..(المحاضرة الثامنة)..

نظرية ساندوتش

اذا كانت

$F(x) \le h(x) \le g(x)$

$\lim f(x) = \lim g(x) = \ell$

$\lim_{x\to\infty} h(x) = \ell$

مثال: اوجد نهاية الدالة

الحل:

$-1 \le \sin x \le 1$

$-1 \le \sin \frac{1}{x} \le 1$

$h(x) \leftarrow -X \le \sin \frac{1}{x} \le X \rightarrow g(x)$

نظرية:

العدد النابيبري $e \approx 2.718$

مثال: احسب نهاية

نفرض ان

$\frac{3}{x} = \frac{1}{y}$

$X = 3y$

$= e^3$

مثال: احسب نهاية الدالة

الحل: نفرض ان

$\frac{-2}{x} = \frac{1}{y}$

$x = -2y$

$$\ell im\ (1 - \frac{2}{X})^{3X} = \lim_{y \to \infty} (1 + \frac{1}{y})^{3(-2y)}$$

$$\lim_{y \to \infty} (1 + \frac{1}{y})^{-6y} = \lim_{y \to \infty} ((1 + \frac{1}{y})^{y})^{-6}$$

$$\frac{1}{e^6} = e^{-6}$$

$$\frac{-2}{x} = \frac{1}{y}$$

$$x \times ١ = ٢- \times y$$

$$X = -2y$$

$$(x^2)^3 = x^6$$

مثال: أوجد

الحل: نفرض أن

$$X = \frac{1}{y}$$

$$y = \frac{1}{x}$$

$$\lim_{y \to 0} (1 + x)^{\frac{1}{x}} = \lim_{y \to \infty} (1 + \frac{1}{y})^{y}$$

$$= e$$

نظرية:

$$\lim_{x \to 0} \frac{\text{Sin } x}{x} = ١$$

مثال: أوجد

$$y = 3X$$

$$X = \frac{1}{3} y$$

$$\ell im \frac{Sin\ y}{\frac{1}{3} y} = \ell im \frac{Sin\ 3x}{x}$$

$$= \lim_{y \to 0} \frac{3 \text{ Sin } y}{y}$$

$$3 \lim_{y \to 0} \frac{Sin\ Y}{Y} = ٣ \times ١ = ٣$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{5\ x}{x}$$

$$5 \times 1 = 5$$

$$\lim_{y \to 0} \frac{7\ x}{x} = 7$$

تمرين :أوجد

$$\lim_{x \to 0} \left(\frac{sin\ 4x}{1} \cdot \frac{1}{\sin 7x} \right)$$

بالضرب في x والقسمة على x

$$= \lim_{x \to 0} \frac{sin\ 4x}{x} \cdot \ell im\ \frac{x}{\sin 7x}$$

$$4 \div 7 = \frac{4}{7}$$

أوجد

$$\lim_{y \to 0} \frac{sin\ 5x}{\sin 3x} = \frac{5}{3}$$

مثال: أوجد

$$\lim_{x \to 0} \frac{\tan x}{x} = \lim_{x \to 0} \frac{\frac{\sin x}{\cos x}}{x}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} \cdot \frac{1}{\cos x}$$

$$1 \times \frac{1}{\cos x}$$

$$1 \times 1 = 1$$

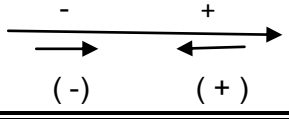
تمرين

إذا كانت

مثال: إذا كانت $f(x) = \frac{1}{x^2}$ فأوجد :

الحل: نكون الجدول الذي يبين سلوك الدالة عندما

$x \to 0^+$ و $x \to 0^-$



F (x)	x < 0	قيم 0^-	F (x)	x > 0	قيم 0^+
١		-١	١		١
١٠٠		-٠,١	١٠٠		٠,١
١٠٠٠٠		-٠,٠١	١٠٠٠٠		٠,٠١
١٠٠٠٠٠٠		-٠,٠٠١	١٠٠٠٠٠٠		٠,٠٠١
		-٠,٠٠٠١			٠,٠٠٠١

$$\ell\text{im } f(x) = \lim_{x\to 0} \frac{1}{x^2}$$

$$\frac{1}{1^2} = ١$$

$$\left(\frac{1}{(0.01)^2}\right) = \frac{1}{0.01}$$

$$\frac{1}{(0.01)^2} = \frac{1}{0.0001}$$