=\frac{-1}{-3}=\frac{1}{3}$$ وبما أن الميل موجب فإن المستقيم صاعدا

= الميل

$f(X) = mX + C$

الجزء المقطوع من محور y





$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad x_2 \neq x_1$$

أوجد ميل المستقيم الذي يمر ب النقطتين التاليتين :

(-2,1) (-5,-3)

x1,y1 X2,y2

$$M = \frac{-3\ -1}{-5\ -(-2)} = \frac{-4}{-3} = \frac{4}{3}$$

يستعمل ميل المستقيم لوصف معدل التغير (كيف تتغير الكمية مع الزمن)

مثال تطبيقي :

إذا كانت مبيعات إحدى الشركات 20000 سيارة في عام 2011 م وكانت مبيعاتها عام 2012م قد بلغت 32000 سيارة فإذا حافظت هذه الشركة على نفس المعدل من الزيادة فكم يكون عدد مبيعاتها من السيارات عام 2015م ؟

الحل : نفرض أن معدل التغير هو m

$$m = 32000 - 20000 = 12000$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$(x_1, y_1) = (2011, 20000)$$

$$(x_2, y_2) = (2015, y_2)$$

$$m = 12000 = \frac{y_2 - 20000}{2015 - 2011} = \frac{y_2 - 20000}{4}$$

$$12000 \times 4 = y_2 - 20000$$

إذا $y_2 = 48000 + 20000 = 68000$

إذا عدد السيارات في عام 2015 سيكون 68000 سيارة

أنتهى بالشرح ، بالتوفيق جميعاً ،
دعواتكم لنا .

1435 | 2014

Management Mathematics

SARA ALGHANNAM , ABO JORY , RAWAN ALGHAMDI