المحاضرة الثانية عشر

مقرر مبادئ الإحصاء

الارتباط الخطي البسيط

الارتباط الخطي البسيط

تعريف:

الارتباط: يستخدم لقياس مدى العلاقة التي تربط بين متغيرين بحيث ان ازدياد احدها يؤدي الى نقصان الاخر هل العلاقة بين المتغيرين طردية (موجبة) أي يزيد Y بزيادة X ام عكسية (سالبة) أي تقل Y بزيادة X و هل العلاقة قوية بين المتغيرين ام ضعيفة.

يقاس الارتباط الخطي البسيط باستخدام معامل الارتباط لبيرسون ويحسب من العلاقة التالية:

$$r = \frac{SS_{xy}}{\sqrt{SS_x SS_y}}$$

حيث أن:

$$SS_{xy} = \sum_{i=1}^{n} (x_i y_i) - n\bar{x}\bar{y}$$

$$SS_x = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2$$

$$SS_y = \sum_{i=1}^{n} y_i^2 - n\bar{y}^2$$

تفسير نتيجة معامل الارتباط لبيرسون:

١. قيمة معامل الارتباط لبيرسون تقع دائماً بين $-1 \le r \le +1$
٢. $r>0$ يوجد ارتباط خطي طردي بين المتغيرين X,Y
٣. $r<0$ يوجد ارتباط خطي عكسي بين المتغيرين X,Y
٤. $r=1$ يوجد ارتباط خطي طردي تام بين المتغيرين X,Y
٥. $r=-1$ يوجد ارتباط خطي عكسي تام بين المتغيرين X,Y
٦. $r=0$ لا يوجد ارتباط

مثال (1):

من البيانات التالية احسبي معامل ارتباط بيرسون مع تفسير النتيجة:

Y_i^2	X_i^2	XiYi	y	x
49	1	7	7	1
25	9	15	5	3
25	4	10	5	2
36	16	24	6	4
36	25	30	6	5
171	55	86	29	15

الحل:

$$r = \frac{SS_{xy}}{\sqrt{SS_x SS_y}}$$

$$SS_{xy} = \sum X_i Y_i - n\overline{X}\overline{Y}$$

$$SS_{xy} = (86 - (5 \times 3 \times 5.8)) = -1$$

$$SS_x = \sum X_i^2 - n\overline{X}^2$$

$$SS_x = (55 - (5 \times 3^2)) = 10$$

$$SS_y = \sum y_i^2 - n\overline{y}^2$$

$$SS_y = (171 - (5 \times 5.8^2)) = 2.8$$

$$r = \frac{-1}{\sqrt{(10 \times 2.8)}} = -0.19$$

يوجد ارتباط خطي عكسي ضعيف بين المتغيرين X , Y

مثال (2):

اذا كان SSxy = 19 ، SSx =10 ، SSy=38 اوجدي معامل الارتباط لبيرسون ؟ مع تفسير النتيجة؟

الحل:

$$r = \frac{SS_{xy}}{\sqrt{SS_x SS_y}}$$

$$r = \frac{19}{\sqrt{(10 \times 38)}} = 0.97$$

يوجد ارتباط خطي طردي قوي بين المتغيرين X , Y