جامعة الدمام
UNIVERSITY OF DAMMAM
كلية الدراسات التطبيقية وخدمة المجتمع – إدارة أعمال – مستوى ثاني

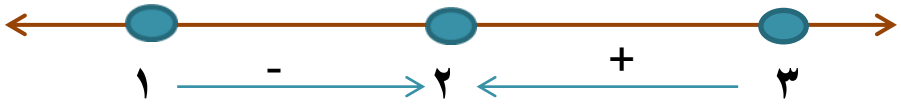
Management Mathematics

الفصل الثاني / النهايات

رقم المحاضرة المسجلة : ٧

أستاذ المقرر : ثابت عايض القحطاني .

مفهوم سلوك الاتجاه لرقم معين من الجهه اليسرى او اليمنى :

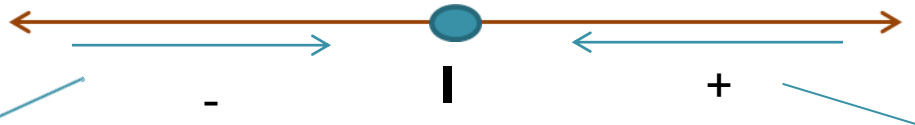


نستطيع ان نصل للنقطه ٢ من الجهه اليمنى من الرقم ٣ و الى الرقم ٢ . و الاعداد التاليه (٢.٠٥ ، ٢.٠١ ، ٢.٠٠١ .... الخ) سوف تواجهنا عند الاقتراب من الرقم ٢من الجهه اليمنى.

نستطيع ان نصل للرقم ٢ من الجهه اليسرى من الرقم ١ و الى الرقم ٢ و الاعداد التاليه (١.٠٥ ، ١.٠١ ، ١.٠٠١ ... الخ) سوف تواجهنا عن الاقتراب من الرقم ٢ من الجهه اليسرى.

لكي نبحث عن سلوك الداله عن الاقتراب من عدد معين و ليكن (١) و عندما xتقترب من العدد من الجهه اليمنى و اليسرى نتبع الخطوات التاليه :

$$F(x) = \frac{x-1}{x-1}$$



من الجهه اليسرى ناخذ ارقام اصغر من الواحد

من الجهه اليمنى ناخذ ارقام اكبر من الواحد.

الحين نسوي جدول و نختار قيم اصغر من الواحد و نعوضها في الداله و نختار قيم اكبر من الواحد و نعوضها في الداله و نشوف ايش بيطلع معانا :

F(x)=	X>1	F(x)=	x<1
1	1.05	1	0.5
1	1.01	1	0.8
1	1.001	1	0.9
1	1.0001	1	0.99
1	1.00001	1	0.999

لاحظنا في الجدول ان نواتج الدالتان متساويه أي :

$$\lim_{x \to 1^+} f(x) = 1 \quad = \quad \lim_{x \to 1^-} f(x) = 1$$

النهايه ↔ Lim

الجهه ↔ 1- ← x

اليسرى

اذا كانت نهايه الداله من الجهه اليمنى = نهايه الداله من الجهه اليسرى فهذا يعني ان للداله نهايه.

سؤال: متى تكون نهايه الداله غير موجوده ؟

« اذا كانت نهايه الداله من الجهتان غير متساويتان»

جبر النهايات

$$\lim_{x \to a} c = c$$

نهايه العدد الثابت يكون عدد ثابت

(a $\lim_{x \to 1} 5$

٥ = ٥ « لان ٥ عدد ثابت و حسب القاعده الجواب ٥»

(b $\lim_{x \to 0} -3$

٣- = ٣- « لان -٣ عدد ثابت و حسب القاعده الجواب -٣»

$$\lim_{x \to a} x = a$$

(c $\lim_{x \to -2} x$

نعوض بقيمه -٢ مكان x وبكذا الجواب «-٢»

(d $\lim_{x \to 3} x$

نعوض بقيمه ٣ مكان xوبكذا الجواب «٣»

نظرية : بفرض أن $\lim_{x \to a} f(x)$ ، $\lim_{x \to a} g(x)$

فإن :

١) $\lim_{x \to a}[c \cdot f(x)] = c \cdot \lim_{x \to a} f(x)$

٢) $\lim_{x \to a}[f(x) \pm g(x)] = \lim_{x \to a} f(x) \pm \lim_{x \to a} g(x)$

٣) $\lim_{x \to a}[f(x) \cdot g(x)] = \lim_{x \to a} f(x) \cdot \lim_{x \to a} g(x)$

٤) $\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \to a} f(x)}{\lim_{x \to a} g(x)}$ **حيث** $\lim_{x \to a} g(x) \neq 0$

١) $\lim_{x \to 2}(3x^2 - 5x + 4)$

بإستخدام النظريه الثانيه نوزع Lim:

$$Lim\ 3x^2 - Lim\ 5x + Lim\ 4$$

بإستخدام النظريه الاولى نطلع الرقم برا :

$$3Lim\ x^2 - 5\lim x + lim4$$

و هنا فقط نعوض بقيمه x و نطلع الناتج :

$$3(2^2) - 5\ (2) + 4 = 12 - 10 + 4 = 6$$

٢) $\lim_{x \to 3}\frac{x^3 + 2x + 1}{x^2 - 2}$

بإستخام النظريه الرابعه نوزع Limعلى البسط و المقام و نعوض بكل بساطه :

$$\frac{Lim\ x^3 + 2x + 1}{limx^2 - 2}$$

$$\frac{3^3 + 2(3) + 1}{3^2 - 2} = \frac{34}{7}$$

$$\lim_{x\to a}\log_c f(x)=\log_c\left(\lim_{x\to c}f(x)\right)=\log_c L$$

$$\lim_{x\to a}b^{f(x)}=b^{\lim_{x\to a}f(x)}=b^{L}$$

$$\lim_{x\to a}\sqrt[n]{f(x)}=\sqrt[n]{\lim_{x\to a}f(x)}=\sqrt[n]{L}$$

$$\lim_{x\to 2}\sqrt[5]{3x^{2}-2x}$$

« ندخل lim داخل الجذر و نعوض بالاكس ب ٢ بكل بساطه»

«الطريقه بكل بساطه نرفع lim و تصير اس مع الاكس و نعوض ٢ بالاكس و يطلع الناتج ٢ »

$$\lim_{x\to 2} e^{x}=e^{\lim x}=e^{2}$$

« نطلع اللوغاريتيم برا و ندخل الـ lim داخل القوس و نعوض ب قيمه الاكس فقط»

$$\lim \log \quad (3x^{2}+5)$$

$$\log(\lim(x^{2}+5)$$
$$=\log(12+5)$$
$$=log17$$

ملاحظة مهمة :

إذا كانت الدالة f(x) معرفة وفق أكثر من قاعدة مثل :

$$f(x)=\begin{cases}3x^2+5, & x\le 1\\ 7x-2, & x>1\end{cases}$$

A تقع في مجال القاعدة الأولى

مثال :

$$\lim_{x\to\frac{1}{2}} f(x)$$

$$3\left(\frac{1}{2}^2\right)+5$$

$$=3\left(\frac{1}{4}\right)+5$$

$$=\left(\frac{3}{4}\right)+5$$

$$=\left(\frac{3}{4}\right)+\left(\frac{20}{4}\right)$$

$$=\frac{23}{4}$$

A تقع ضمن مجال القاعدة الثانية

مثال :

$$\lim_{x\to 3} f(x)$$

7x – 2

7 (3) -2 = 19

A تقع على الحد الفاصل بين المجالين

مثال :

$$\lim_{x\to 1} f(x)$$

النهايه من اليمين =

$$7(1)-2=5$$

النهاية من اليسار =

$$3\ (1)^2+5=8$$

أنتهى بالشرح ، بالتوفيق جميعاً ،
دعواتكم لنا .

1435 | 2014

Management Mathematics

SARA ALGHANNAM , ABO JORY , RAWAN ALGHAMDI