



عمادة التعليم الإلكتروني والتعلم عن بعد
كلية الدراسات التطبيقية وخدمة المجتمع

المحاضرة المسجلة الحادية عشر

د. رائد الخصاونة

الرياضيات للإدارة





انواع الدوال



الدوال العددية
الدوال الضمنية

القواعد التي نعلمها ها كيفية
 خلال الفصل الرابع استقانه
 جميعه تتعلق بالدوال الدوال
 الصريحه والى الضمني
 تمكنت على الصورة $f(x, y) = 0$
 ومثال على $y = f(x)$
 $x + y = 5$ $y = 2x + 1$
 $2y - 3 = 4x$ $y = x^2 - x^3$

الاستقانه الضمني :-

لايجاد مشتقة y والة ضمني
 حيث نعتبر x والة في x
 ونظير قواعد الاستقانه
 المناسبة ، مع فلاضفة
 أنه استقانه اي dy/dx
 محتوي على y ستقوم
 بضرب تفاضله (استقانه)
 في $\frac{dy}{dx}$ ثم نجمع الحدود
 المحتوية على $\frac{dy}{dx}$ في

طرف وننقل الحدود الأخرى إلى الطرف الآخر ،
 مثال :- ذرجه مشتقة الدوال التالية :-

① $y^2 + x^2 = 9$

$2y \cdot \frac{dy}{dx} + 2x = 0 \Rightarrow 2y \frac{dy}{dx} = -2x$
 $\frac{dy}{dx} = \frac{-2x}{2y} = \frac{-x}{y}$

التخلص من معامل $\frac{dy}{dx}$
 من خلال غلبه القسمة
 الحل :-
 مقررات الرياضيات للإدارة



$$2. \quad y^2 + x^2 + 3x^3 + 4y^3 = 9$$

الحل: نضرب قواعد الاشتقاق التي درسناها سابقاً.

$$2y \cdot \frac{dy}{dx} + 2x + 9x^2 + 12y^2 \frac{dy}{dx} = 0$$

$$2y \frac{dy}{dx} + 12y^2 \frac{dy}{dx} = -9x^2 - 2x.$$

اضرب كل حد في $\frac{dy}{dx}$ مشترك

$$(2y + 12y^2) \frac{dy}{dx} = -9x^2 - 2x$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-9x^2 - 2x}{2y + 12y^2}.$$

$$3. \quad xy = 5x + 10$$

$$x \frac{dy}{dx} + y(1) = 5$$

$$x \frac{dy}{dx} = 5 - y \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{5 - y}{x}$$

∴ الحل



الاستقاف الجزئي :-

- إذا كانت لدينا $Z = f(x, y)$ دالة بمتغيرين ، فإذا
 ابقينا y ثابتاً فإن Z دالة في x فقط وعليه
 نستطيع إيجاد تفاضل Z بالنسبة للمتغير x
 ونسمي المشتقة الناتجة حاصل على المشتقة الجزئية
 للدالة Z بالنسبة إلى x ويرمز لها بالرمز $\frac{\partial Z}{\partial x}$
 وبفسر الطريقة إذا ابقينا x ثابتاً فإن Z دالة
 في y فقط وعليه نستطيع إيجاد تفاضل Z بالنسبة
 إلى y ونسمي المشتقة الناتجة حاصل على المشتقة الجزئية
 للدالة Z بالنسبة إلى y ويرمز لها بالرمز $\frac{\partial Z}{\partial y}$
 مثال :- اوجد $\frac{\partial Z}{\partial x}$ ، $\frac{\partial Z}{\partial y}$ لكل من الدوال التالية :-

Z دالة مكتوبة بدلالة

متغيرين x, y $\Rightarrow Z = xy + x^2y + y^2x$ (1)

الحل :-

$$\frac{\partial Z}{\partial x} = y + 2xy + y^2$$

$$\frac{\partial Z}{\partial y} = x + x^2 + 2yx$$



$$2) Z = 2x^2 + 3xy - 6x^2.$$

$$\frac{\partial Z}{\partial x} = 4x + 3y - 12x = 3y - 8x. \quad \text{الحل :-}$$

$$\frac{\partial Z}{\partial y} = 0 + 3x - 0 = 3x.$$

سطر كتابة في الحالة
الكائنة حيث
لم نضرب الحد الاول
ولا الثاني المعثر لا

$$3) Z = 5x - 2y + 10x^2 - 30y^3.$$

$$\frac{\partial Z}{\partial x} = 5 - 0 + 20x - 0 \quad \text{الحل :-}$$
$$= 5 + 20x.$$

$$\frac{\partial Z}{\partial y} = 0 - 2 + 0 - 90y^2.$$
$$= -90y^2 - 2.$$



تمارين وعسائل :-

① اوجد مشتقة الدوال التالية

① $x - 5y = 10$

② $x^2 + y^2 - 5x = -2$

③ $xy - 3y^2 = x$

⑤ اوجد $\frac{\partial z}{\partial x}$ ، $\frac{\partial z}{\partial y}$ للدوال التالية :-

① $z = x^3 - 2xy + y^3$

② $z = x \ln y + y^2$



قاعدة :- تتطور بإيجاد معادلة يصل المحاس للدالة $f(x)$

تعريف: يصل المحاس هو عبارة

عن المشتقة بالنسبة للدالة

$f(x)$ عندما $x = a$.

أما معادلة المحاس فهي تنظر بالنسبة التالية :-

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

مثال (1) :- اوجد يصل ومعادلة المحاس لمنحن الدالة

$$f(x) = 3x^4 - 2x^2 - 5x + 2$$

عندما $x = 1$ ؟؟ x_1

الحل :- أولاً: يجب أن نجد يصل المحاس.

$$f'(x) = 12x^3 - 4x - 5$$

$$f'(1) = 12(1)^3 - 4(1) - 5 = 3$$

ثانياً: نجد معادلة المحاس لمنحن الدالة كما يلي :-

$$f(1) = 3(1)^4 - 2(1)^2 - 5(1) + 2 = -2$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y + 2 = 3(x - 1) \Rightarrow y + 2 = 3x - 3$$



مثال :- ارشد معادلة المماس للدالة

عند نقطة $x = -1$ ؟
 $f(x) = 3x^3 - 9x^2 + 1$

الحل :- أولاً نجد ميل المماس من خلال اشتقاق الدالة

وتعويض قيمة x منكم :-

$$f'(x) = 9x^2 - 18x$$

$$f'(-1) = 9(-1)^2 - 18(-1) = 9 + 18 = 27$$

ثانياً :- سنجد صورة $x = -1$ في الدالة $f(x)$

$$f(-1) = 3(-1)^3 - 9(-1)^2 + 1$$

$$= -3 - 9 + 1 = -11$$

ثالثاً :- نفرض f نقطة التي حصلنا عليها $(-1, -11)$

مع الميل $m = 27$ في المعادلة

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y + 11 = 27(x + 1)$$

$$y + 11 = 27x + 27$$

$$y = 27x + 27 - 11 \Rightarrow y = 27x + 16$$



تمرين : اوجد ميل ومعادلة مماس منحنى $f(x) = 3x - x^4$ عند $x = 2$.

$$f(x) = 3x - x^4$$

عندها $x = 2$. ؟

* * * * *

ندية المحاضرة المسجلة

الحادية عشر

شاكراً للجميع من استماع