

Management Mathematics

الفصل الثاني / نظريات رقم المحاضرة المسجلة : ٨

أستاذ المقرر : ثابت عايد القحطاني .

نظريه ساندويتش :

إذا كانت : $f(x) \leq h(x) \leq g(x)$ ، وكان $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} g(x) = L$

فإن : $\lim_{x \rightarrow a} h(x) = L$

$$\lim \left(x \sin \frac{1}{x} \right)$$

من الداله المثلثيه :

$$-1 < \sin x < 1$$

نعوض بـ x بدل ١ و -١

F(x)

$$-x < \sin x < x$$

G(x)

الحين ناخذ $f(x)$ و $g(x)$ و نعوض بـ 0

$$\lim_{x \rightarrow 0} -x = 0 , \lim_{x \rightarrow 0} x = 0$$

$$\lim \left(x \sin \frac{1}{x} \right) = 0$$

نظرية:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$$

$$\lim \left(1 + \frac{3}{x}\right)^x$$

نأخذ الكسر ونساويه بكسر مفترض من عندنا مشابه لصوره النظرية

$$\frac{3}{x} = \frac{1}{y}$$

عن طريق عمليه المقص نوجد قيمه x

$$x = 3y$$

نحط الكسر اللي افترضناه و نعوض في الاس بقيمه الاكس و عشان نحصل على شكل النظرية نخلي ٣ اس لـ y

$$\lim \left(1 + \frac{1}{y}\right)^{y^3}$$

بكذا حصلنا على النظرية اللي تعطينا e باقي لنا ٣ نخليها أس لـ e

$$e^3$$

نظريه:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

$$\lim \frac{\sin 3x}{x}$$

نساوي $3x$ بـ y
و نطلع قيمه الاكس الي بتكون
 $y \frac{1}{3}$

$$y = 3x, x = \frac{1}{3}y$$

نحط y بدل $3x$ و نحط قيمه
الاكس الي طلعت معنا في المقام

$$\lim \frac{\sin y}{\frac{1}{3}y}$$

طبعا تخلصنا من الكسر و طلعنا ٣
فوق اولا بعدين طلعاها برا و بكذا
تحققت عندنا صورته النظريه
نعوض عنها بـ ١ و بتبقى ٣ ف
نقوم نضربها في ١

$$= 3 \lim \frac{\sin y}{y}$$

$$3 \times 1 = 3$$

شرح لمثال يشمل ما تعلمناه:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\sin 7x}$$

نفصلهم عن
بعض بحيث
يكونون بهذا
الشكل

نضرب في x
و نقسم على x

$$\lim \frac{\sin 4x}{1} \times \frac{1}{\sin 7x}$$

$$\lim \left(\frac{\sin 4x}{x} \times \frac{x}{\sin 7x} \right)$$

نغير عليه
الضرب الى قسمه
و نقلب الكسر
الثاني كما تعلمنا
سابقا.

$$\lim \frac{\sin 4x}{x} \times \lim \frac{x}{\sin 7x}$$

$$\lim \frac{\sin 4x}{x} \div \lim \frac{\sin 7x}{x}$$

نوزع Lim
على الطرفين

$$\frac{4}{7}$$

و مثل ما تعلمنا كيف نحل
النظرية راح يكون حل
الطرف الاول ٤ و الثاني ٧
و بما انهم مقسومين راح
يكونون على شكل كسر

إذا كانت $f(x) = \frac{1}{x^2}$ فأوجد : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2}$

الحل : نكون الجدول التالي الذي يبين سلوك الدالة عندما

$x \rightarrow 0^-$ و $x \rightarrow 0^+$

F(x)	X<0	F(x)	x>0
1	-1	1	1
100	-0.1	100	0.1
1000	-0.01	1000	0.01
1000000	-0.001	1000000	0.001

ونلاحظ أن قيم $f(x)$ تزداد بدون حد عندما تقترب x من الصفر ونقول أن $f(x)$ تؤول إلى ما لانهاية ونرمز لها بالرمز ∞ عندما تقترب x من الصفر أي أن :

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} = \infty$$

حالات عدم التعيين :

8
|
8
0
0
0

الحالات : ↗ ↖

اسلوب الضرب في المرافق :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+3} - \sqrt{3}}{x}$$

$$= \frac{\sqrt{3} - \sqrt{3}}{0} = \frac{0}{0}$$

$$\lim = \frac{\sqrt{x+3} - \sqrt{3}}{x} \times \frac{\sqrt{x+3} + \sqrt{3}}{\sqrt{x+3} + \sqrt{3}}$$

$$\frac{x+3-3}{x\sqrt{x+3} + \sqrt{3}}$$

$$\lim = \frac{1}{\sqrt{x+3} + \sqrt{3}} = \frac{1}{2\sqrt{3}}$$

اسلوب التحليل :

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$$

$$\frac{1-1}{1-1} = \frac{0}{0}$$

$$\lim \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \frac{(x-1)(x+1)}{x-1}$$

$$1+1=2$$

أنتهى الشرح ، بالتوفيق جميعاً ،
دعواتكم لنا .

1435 | 2014
Management Mathematics
SARA ALGHANNAM , ABO JORY , RAWAN ALGHAMDI