جامعة الدمام
UNIVERSITY OF DAMMAM
كلية الدراسات التطبيقية وخدمة المجتمع – إدارة أعمال – مستوى ثاني

Management Mathematics

الفصل الثالث /

تطبيقات التفاضل على سلوك المنحنيات
حساب القيم العظمى والصغرى المحلية (أسلوب المشتقة الأولى)
ومجالات التزايد والتناقص

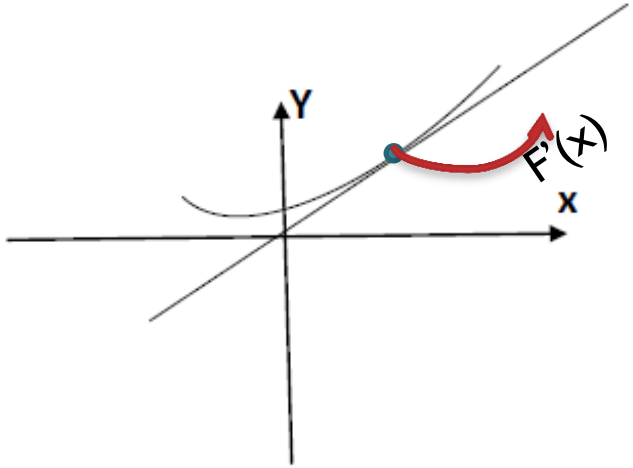
رقم المحاضرة المسجلة : ١٣

أستاذ المقرر : ثابت عائض القحطاني .

تطبيقات التفاضل على سلوك المنحنيات

سوف يكون الحديث في هذا البند على الدوال التي توجد مشتقاتها عند كافة النقاط في مجالها ولن نخوض في الصعوبات التي تنشأ في حالة عدم وجود المشتقة كما سنفرض دوما أن مجال الدالة هو مجموعة الأعداد الحقيقية .

- تفسير المشتقة الأولى هندسيا على أنها ميل المماس لمنحنى الدالة $y=f(x)$ عند النقطة $(a,f(a))$ إذا كانت مشتقة الدالة $y=f(x)$ عند النقطة $x=a$



* مثال : إذا كانت $f(x)=x^2+2$ فأوجد ميل المماس لمنحنى الدالة $f(x)$ عند x=2

الحل :

F'(x) = 2x

F ' (2) = 2 x 2 = 4

ميل المماس = 4

* مثال : إذا كانت $f(x)=x^2+$ 3x فأوجد ميل المماس لمنحنى الدالة $f(x)$ عند x=2

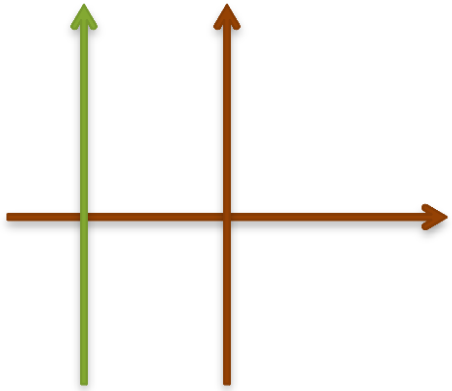
الحل :

F'(x) = 2x + 3

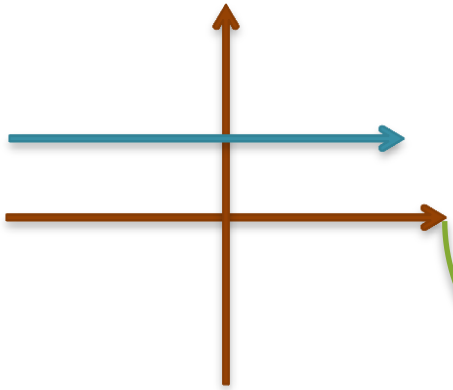
F ' (2) = 2 x 2 +3 = 7

ميل المماس = 7

يوازي محوّر y = غير معرّف



يوّازي محوّر x = 0



مثال : إذا كانت : $G(x)=x^2-2x$ فأوجد ميل المماس لمنحنى الدالة $f(x)$

عند X=1

الحل :

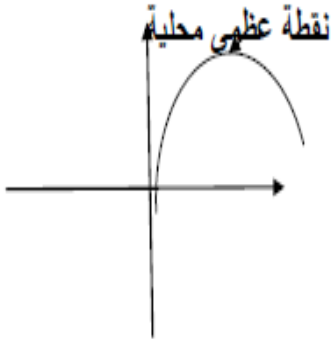
$G'(x) = 2x - 2$

$G'(1) = 2(1) - 2 = 0$

تعريف :

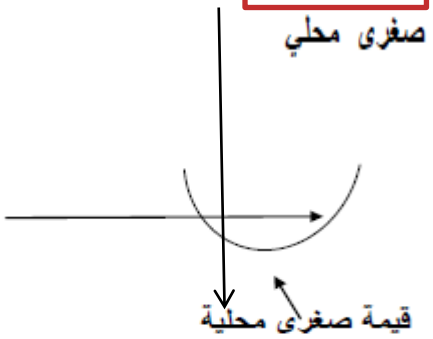
إذا كانت c نقطة في مجال الدالة f فإن :

١) f(c) قيمة عظمى محلية للدالة f إذا وجدت فترة مفتوحة (a,b)
تحتوي على c بحيث أن : $f(x) \le f(c)$
لجميع قيم x في الفترة (a,b)
وتكون النقطة (c,f(c)) هي النقطة العظمى المحلية



ملاحظه : إذا كان التغيّير في سلوك الدالة عند النقطه (C,f(c)) قبلها إلى التناقص بعدها فإننا نقول أن النقطه (C,f(c)) ، قيمة عظمى محليّه .

٢) تعتبر f(c) قيمة صغرى محلية للدالة f إذا وجدت فترة مفتوحة (a,b) تحتوي c بحيث أن $f(x) \ge f(c)$ لجميع قيم x
وتكون النقطة هي قيمة صغرى محلي



ملاحظه : إذا كان التغيّير في سلوك الدالة عند النقطه (C,f(c)) من التناقص قبلها إلى التزايد بعدها فإن نقول أن النقطه (C,f(c)) ، قيمة صغرى محليّه .

مثال : إذا كان $f(x)=4x^2-2x+3$

فما هي نقاط القيم العظمى والصغرى المحلية إن وجدت ؟

الحل :

I) F'(x) = 8x – 2

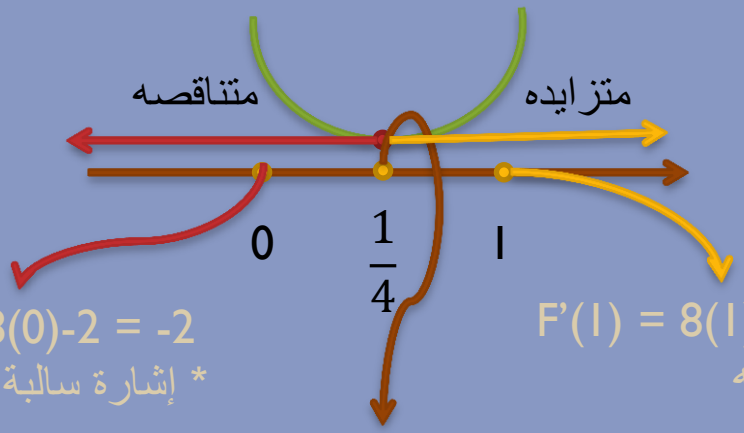
٢) نوجد أصفار المشتقه الأولى :

F'(x) = 0 8x – 2 =0

8x = 2 $x = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

٣) لتحديد النقاط عند $x= \frac{1}{4}$

نبحث إشارة f'(x) قبل وبعد $x= \frac{1}{4}$



F'(0) = 8(0)-2 = -2

* إشارة سالبة

F'(I) = 8(I) – 2 = 6

إشارة موجبه

توجد قيمة صغرى محليه عند

$X=\frac{1}{4}$

حساب القيم العظمى والصغرى المحلية (أسلوب المشتقة الأولى)
ومجالات التزايد والتناقص

نظرية :

١) إذا كانت $f'(x)>0$ لجميع قيم x في (a,b) فإن f تتزايد على الفترة [a,b]

٢) إذا كانت $f'(x)<0$ لجميع قيم x في (a,b) فإن f تتناقص على الفترة [a,b]

نظرية : إذا كانت الدالة f لها قيمة قصوى محلية (عظمى أو صغرى) في فترة مفتوحة عند x=c فإن $f'(x)=0$

عظمى أو صغرى

خطوات إيجاد النقاط القصوى ومجالات التزايد والتناقص باستخدام المشتقة الأولى

أولا : نوجد المشتقة الأولى $f'(x)$

ثانيا : نوجد أصفار المشتقة الأولى أي أن $f'(x)=0$ **ولتكن c**

ثالثا : نختبر إشارة $f'(x)$ **على يمين ويسار النقطة x=c**

رابعا : نحقق النظرية السابقة الملاحظات اللي ف الشريحة الخامسة

حساب القيم العظمى والصغرى باستخدام المشتقة الثانية

نظرية : إذا كانت $f'(c)=0$ **وكانت :**

١) $f''(c)<0$ فإن f لها قيمة عظمى محلية عند x=c

٢) $f''(c)>0$ فإن f لها قيمة صغرى محلية عند x=c

مثال : أوجد نقاط القيم العظمى أو الصغرى المحلية للدالة $f(x)=5x^2-3x+2$

$F(x) = -4x^2 + 4x - 1$

١) $F'(x)= -8x + 4$

$-8x + 4 = 0 \qquad -8x = -4$

$X = \frac{1}{2} = C$

٢) نوجد إشارة المشتقة الثانيه

$F''(x) = -8$ أصغر من 0

* توجد قيمة عظمى محليّه .

١) $F'(x)= 10x -3$

$10x - 3 = 0 \qquad 10x = 3$

$X = \frac{3}{10} = C$

٢) نوجد إشارة المشتقة الثانيه

$F''(x) = 10 > 0$

* توجد قيمة صغرى محليّه .

أنتهى الشرح ، بالتوفيق جميعاً ،
دعواتكم لنا .

1435 | 2014

Management Mathematics

SARA ALGHANNAM , ABO JORY , RAWAN ALGHAMDI