

* ومن طرق عرض البيانات الوصفية :

(2) طريقة المستطيلات او الاعمدة:

تستعمل هذه الطريقة للمقارنة بين قيم الظواهر حسب الزمن او المسميات. تتلخص هذه الطريقة برسم محورين متعامدين على المحور الافقي الزمن او المسمى ورسم المستطيلات بحيث يكون ارتفاع كل مستطيل ممثلاً لقيمة الظاهرة باستعمال مقياس رسم مناسب. يجب مراعاة كتابة عنوان الشكل ، الوحدات المستعملة ومذكرات المصادر التي اخذت منها البيانات.

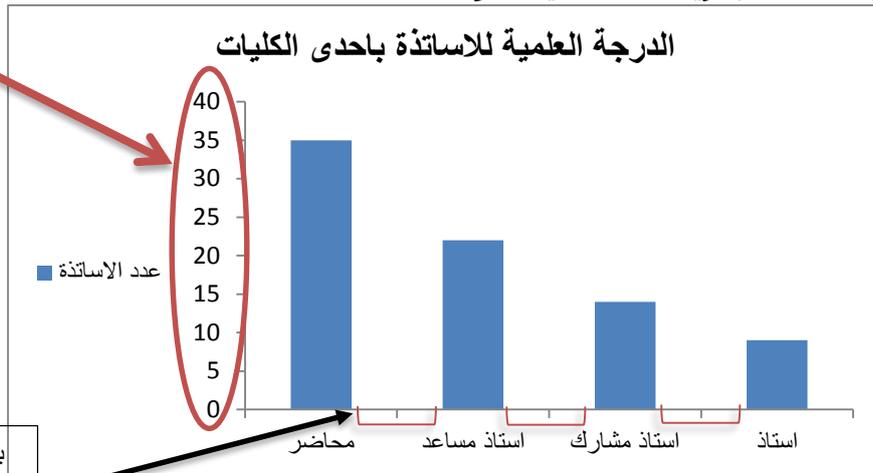
مثال(2):

الجدول الاتي يبين توزيع الاساتذة في كلية ما حسب الدرجة العملية:

الدرجة العلمية	محاضر	استاذ مساعد	استاذ مشارك	استاذ
عدد الاساتذة	35	22	14	9

المطلوب: عرض البيانات اعلاه بطريقة المستطيلات او الاعمدة

الدرجة العلمية للاساتذة باحدى الكليات



هنا الفرق بين الارقام ثابت..

0,5,10,15

و هذه طريقه أسهل من
التعداد من 0 إلى أكبر رقم
موجود في الجدول لأن راح
يطلع الرسم كبير وحوسه
فالأفضل يكون فرق ثابت
والفرق بين الـ5 والـ10 هو
رقم 5 وبين الـ10 والـ15 رقم
5

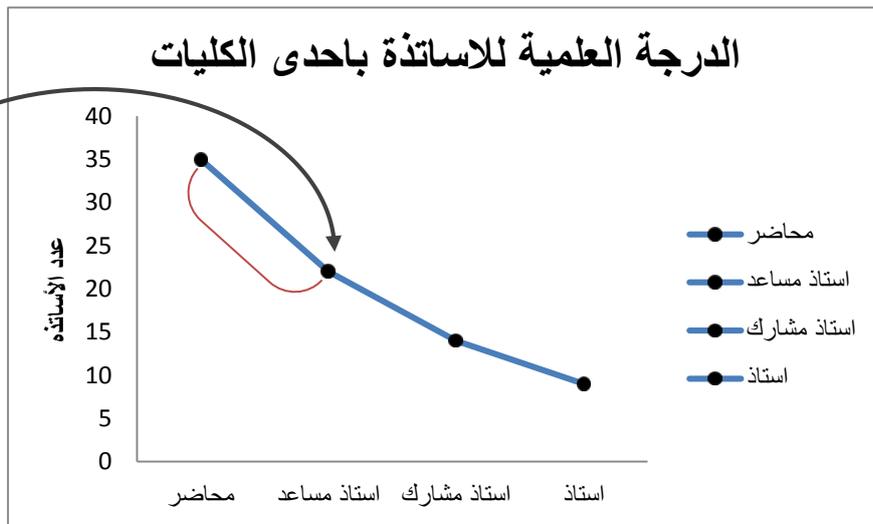
(3) طريقة الخط المنكسر:

تستعمل هذه الطريقة لعرض تغير ظاهرة او عدة ظواهر مع الزمن او المسميات. تتلخص هذه الطريقة برسم محورين متعامدين على المحور الافقي الزمن او المسميات ثم تحديد النقاط وايصال هذه النقاط بالمسطرة باستعمال مقياس رسم مناسب.

مثال(3):

من مثال(2) السابق المطلوب: عرض البيانات بطريقة الخط المنكسر

الدرجة العلمية للاساتذة باحدى الكليات



بعد ما نخلص من تحديد
النقاط **نوصل** من النقطة
الأول إلى النقطة الثانية
بالمسطره .. ومن الثانية
للتالثة بالمسطره وكذا ..

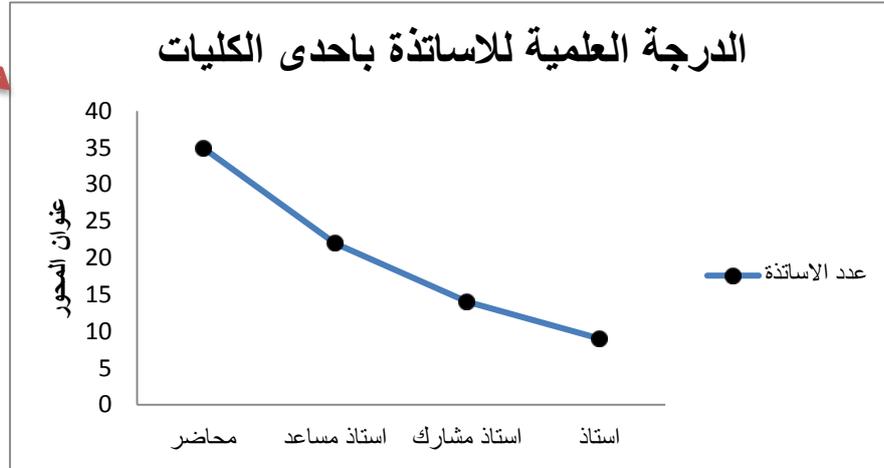
(4) طريقة الخط المنحني:

تستعمل هذه الطريقة عندما تتغير الظاهرة على فترات زمنية قصيرة وكثيرة. تماثل هذه الطريقة طريقة الخط المنكسر ونحصل عليها بتمهيد الخط المنكسر ليصح على شكل منحنى بدون زوايا.

مثال(4):

من مثال(2) المطلوب: عرض البيانات بطريقة الخط المنحنى

بعد مانحط .. النقاط
.. نوصل بيديدنا
موش بالمسطره
هذا فيبين هذا في
الخط المنحى



(5) طريقة الدائرة :

تتلخص هذه الطريقة بتقسيم الظاهرة الكلية الى اجزاء بحيث ان المجموع الكلي للظاهرة يساوي مساحة الدائرة 360 درجة ثم يتم تحويل كل جزء الى قطاع من الدائرة.

$$\text{زاوية القطاع} = \frac{\text{العدد} \times 360}{\text{المجموع الكلي}}$$

مثال(5):

من مثال(2) المطلوب : عرض البيانات بطريقة الدائرة

الحل:

$$\text{زاوية القطاع} = \frac{\text{العدد} \times 360}{\text{المجموع الكلي}}$$

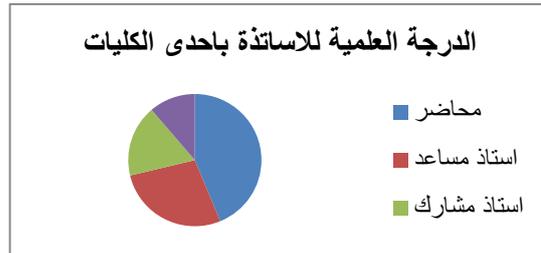
$$\text{محاضر} : 157.5 = \frac{360 \times 35}{80}$$

$$\text{استاذ مساعد} : 99 = \frac{360 \times 22}{80}$$

$$\text{استاذ مشارك} : 63 = \frac{360 \times 14}{80}$$

$$\text{استاذ} : 40.5 = \frac{360 \times 9}{80}$$

للتأكد أن الحل سليم وصحيح .. اجمعوا
النواتج إذا طلع مجموع النواتج "360"
إذا الحل سليم والحساب صح



المحاضرة الثانية
*** عرض البيانات الاحصائية ووصفها**
التوزيع التكراري

- التوزيع التكراري:

- ▶ هو احدى الطرق التي تتمكن بواسطتها من تنظيم البيانات الكثيرة بحيث لا تخسر هذه البيانات من اهميتها.
- ▶ الطريقة الاساسية لبناء التوزيع التكراري هي عبارة عن تقسيم مدى قيم البيانات الى فئات وحصر عدد البيانات الواقعة ضمن كل فئة.

مثال(1): اعرض/ ي البيانات التالية في توزيع تكراري:

9،8، 10، 7، 9،10، 6 ، 12 ، 8 ، 6، 9 ، 10 ، 11، 5 ، 9 ، 6

التكرار	عدد المشاهدات
1	5
3	6
1	7
2	8
4	9
3	10
1	11
1	12
16	المجموع

***بناء التوزيع التكراري:**

- لتكوين التوزيع التكراري اولاً يتم تعيين:
- المدى = اعلى قيمة - أدنى قيمة
- ▶ اذا كان المدى صغير كما في مثال(1) السابق نستخدم قيم المشاهدات في تكوين الجدول التكراري وتحديد التكرار المقابل لكل مشاهدة.
- ▶ اما اذا كان المدى كبير فانه يتم تقسيم البيانات الى فئات يتراوح عددها من 5 الى 15 فئة.
- ▶ عند بناء جدول التوزيع التكراري يجب مراعاة الاتي:
- 1. ان تكون الفئات منفصلة عن بعضها البعض.
- 2. ان تكون الفئات متساوية في الطول.
- 3. ان تكون الفئات كافية لاحتواء جميع البيانات

خطوات انشاء التوزيع التكراري:

- 1) نعين عدد الفئات المتساوية في الطول.
- 2) نعين المدى (المدى = اعلى قيمة - أدنى قيمة).
- 3) نعين طول الفئة وذلك بقسمة المدى على عدد الفئات ثم التقريب الى اعلى.
- طول الفئة = المدى ÷ عدد الفئات
- 4) نعين الحد الادنى للفئة الاولى (اقل قيمة).
- 5) نعين الحد الاعلى للفئة الاولى وذلك بإضافة طول الفئة بشرط ان نبدأ الحساب من الحد الادنى للفئة.
- 6) نعين الحدود الدنيا والعليا الباقية.
- 7) **نعين الحدود الفعلية حيث ان:**

الحد الادنى الفعلي للفئة = الحد الادنى للفئة - 0.5

الحد الاعلى الفعلي للفئة = الحد الاعلى للفئة + 0.5

8) نعين مراكز الفئات (نرمز لمركز الفئة بالرمز X)

$$\text{مركز الفئة} = \frac{\text{الحد الادنى الفعلي للفئة} + \text{الحد الاعلى الفعلي للفئة}}{2}$$

$$\frac{l+u}{2} = x \quad \text{بالرموز}$$

9) ن سجل مجموع تكرارات كل فئة امامها في عمود التكرارات (نرمز لتكرار الفئة بالرمز f ومجموع التكرارات بالرمز n)

مثال(2): فيما يلي درجات (80) طالب في الامتحان النهائي لمادة مبادئ الاحصاء:

67 ، 89 ، 82 ، 75 ، 88 ، 75 ، 68 ، 80 ، 62 ، 78 ، 78 ، 65 ، 79 ، 84 ، 86 ، 65 ، 79 ، 96 ، 66 ، 61 ، 73 ، 68 ، 77 ، 62 ، 93 ، 90 ، 72 ، 88 ، 78 ، 75 ، 94 ، 60 ، 74 ، 68 ، 81 ، 57 ، 97 ، 61 ، 75 ، 87 ، 73 ، 82 ، 73 ، 73 ، 85 ، 76 ، 75 ، 76 ، 65 ، 79 ، 74 ، 78 ، 59 ، 88 ، 76 ، 62 ، 76 ، 60 ، 69 ، 95 ، 79 ، 62 ، 63 ، 78 ، 85 ، 95 ، 77 ، 74 ، 75 ، 71 ، 60 ، 72 ، 75 ، 93 ، 85 ، 42 ، 71 ، 83 ، 68 ، 63

* كون/ي جدول التوزيع التكراري من 7 فئات متساوية في الطول.

المدى = اعلى قيمة - ادنى قيمة

المدى = 97 - 42 = 55

طول الفئة = المدى ÷ عدد الفئات

طول الفئة = 55 ÷ 7 = 7.8 بالتقريب الى اعلى 8

.. طبعا في التقريب نقدر نقرب في حالة كان من 5 وفوق يعني زي 1.5 .. تقريبا تصير 2

1.7 .. تقريبا .. تصير 2 .. أقل من 5 ماتقرب ..

جدول التوزيع التكراري

التكرار	مركز الفئة xi	الحدود الفعلية للفئة	حدود الفئة
1	45.5	49.5 _ 41.5	49 - 42
1	53.5	57.5 _ 49.5	57 - 50
15	61.5	65.5 _ 57.5	65 - 58
15	69.5	73.5 _ 65.5	73 _ 66
27	77.5	81.5 _ 73.5	81 _ 74
13	85.5	89.5 _ 81.5	89 _ 82
8	93.5	97.5 _ 89.5	97 _ 90
80			المجموع

التوزيع التكراري النسبي:

التكرار النسبي لكل فئة هو نسبة تكرار تلك الفئة الى مجموع التكرارات ويرمز للتكرار النسبي بالرمز P

$$p = \frac{f}{n}$$

التكرار النسبي = التكرار ÷ مجموع التكرارات

مثال(3): من مثال(2) السابق احسب/ي التكرار النسبي للتوزيع التكراري.

اضافة عمود للجدول التكراري يسمى التكرار النسبي

التكرار النسبي
0.013
0.013
0.188
0.188
0.338
0.163
0.1

التوزيع التكراري المئوي:

التكرار المئوي نحصل عليه من عمود التكرار النسبي وذلك بضرب كل تكرار نسبي في مئة.
التكرار المئوي = التكرار النسبي $\times 100$

مثال(4): من مثال (3) السابق احسب/ي التكرار المئوي للتوزيع التكراري.

إضافة عمود للجدول التكراري يسمى التكرار المئوي:

التكرار المئوي
1.3
1.3
18.8
18.8
33.8
16.3
10

التوزيع التكراري المتجمع:

لتكوين التكرار المتجمع نضيف عمود للجدول التكراري يسمى التكرار المتجمع حيث يتم تكوينه من عمود التكرار فبدأ **أول تكرار ثم نصف التكرار التالي في كل مرة فينتهي بمجموع التكرارات.**

مثال(5) من مثال(2) السابق كون/ي التوزيع التكراري المتجمع.

* إضافة عمود للجدول التكراري يسمى التكرار المتجمع:

التكرار المتجمع
1
2
17
32
59
72
80

المحاضرة الثالثة

* تمثيل التوزيعات التكرارية بيانياً

- تمثيل التوزيعات التكرارية بيانياً

* هنالك ثلاث طرق لتمثيل التوزيعات التكرارية بيانياً:

1. المدرج التكراري

2. المضلع التكراري

3. المنحنى التكراري

❖ أولاً: المدرج التكراري:

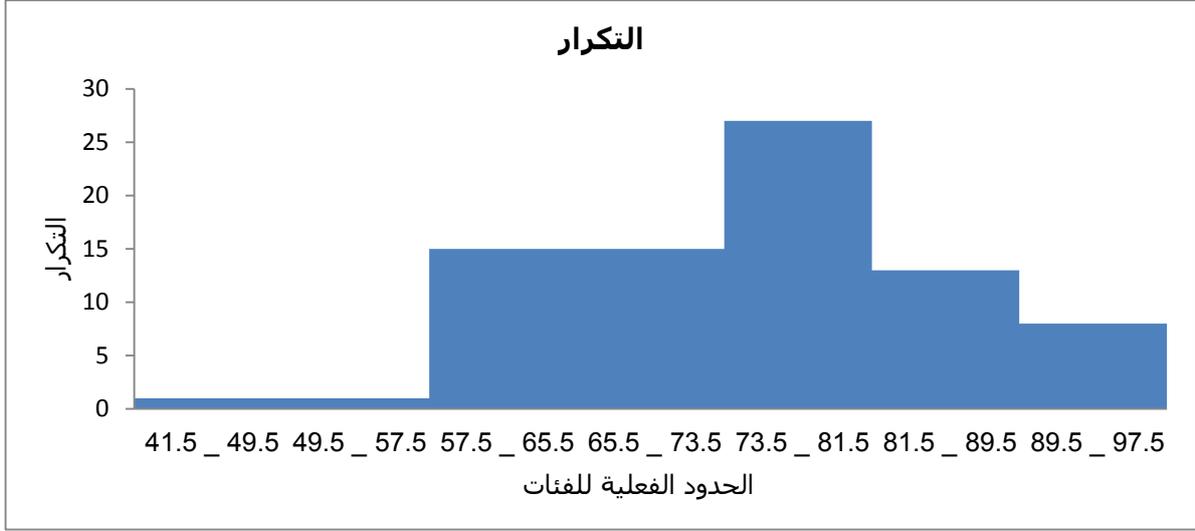
التعريف: هو عبارة عن تمثيل كل فئة من فئات التوزيع التكراري بمستطيل قاعدته الحدود الفعلية للفئات

وارتفاعه التكرار المقابل.

مثال(6): ارسمي المدرج التكراري للمثال (2) (محاضرة التوزيع التكراري)

التكرار	الحدود الفعلية للفئة
1	49.5 _ 41.5
1	57.5 _ 49.5
15	65.5 _ 57.5
15	73.5 _ 65.5
27	81.5 _ 73.5
13	89.5 _ 81.5
8	97.5 _ 89.5

المدرج التكراري



❖ ثانياً: المضلع التكراري:

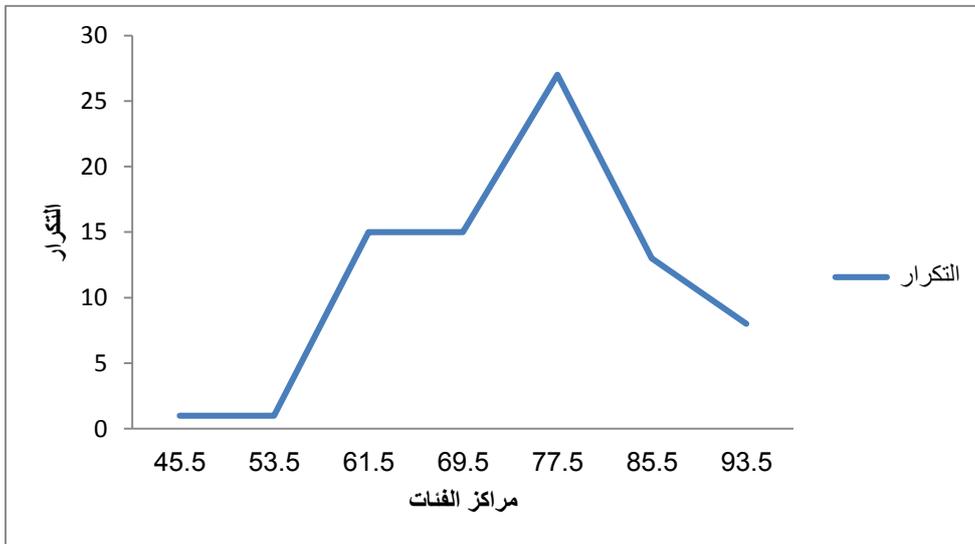
تعريفه: هو عبارة عن مضلع مغلق نحصل عليه من نقاط تصنيف اضلاع المستطيلات العلوية للمدرج التكراري ثم ايصال هذه النقاط بخطوط مستقيمة منكسرة (باستخدام المسطرة) او هو توصيل النقاط ذات الاحداثيات (مركز الفئة ، التكرار) مع بعضها بخطوط مستقيمة.

مثال(7): ارسمي المضلع التكراري للمثال (2)

من جدول التوزيع التكراري(مثال2)

التكرار	الحدود الفعلية للفئة
1	49.5_41.5
1	57.5_49.5
15	65.5_57.5
15	73.5_65.5
27	81.5_73.5
13	89.5_81.5
8	97.5_89.5

المضلع التكراري



❖ ثالثاً: المنحنى التكراري:

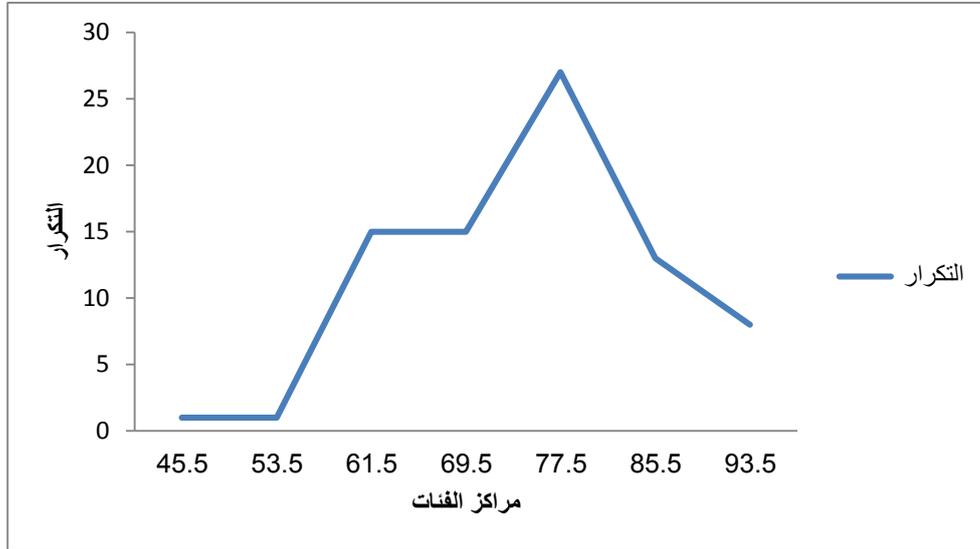
تعريفه: هو عبارة عن تمهيد المضلع التكراري باليد بدلاً من الخطوط المنكسرة.

ملحوظة: يمكن استعمال الطرق الثلاث السابقة لتمثيل التوزيع التكراري المتجمع بياناً ولكن أكثر هذه الطرق

استعمالاً هو **المضلع التكراري المتجمع والمنحنى التكراري المتجمع.**

مثال (8) ارسمي المنحنى التكراري للمثال (2)

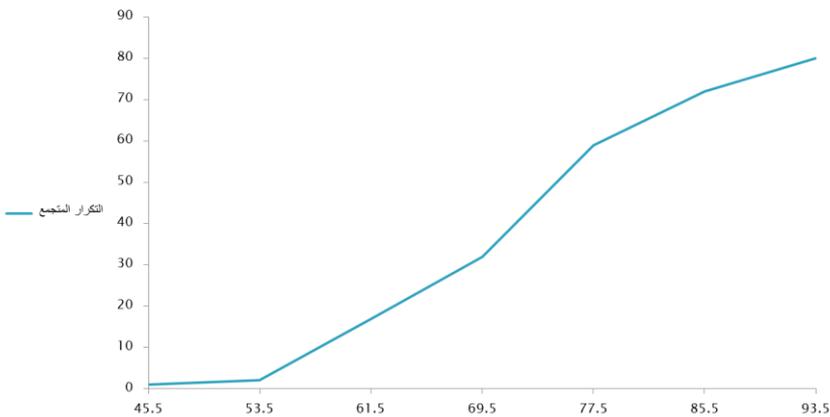
❖ المنحنى التكراري



❖ المضلع التكراري المتجمع

مركز الفئة xi	التكرار المتجمع
45.5	1
53.5	2
61.5	17
69.5	32
77.5	59
85.5	72
93.5	80

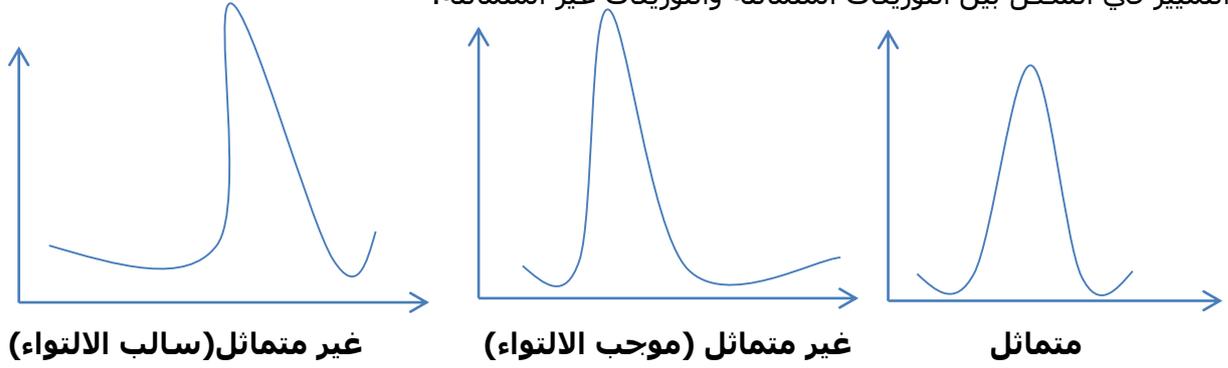
التكرار المتجمع



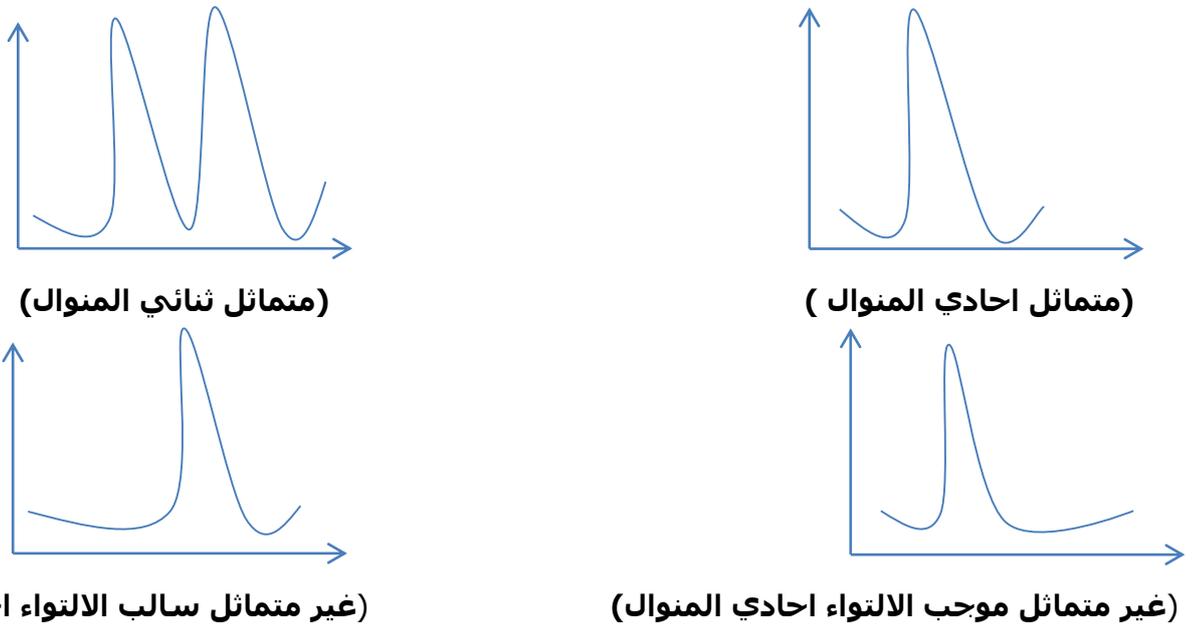
اشكال التوزيعات التكرارية :

يمكن التعرف على شكل التوزيع التكراري من مصلحه او مدرجه التكراري:

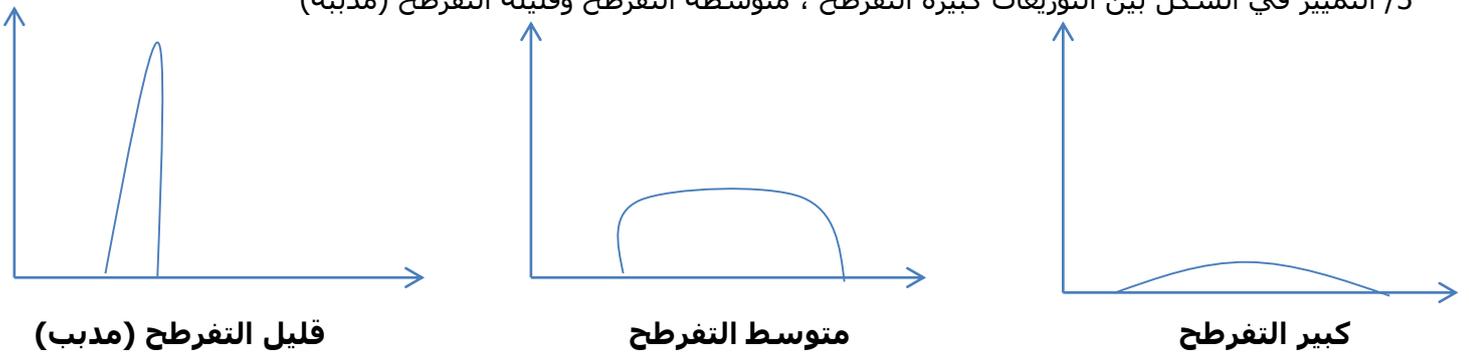
1/ التمييز في الشكل بين التوزيعات المتماثلة والتوزيعات غير المتماثلة.



2/ التمييز في الشكل بين التوزيعات ذات المنوال الواحد والتي لها عدة منوال.



3/ التمييز في الشكل بين التوزيعات كبيرة التفرطح ، متوسطة التفرطح وقليلة التفرطح (مدببة)



المحاضرة الرابعة

*مقاييس النزعة المركزية للبيانات الاولية

- **مقاييس النزعة المركزية (المتوسطات) تعريفه :** هي مقاييس عددية تعين موقع التوزيع كما تساعد هذه المقاييس في دراسة الفرق بين التوزيعات التكرارية ، وقيمة المتوسط اكثر القيم تمثيلاً للمجتمع من أي واحدة من مفرداته.

❖ يعتبر المتوسط مقبولاً إذا حقق الصفات التالية او معظمها:

1. يجب ان يكون المتوسط معرفاً تعريفاً دقيقاً.
2. يجب ان يبنى على جميع المشاهدات.
3. يجب ان يكون سهل الفهم والتفسير.
4. يمكن حسابه بسهولة وسرعة معقولتين.
5. يخضع للعمليات الجبرية بسهولة.
6. لايتاثر بالقيم المتطرفة او الشاذة.
7. لايتاثر باختلاف العينات من مجتمع واحد.

❖ انواع المتوسطات هي:

1. الوسط الحسابي.
2. الوسط الهندسي.
3. الوسط الربيعي.
4. الوسيط.
5. المنوال.

- **الوسط الحسابي للبيانات الاولية :**
تعريف: اذا كان لدينا n من الاعداد(قيم المشاهدات)
{ X₁, X₂ , X₃, ... , X_n}

فان **الوسط الحسابي** لهذه الاعداد هو:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n}$$

مثال(1):

البيانات التالية تمثل درجات (5) طلاب في امتحان الاحصاء :

80 ، 75 ، 60 ، 65 ، 75

المطلوب: اوجد/ي **الوسط الحسابي** لهؤلاء الطلاب.

الحل:

1- نكتب القانون ..

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n}$$

2- نعوض في القانون ..

$$\bar{X} = \frac{(75 + 65 + 60 + 75 + 80)}{5} = 71$$

3- إذا الوسط الحسابي .. هو 71

- **الوسط الحسابي المرجح :**

تعريف: اذا كان لدينا مجموعة ذات N₁ من القيم ووسطها الحسابي \bar{X}_1 ومجموعة ذات N₂ من القيم ووسطها

الحسابي \bar{X}_2 فان **الوسط الحسابي للمجموعتين معاً** هو:

$$\bar{X} = \frac{N_1 \bar{X}_1 + N_2 \bar{X}_2}{N_1 + N_2}$$

وهذا هو قانون الوسط الحسابي المرجح

مثال(2):

إذا كانت لدينا المجموعات التالية:

المجموعة الأولى: $N_1=4, \bar{X}_1=6$

المجموعة الثانية: $N_2=5, \bar{X}_2=10$

المطلوب: احسب/ي الوسط الحسابي المرجح .

الحل: 1- نكتب القانون ..

$$\bar{X} = \frac{N_1 \bar{X}_1 + N_2 \bar{X}_2}{N_1 + N_2}$$

2- نعوض في القانون ..

$$\bar{X} = \frac{((4 \times 6) + (5 \times 10))}{(4 + 5)} = 8.2$$

3- إذا المتوسط الحسابي المرجح هو .. 8.2

- الوسط الهندسي للبيانات الأولية :

تعريف: إذا كان لدينا N من الأعداد الموجبة $X_1, X_2, X_3, \dots, X_N$ فإن وسطها الهندسي

يعرف بالمعادلة: $G = \sqrt[N]{X_1 X_2 \dots X_N}$

مثال(3):

احسب/ي الوسط الهندسي للأعداد:

30 ، 25 ، 20 ، 12 ، 8 ، 5

الحل ..

1- نكتب القانون ..

$$G = \sqrt[N]{X_1 X_2 \dots X_N}$$

2- نعوض القيم المعطاه في القانون

$$G = \sqrt[6]{(5 \times 8 \times 12 \times 20 \times 25 \times 30)} = 13.9$$

3- إذا الوسط الهندسي هو .. 13.9

1- لأننسى ندخل الرقم الي قبل الجذر لأن البعض يدخل القيم داخل الجذر .. ويطلع الحساب خطأ لأنه نسي يدخل الرقم قبل الجذر . 2- وكمان القيمة هذي عباره عند عدد الأرقام المعطيه في المسأله .. وعددها ستة [5، 8، 12، 20، 25، 30]

- الوسط الهندسي للبيانات الأولية

خطوات إيجاد الوسط الهندسي من الآلة الحاسبة:

$$N \text{ shift } \sqrt[N]{(X_1 \times X_2 \times X_3 \times \dots \times X_N)}$$

تعريف: إذا كانت $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ مجموعة من الأعداد المرتبة تصاعدياً (او تنازلياً)

فإن الوسيط لها

- العدد الذي ترتيبه $\frac{X_{n+1}}{2}$ إذا كان n فردياً.

- العدد الذي ترتيبه $\frac{1}{2} \left[X_{\left(\frac{n}{2}\right)} + X_{\left(\frac{n+2}{2}\right)} \right]$ إذا كان n زوجياً .

مثال(4):

حدد/ي الوسيط للأعداد التالية:

3 ، 9 ، 12 ، 1 ، 10 ، 5 ، 2

الحل : ..

1- عدد الأرقام المعطيه في المسأله 7 أرقام وهي 2 ، 3 ، 5 ، 9 ، 10 ، 12 ، 3 نرتبها

(تصاعدي) 1,2,3,5,9,10,12

(فردى) $n=7$

ترتيب الوسيط : نكتب القانون وبعدها نعوض فيه

$$\begin{aligned} X_{\frac{n+1}{2}} \\ X_{\frac{7+1}{2}} = X_{\frac{8}{2}} = X_4 \end{aligned}$$

$$\therefore M = X_4 = 5$$

By: arng

الرقم الرابع بعد الترتيب الي في مجموعة الأعداد هو الوسيط
1, 2, 3, 5, 9, 10, 12

مثال(5):

حددي الوسيط للاعداد التالية:

3 ، 10 ، 19 ، 6 ، 10 ، 18

الحل ..:

- عدد الأرقام المعطيه في المسأله 6 أرقام وهي 3 ، 10 ، 19 ، 6 ، 10 ، 18
- نبدأ نرتبها

(تصاعدي) 3,6,10,10,18,19

(زوجي) n=6

- نكتب القانون : .. $\frac{1}{2} \left(X_{\frac{n}{2}} + X_{\frac{n+2}{2}} \right)$

- نعوض فيه: .. $\frac{1}{2} \left(X_{\frac{6}{2}} + X_{\frac{6+2}{2}} \right) = \frac{1}{2} (X_3 + X_4) = \frac{1}{2} (10+10) = \frac{20}{2} = 10$

∴ M = 10

- **المنوال للبيانات الاولى :**

تعريف: المنوال هو القيمة التي تتكرر اكثر من غيرها.

مثال(6): حدد/ي المنوال للاعداد التالية:

2 ، 4 ، 3 ، 5 ، 5 ، 4 ، 10 ، 4 ، 3

الحل: المنوال هو العدد 4 .. لأنه تكرر أكثر شيء

المحاضرة الخامسة

*مقاييس النزعة المركزية للتوزيع التكراري

- **الوسط الحسابي للتوزيع التكراري ذو الفئات :**

تعريف: اذا كان لدينا توزيع تكراري عدد فئاته h وكانت مراكز الفئات (او القيم) $X_1, X_2, X_3, \dots, X_h$ وكانت التكرارات المقابلة لها $f_1, f_2, f_3, \dots, f_h$

❖ فان الوسط الحسابي لهذا التوزيع هو:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^h X_i f_i}{n}$$

حيث ان:

▶ n تمثل مجموع التكرارات.

▶ X_i تمثل مراكز الفئات

▶ f_i تمثل التكرار

مثال (1)

- احسب/ي الوسط الحسابي من التوزيع التكراري الاتي:

طبعاً في المسألة مراح تعطينا الدكتوراه الجدول كامل .. فئات - تكرارات - **مركز الفئة - $x_i f_i$** نوجدها .. بالحل

الفئات	التكرارات (fi)
10_ 0	10
20_ 10	20
30_ 20	15
40_ 30	25
50_ 40	5
60_ 50	12
70_ 60	13
المجموع	100

في مسائل أوجد الوسط الحسابي للتوزيع التكراري اولا
نوجد .. مركز الفئات (x_i) ونحطها بالجدول
وبعدها .. نضرب مركز الفئات (x_i) في التكرارات (f_i)
وبعد ماتظهر النواتج .. نجمعها عشان نطلع المجموع ..
ونحطها بالجدول
واخيرا .. نوجد الوسط الحسابي

الحل :

*اولا نوجد مركز الفئة وقانونها

$$\text{مركز الفئة} = \frac{\text{الادنى الحد الفعلي للفئة} + \text{الحد الاعلى الفعلي لنفس الفئة}}{2}$$

$$5 = 2 \div (0+10)$$

$$15 = 2 \div (10+20)$$

$$25 = 2 \div (20+30)$$

$$35 = 2 \div (40+30)$$

$$45 = 2 \div (50+40)$$

$$55 = 2 \div (60+50)$$

$$65 = 2 \div (70+60)$$

الآن أوجدنا مركز الفئات .. بعد التأكد نضيفها للجدول

الفئات	التكرارات (fi)	مركز الفئة (Xi)
10 _ 0	10	5
20 _ 10	20	15
30 _ 20	15	25
40 _ 30	25	35
50 _ 40	5	45
60 _ 50	12	55
70 _ 60	13	65
المجموع	100	

*ثانيا .. (نضرب مركز الفئة (Xi) × (التكرارات fi) حتى نوجد المطلوب منا وهو الوسط الحسابي

$$50 = 5 \times 10$$

$$300 = 15 \times 20$$

$$375 = 25 \times 15$$

$$875 = 35 \times 25$$

$$225 = 45 \times 5$$

$$660 = 55 \times 12$$

$$845 = 65 \times 13$$

.. الحين نوجد مجموع النواتج .. $3339 = (854+660+225+875+375+300+50)$

نحطها في الجدول وبعدها نوجد المطلوب الي هو الوسط الحسابي ..

الفئات	التكرارات (fi)	مركز الفئة (Xi)	Xi fi
10 _ 0	10	5	50
20 _ 10	20	15	300
30 _ 20	15	25	375
40 _ 30	25	35	875
50 _ 40	5	45	225
60 _ 50	12	55	660
70 _ 60	13	65	845
المجموع	100		3330

* الوسط الحسابي نكتب القانون .. ونعوض فيه

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^h X_i f_i}{n}$$

$$\bar{X} = \frac{3330}{100} = 33.3$$

إذا الوسط الحسابي هو: 33.3

- **الوسط الهندسي للتوزيع التكراري ذو الفئات :**

تعريف: إذا كان لدينا توزيع تكراري عدد فئاته h وكانت مراكز الفئات (او القيم) X_1, X_2, \dots, X_h وكانت التكرارات المقابلة لها f_1, f_2, \dots, f_h فإن الوسط الهندسي لهذا التوزيع هو:

$$G = \sqrt[N]{X_1^{f_1} X_2^{f_2} X_3^{f_3} \dots X_h^{f_h}}$$

حيث ان:

- ▶ N مجموع التكرارات
- ▶ قيم X_i مراكز الفئات
- ▶ قيم f_i التكرارات

مثال(2): من المثال (1) السابق احسب/ي الوسط الهندسي الي هو هذا

الفئات	التكرارات (fi)	مركز الفئة (Xi)	Xifi
10_ 0	10	5	50
20_ 10	20	15	300
30_ 20	15	25	375
40_ 30	25	35	875
50_ 40	5	45	225
60_ 50	12	55	660
70_ 60	13	65	845
المجموع	100		3330

❖ الحل ..اولا نكتب القانون وبعدها نعوض

$$G = \sqrt[N]{X_1^{f_1} X_2^{f_2} X_3^{f_3} \dots X_h^{f_h}}$$

$$G = \sqrt[100]{5^{10} \times 15^{20} \times 25^{15} \times 35^{25} \times 45^5 \times 55^{12} \times 65^{13}}$$

دخلتها .. بالحاسبه ..ماطلعت النتيجة ..

مثال (3):

احسبي **الوسط الحسابي والوسط الهندسي** من التوزيع التكراري الاتي:

الفئات	التكرارات (fi)	مركز الفئة (xi)	xifi
10 - 5	20	7.5	150
15 - 10	12	12.5	150
20 - 15	8	17.5	140
25 - 20	10	22.5	225
المجموع	50		665

في مسائل أوجد الوسط الحسابي للتوزيع التكراري اولا نوجد .. مركز الفئات (xi) ونحطها بالجدول وبعدها .. نضرب مركز الفئات (xi) في التكرارات (fi) وبعد ماتظهر النواتج .. نجمعها عشان نطلع المجموع .. ونحطها بالجدول واخيرا .. نوجد الوسط الحسابي لاننسى نوجد العمودين الأحمر الحل نفس الي حلته ..فوق.

❖ الحل : المطلوب الوسط الحسابي والوسط الهندسي

بعد إيجاد مركز الفئة .. و التكرارات ضرب الفئة ..

1- نوجد الوسط الحسابي

نكتب قانون الوسط الحسابي .. ونعوض

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^h X_i f_i}{n}$$

$$\bar{X} = \frac{665}{50} = 13.3$$

إذا الوسط الحسابي هو : 13.3

2- نوجد الوسط الهندسي .. نكتب القانون للوسط الهندسي ونعوض فيه .. ندخلها بالآله ,, ونحسب ..

$$G = \sqrt[n]{X_1^{f_1} X_2^{f_2} X_3^{f_3} \dots X_h^{f_h}}$$

$$G = \sqrt[50]{7.5^{20} \times 12.5^{12} \times 17.5^8 \times 22.5^{10}}$$

❖ إذا الوسط الهندسي هو : 12.09

المحاضرة السادسة *مقاييس النزعة المركزية للتوزيع التكراري(الوسيط)

- الوسيط للتوزيع التكراري ذو الفئات :

تعريف: الفئة الوسيطة هي اول فئة يزيد تكرارها المتجمع عن $\frac{n}{2}$ او يساويه حيث n مجموع التكرارات.
❖ لابحاد الوسيط نفرض ان :

=h عدد الفئات

=n مجموع التكرارات

= C طول الفئة الوسيطة

= a الحد الادنى الفعلي للفئة الوسيطة

=Fm تكرار الفئة الوسيطة

=n1 التكرار المتجمع للفئة التي تسبق الفئة الوسيطة مباشرة.

$$M = a + \left[\frac{\frac{n}{2} - n_1}{f_m} \right] \times C$$

مثال(1): اوجد الوسيط لدرجات الطلاب الموجودة بالجدول التكراري التالي:

الفئات	عدد الطلاب (التكرارات)
30 - 20	4
40 - 30	8
50 - 40	13
60 - 50	20
70 - 60	40
80 - 70	30
90 - 80	5
المجموع	120

الحل:

1- تكوين عمود التكرار المتجمع (بالجدول)
*نوجد التكرار المتجمع .. ثم نضيفه للجدول ..

$$4=4+0$$

$$12=8+4$$

$$25 = 13+8+4$$

$$45=20+13+8+4$$

$$85=40+20+13+8+4$$

$$155 = 30+40+20+13+8+4$$

$$120=5+30+40+20+13+8+4$$

2- إيجاد ترتيب الوسيط..

$$\frac{n}{2} = \frac{120}{2} = 60$$

3- الفئة الوسيطة .. الي يقابلها اكبر تكرار
(70 - 60)

بعد .. إتمام هذه الخطوات نكتب القانون ونعوض ونطبق :

4- تطبيق القانون:

$$M = a + \left[\frac{\frac{n}{2} - n_1}{f_m} \right] \times c$$

$$a = 60 , \frac{n}{2} = 60 , n_1 = 45 , f_m = 40 , c = 10$$

$$M = 60 + \left[\frac{60 - 45}{40} \right] \times 10 = 63.75$$

إذا .. الوسيط هو 63.75 .

❖ طريقة إيجاد الوسيط من الآلة الحاسبة:
نتأكد أننا نحط أقواس .. عشان تطلع القيمة تمام

$$M = a + \left(\left(\frac{n}{2} - n_1 \right) \div f_m \right) \times c$$

$$M = 60 + \left((60 - 45) \div 40 \right) \times 10 = 63.75$$

❖ إذا الجدول بعد إضافة التكرار المتجمع وتحديد الوسيط

التكرار المتجمع	عدد الطلاب (التكرارات)	الفئات
4	4	30 - 20
12	8	40 - 30
25	13	50 - 40
45	20	60 - 50
85	40	70 - 60
115	30	80 - 70
120	5	90 - 80
	120	المجموع

مثال (2): أوجد/ي الوسيط لدرجات الطلاب الموجودة بالجدول التكراري التالي:

التكرار المتجمع	التكرارات (fi)	الفئات
20	20	10 - 5
32	12	15 - 10
40	8	20 - 15
50	10	25 - 20
	50	المجموع

الحل:

1. تكوين عمود التكرار المتجمع (بالجدول)

$$20 = 20 + 0$$

$$32 = 12 + 20$$

$$40 = 8 + 32$$

$$50 = 10 + 40$$

2. إيجاد ترتيب الوسيط

$$\frac{n}{2} = \frac{50}{2} = 25$$

3. الفئة الوسيطة
التي يقابلها أكبر تكرار (10 - 15)
4. تطبيق القانون:

$$M = a + \left[\frac{\frac{n}{2} - n_1}{f_m} \right] \times c$$

$$a = 10, \frac{n}{2} = 25, n_1 = 20, f_m = 12, c = 5$$

$$M = 10 + \left[\frac{25 - 20}{12} \right] \times 5 = 12.08$$

طريقة إيجاد الوسيط من الآلة الحاسبة:

$$M = a + \left(\left(\frac{n}{2} - n_1 \right) \div f_m \right) \times c$$

$$M = 10 + \left((25 - 20) \div 12 \right) \times 5 = 12.08$$

المحاضرة السابعة

*مقاييس النزعة المركزية للتوزيع التكراري (المنوال والمقارنة مع مراجعة المقاييس السابقة)

- المنوال للتوزيع التكراري ذو الفئات :

تعريف: هو القيمة التي يقابلها أكبر تكرار.

في التوزيعات التكرارية ذات الفئات نعطي التعاريف الآتية:

1. الفئة (أو الفئات) التي يقابلها أكبر تكرار تسمى الفئة المنوالية (الفئات المنوالية)
2. مركز الفئة المنوالية يسمى المنوال التقريبي.

مثال(1): حدد/ي المنوال من الجدول التكراري التالي:

نوجد مركز الفئة :

$$\text{مركز الفئة} = \frac{\text{الحد الأعلى للفئة} + \text{الحد الأدنى للفئة}}{2}$$

$$25 = 2 \div (30 + 20)$$

$$35 = 2 \div (30 + 40)$$

ونكمل .. على كذا

مركز الفئة (Xi)	التكرارات (Fi)	الفئات
25	4	30 - 20
35	8	40 - 30
45	13	50 - 40
55	20	60 - 50
65	40	70 - 60
75	30	80 - 70
85	5	90 - 80
	120	المجموع

المنوال التقريبي

أكبر تكرار

الفئة المنوالية

خطوات الحل:

- (1) تكوين عمود مركز الفئة
- (2) الفئة المنوالية (60-70)
- (3) المنوال التقريبي هو 65

مثال(2): حدد/ي المنوال من الجدول التكراري التالي:

الفئات	التكرارات (fi)	مركز الفئة (Xi)
10 - 5	20	7.5
15 - 10	12	12.5
20 - 15	8	17.5
25 - 20	10	22.5
المجموع	50	

أكبر تكرار

المنوال التقريبي

الفئة المنوالية

خطوات الحل:

- (1) تكوين عمود مركز الفئة
- (2) الفئة المنوالية (5-10)
- (3) المنوال التقريبي هو 7.5

مقارنة بين صفات الوسط الحسابي والوسيط والمنوال

1. الوسط الحسابي أكثر مقاييس النزعة المركزية استعمالاً وهو سهل الحساب وسهل التعريف ، كما أنه يخضع للعمليات الجبرية بسهولة.
 - ▶ الوسط الحسابي يعرف بمجموع القيم على عددها فإذا علمنا الوسط الحسابي وعدد التكرارات نستطيع معرفة مجموع القيم.
 - ▶ يعتمد على جميع القيم فإن قيمته تتغير إذا حذفنا أو غيرنا في أي من مفردات البيانات.
 - ▶ مجموع انحرافات القيم عن وسطها الحسابي يساوي صفرًا $\sum (X_i - \bar{X}) = 0$
 - ▶ الوسط الحسابي هو نقطة اتزان التوزيع فإننا لو أضفنا أي عدد من القيم المساوية للوسط الحسابي إلى البيانات فإن هذه الإضافة لا تؤثر عليه ولكن إذا أضفنا مفردات تختلف قيمتها عن قيمة الوسط الحسابي فإن قيمته تتغير.
 - ▶ من أهم نواقصه تأثيره الشديد بالقيم المتطرفة.
2. الوسيط سهل التعريف والحساب ولا يتأثر بالقيم الشاذة ولا يعتمد على جميع القيم دائماً فتغير قيمة من القيم ربما يؤثر في قيمته وربما لا يؤثر فيها كما يمكن إيجاد الوسيط من البيانات الناقصة إذا حددنا موقعها.
3. الوسط الحسابي أكثر ثباتاً من الوسيط ويمكن الاعتماد عليه.
4. المنوال هو أقل مقاييس النزعة استعمالاً وفي البيانات القليلة العدد عديم الفائدة تقريباً أما في البيانات الكبيرة العدد فله معنى معقول ، لا يتأثر بالقيم الشاذة ولا يتأثر لو تغيرت قيم بعض مفردات البيانات.

بشكل عام:

- ▶ يفضل استعمال الوسط الحسابي إذا كان التوزيع متماثلاً ، أو كان اهتمامنا منصباً على القيمة العددية للبيانات.
- ▶ يفضل استعمال الوسيط إذا كان التوزيع ملتوياً . أو كان اهتمامنا منصباً على القيمة النموذجية للبيانات. أو إذا فقدت بعض القيم وعرف ترتيبها.
- ▶ يفضل استعمال المنوال إذا كان التوزيع متعدد المنوالات.

مراجعة على مقاييس النزعة المركزية للتوزيع التكراري (الوسط الحسابي)

المراجع .. عبارته عن الأمثلة إلي موجوده ومكتوبه فوق وهي للوسط الحسابي والهندسي والوسيط

المحاضرة الثامنة *مقاييس التشتت للبيانات الاولية

- مقاييس التشتت للبيانات الاولية :

التعريف : هي مقاييس عددية تبين مدى اختلاف البيانات فيما بينها ومدى التفاوت والتغير بين مفرداتها.

❖ ومن هذه المقاييس:

1. المدى
2. التباين والانحراف المعياري
3. الانحراف المتوسط
4. معامل التغير

- المدى للبيانات الاولية:

التعريف: هو الفرق بين اعلى قيمة واصغر قيمة.

المدى = اعلى قيمة - اصغر قيمة

بالرموز : $R = X_{\max} - X_{\min}$

مثال(1): احسب/ي المدى للبيانات الاتية:

15 ، 9 ، 7 ، 3 ، 5 ، 20

* الحل: نكتب القانون .. ونعوض

المدى = اعلى قيمة - اصغر قيمة

$$\text{المدى} = 20 - 3 = 17$$

- التباين والانحراف المعياري للبيانات الاولية (الطريقة المباشرة)

تعريف التباين: هو مجموع مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابي .

إذا كانت البيانات x_1, x_2, \dots, x_n تمثل عينة عشوائية فإن التباين لها هو:

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{(n-1)}$$

الانحراف المعياري: هو الجذر التربيعي للتباين.

$$S = \sqrt{S^2}$$

طبعا هنا لأزم نحفظ القوانين السابقة
للتسهيل الحل علينا إذا طلب من التباين
والانحراف .. نوجد الوسط الحسابي
وبعدها نأخذ قيمة الوسط الحسابي ..
ونعوضها في قانون التباين . وبعد
ماتطلع قيمة التباين للبيانات . نأخذ
القيمة إلي طلعت لنا ونعوضها في
قانون الانحراف المعياري

مثال(2): اوجد/ي التباين والانحراف المعياري للبيانات التالية:

5 ، 10 ، 12 ، 13 ، 20

الحل: 1- نكتب قانون الوسط الحسابي ونعوض

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n}$$

$$\bar{X} = \frac{(20+13+12+10+5)}{5} = 12$$

بعد ما أوجدنا .. الوسط الحسابي .. نوجد المطلوب وهو التباين والانحراف المعياري ..

- قانون التباين للبيانات ونعوض فيه

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

$$S^2 = \frac{((20-12)^2 + (13-12)^2 + (12-12)^2 + (10-12)^2 + (5-12)^2)}{(5-1)} = 29.5$$

- نوجد الانحراف المعياري نكتب قانونه ونعوض :

$$S = \sqrt{S^2}$$

$$S = \sqrt{29.5} = \sqrt{29.5} = 5.4$$

الحل بطريقة ثانية :

- التباين والانحراف المعياري للبيانات الاولية (طريقة النظرية)

التباين : $S^2 = \frac{1}{n-1} [\sum x_i^2 f_i - n\bar{x}^2]$

لأنه الأساسي ونطبق عليه القانون هنا نفسه ، الأهم أحفظوا الثاني

$$S^2 = \frac{(\sum x_i^2 - n\bar{x}^2)}{n-1}$$

الانحراف المعياري:

$$S = \sqrt{S^2}$$

مثال(3): من مثال (2) السابق احسب/ي التباين والانحراف المعياري.

*الحل :

شرح الحل

نكتب القانون للتباين ..

وبعدنا نكتب قانون الوسط الحسابي ..

ونعوض القيم في الوسط الحسابي

طلعت معانا قيمة الوسط الحسابي نخليها على جنب

نطلع قيمة التباين **ووشوفوا فرق الحل يبدأ هنا ..**

نأخذ القيم الموجودة في المسألة ونربع قيمه + 1 تربيع قيمه

+ 2 إلخ .. وتطلع قيمه

.. الحين صار عندنا قيمه 12 إلي هو الوسط الحسابي وقيمة

838 ونبدأ

نعوضها في القانون الأساسي

حيث (n .. عدد القيمة المعطيه في المسألة × الوسط

الحسابي - التباين) ÷ n-1

$$S^2 = \frac{(\sum x_i^2 - n\bar{x}^2)}{n-1}$$

$$S^2 = \frac{(838 - (5 \times 12^2))}{(5-1)} = 29.5$$

نوجد الانحراف المعياري هنا الحل نفس الحل في المسألة

السابقه ماتغيرت

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{29.5} = 5.4$$

$$S^2 = \frac{(\sum x_i^2 - n\bar{x}^2)}{n-1}$$

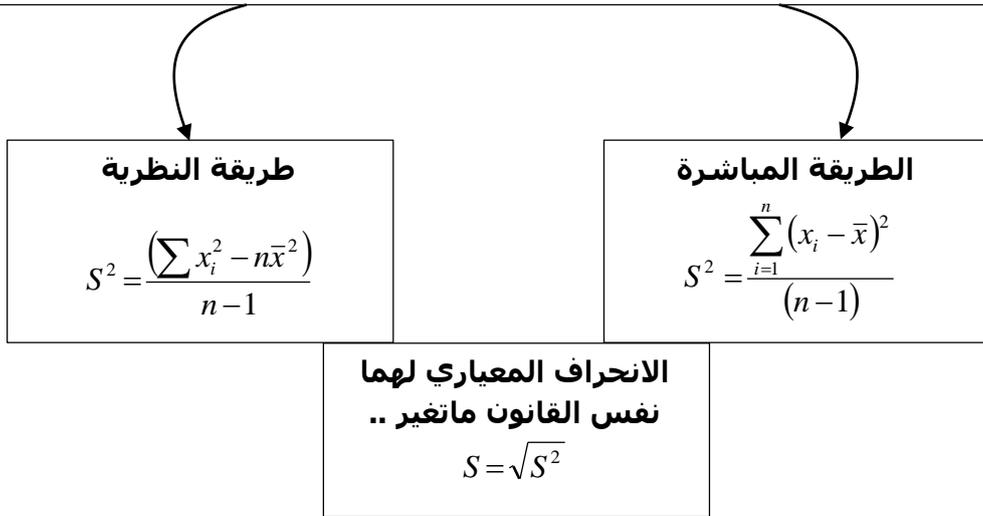
$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{(20+13+12+10+5)}{5} = 12$$

$$\sum x_i^2 = 20^2 + 13^2 + 12^2 + 10^2 + 5^2 = 838$$

$$S^2 = \frac{(838 - (5 \times 12^2))}{(5-1)} = 29.5$$

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{29.5} = 5.4$$

التباين والانحراف المعياري للبيانات الاولية لها طريقتين في الحل نحل على حسب المطلوب منا



- الانحراف المتوسط للبيانات الاولية:

التعريف: هو القيمة المطلقة لمجموع انحرافات القيم عن وسطها الحسابي. اذا كان لدينا البيانات x_1, x_2, \dots, x_n فان انحرافها المتوسط يكون:

$$M.D = \frac{\sum_{i=1}^n |X_i - \bar{X}|}{n}$$

مثال(4): من المثال (2) السابق.. احسب/ي الانحراف المتوسط.
20 ، 13 ، 12 ، 10 ، 5

الحل :
نوجد الوسط الحسابي .. نكتب القانون ونعوض سبق واوجدناه لهذا المثال ..
وقيمة الوسط الحسابي 12
نكتب قانون الانحراف المتوسط للبيانات .. ونعوض

على فكره هذي العلامة | | اسمها القيمة المطلقة فايدتها
تطلع الاشاره السالبه موجبه يعني لو كان داخل القيمة المطلقه $|10-12| = |-2|$ بما أنها داخل القيمة المطلقه راح تطلع من داخل القيمة المطلقه بإشارة موجبه $|-2| = 2$

$$M.D = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|}{n}$$

$$\bar{X} = 12$$

$$M.D = \frac{|20-12| + |13-12| + |12-12| + |10-12| + |5-12|}{5}$$

$$M.D = \frac{(8+1+0+2+7)}{5} = \frac{18}{5} = 3.6$$



عشان نطلع قيمة الارقام الكسريه نضغط على هذا الزر في الاله الحاسبه

- معامل التغير :

التعريف: هو مقياس لا يعتمد على الوحدة المستعملة في البيانات.

$$C.V = \frac{S}{\bar{X}} \times 100\%$$

❖ أهم الاستعمالات : المقارنة بين التغير في عدة مجموعات اوتوزيعات تكرارية حتى اذا اختلفت الوحدات المستعملة.

مثال(5): إذا كان متوسط درجات مجموعة من الطلاب في احد المقررات هو 75 بانحراف معياري 15 وكان متوسط درجاتهم في مقرر اخر هو 40 بانحراف معياري 10 فوضح أي الدرجات اكثر اختلافاً ؟

الحل نكتب القانون ونعوض :

$$C.V = \frac{S}{\bar{X}} \times 100\%$$

$$C.V_{(1)} = \frac{15}{75} \times 100\% = 20\%$$

$$C.V_{(2)} = \frac{10}{40} \times 100\% = 25\%$$

إذا المجموعة الثانية $C.V_{(2)}$ أكثر اختلافاً من المجموعة الأولى

- المحاضرة التاسعة

***مقاييس التشتت للتوزيع التكراري (المدى والتباين بالطريقة المباشرة)**

❖ **المدى للتوزيع التكراري ذو الفئات :**

التعريف: هو الفرق بين الحد الاعلى للفئة العليا والحد الادنى للفئة الدنيا

المدى = الحد الاعلى للفئة العليا - الحد الادنى للفئة الدنيا

مثال(1): من الجدول التكراري التالي احسب/ي المدى:

التكرارات	الفئات
5	20 - 10
7	30 - 20
12	40 - 30
20	50 - 40

الحل :

المدى = الحد الاعلى للفئة العليا - الحد الادنى للفئة الدنيا

$$\text{المدى} = 50 - 10 = 40$$

- **التباين والانحراف المعياري للتوزيع التكراري ذو الفئات (الطريقة المباشرة)**

التعريف: إذا كانت مراكز فئات توزيع تكراري هي x_1, x_2, \dots, x_h وكانت التكرارات المقابلة لها هي f_1, f_2, \dots, f_h فان

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^h (X_i - \bar{X})^2 f_i}{n-1}$$

الانحراف المعياري: هو الجذر التربيعي الموجب للتباين

$$S = \sqrt{S^2}$$

مثال(2): اوجد/ي التباين والانحراف المعياري للجدول التكراري التالي:

التكرارات (fi)	الفئات
10	34 - 30
25	38 - 34
30	42 - 38
20	46 - 42
10	50 - 46
5	54 - 50
100	المجموع

الحل:
اولا عشان نحل نفهم القانون الموجود في التباين ونضعها بالجدول:
هذا القانون

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^h (X_i - \bar{X})^2 f_i}{n - 1}$$

نفككه:-

$$-1) (X_i - \bar{X}) \text{ أولا نوجد ما بين الاقواس}$$

X_i رمز مركز الفئة .. نوجد مركز الفئة ونحطه في الجدول
 \bar{X} رمز الوسط الحسابي نوجد الوسط الحسابي ونحتفظ في القيمة
وسبق وقلنا لإيجاد الوسط الحسابي لا ننسى نوجد مركز الفئة

وبعد ما نوجد مركز الفئة نضرب قيم مركز الفئة في التكرار ($f_i \times X_i$)

$$-2) (X_i - \bar{X})^2 \text{ نربع القيم بعد ما أوجدناها}$$

$$-3) f_i (X_i - \bar{X})^2 \text{ بعد ما نربع نضرب في } f_i \text{ وهذا رمز التكرار}$$

❖ ويصير الجدول مثل كذا ... يبقى لنا بس نوجد القيم

الفئات	التكرارات (f_i)	X_i	$X_i f_i$	$(X_i - \bar{X})$	$(X_i - \bar{X})^2$	$(X_i - \bar{X})^2 f_i$
34 - 30	10					
38 - 34	25					
42 - 38	30					
46 - 42	20					
50 - 46	10					
54 - 50	5					
المجموع	100					

3-الحين نطبق على القانون الموجود

$$X_i - \bar{X}$$

طبعا \bar{X} هذا رمز الوسط الحسابي ...
نكتب قانون الوسط الحسابي ونطبق

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^h X_i f_i}{n}$$

2-نضرب مركز الفئة X_i في التكرارات f_i

$$320 = 10 \times 32$$

$$900 = 25 \times 36$$

$$1200 = 30 \times 40$$

$$880 = 20 \times 44$$

$$480 = 10 \times 48$$

$$260 = 5 \times 52$$

$$4040 = \text{المجموع}$$

اوجدنا قيم $X_i f_i$ نحطها في عمودها

1- نوجد قيم X_i

$$32 = 2 \div (34 + 30)$$

$$36 = 2 \div (38 + 34)$$

$$40 = 2 \div (42 + 38)$$

$$44 = 2 \div (46 + 42)$$

$$48 = 2 \div (50 + 46)$$

$$52 = 2 \div (54 + 50)$$

الحين اوجدنا القيم نحطها في الجدول

في عمود X_i

3- إذا الوسط الحسابي:

قيمة $n = 100$

نعوض القيم في القانون

$$\bar{X} = \frac{4040}{100} = 40.4$$

أوجدنا الوسط الحسابي

نعوض في القانون $X_i - \bar{X}$

$$X_i = 32$$

$$\bar{X} = 40.4$$

$$-8.4 = (40.4 - 32)$$

طلعت القيمة سالبه في الآلة ننزلها

نطبق على باقي القيم ونحطها في

عمود

$$(X_i - \bar{X})$$

4- نربع القيم بعد ما أوجدناها

$$(X_i - \bar{X})^2$$

- القيمة الأولى (-8.4)

$$70.56 = (-8.4)^2$$

نطبق على باقي القيم بنفس الطريقة

$$\text{ثم نضيفها للعمود } (X_i - \bar{X})^2$$

5- نضرب القيم بعد تربيعها في f_i

$$705.6 = 10 \times 70.56$$

نطبق على باقي القيم بنفس الطريقة

وبعد ما نوجد القيم نجمعها
يصير الحل نفس الي بالجدول



الفئات	التكرارات (fi)	X_i	$X_i f_i$	$(X_i - \bar{X})$	$(X_i - \bar{X})^2$	$(X_i - \bar{X})^2 f_i$
30 - 34	10	32	320	-8.4	70.56	705.6
34 - 38	25	36	900	-4.4	19.36	484
38 - 42	30	40	1200	-0.4	0.16	4.8
42 - 46	20	44	880	3.6	12.96	259.2
46 - 50	10	48	480	7.6	57.76	577.6
50 - 54	5	52	260	11.6	134.56	672.8
المجموع	100		4040			2704

الحين اوجدنا القيم الي بالجدول نبدأ نحل المطلوب منا في المسألة

- اوجد/ي التباين والانحراف المعياري للجدول التكراري

نكتب القانون وبعدها نعوض

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^h (X_i - \bar{X})^2 f_i}{n-1}$$

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^h X_i f_i}{n}$$

$$\bar{X} = \frac{4040}{100} = 40.4$$

$$S^2 = \frac{2704}{99} = 27.3$$

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{27.3} = 5.2$$

▶ مثال (3) اوجد/ي التباين والانحراف المعياري للجدول التكراري التالي:

الفئات	التكرارات (fi)	مركز الفئة (xi)	xifi	$(X_i - \bar{X})$	$(X_i - \bar{X})^2$	$(X_i - \bar{X})^2 f_i$
10 - 5	20	7.5	150	-5.8	33.64	672.8
15 - 10	12	12.5	150	-0.8	0.64	7.68
20 - 15	8	17.5	140	4.2	17.64	141.12
25 - 20	10	22.5	225	9.2	84.64	846.4
المجموع	50		665			1668

طبعا ... القيم الي بالون الأحمر نوجدها بنفس الخطوات السابقة

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^h (X_i - \bar{X})^2 f_i}{n-1}$$

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^h X_i f_i}{n}$$

$$\bar{X} = \frac{665}{50} = 13.3$$

$$S^2 = \frac{1668}{49} = 34.04$$

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{34.04} = 5.8$$

إلى الآن حلينا المثالين السابقين بالطريقة المباشرة
اهم النقاط فيه .. نوجد القيم ونرتبها في الجدول وبعد ما نرتبها بالجدول نبدأ نطبق بالقانون
القيم الي نوجدها

1-مركز الفئة

2- $X_i F_i$

3- $(X_i - \bar{X})$.. طبعا للحل هنا نوجد الوسط الحسابي وبعدها نطرح وتطلع لنا القيم

4- $(X_i - \bar{X})^2$.. بعد ما تطلع القيم نربعها

5- $(X_i - \bar{X})^2 f_i$.. بعد التربيع في القيم نضربها في f_i رمز التكرارات

*مقاييس التشتت للتوزيع التكراري (التباين بطريقة النظرية 1)

- التباين والانحراف المعياري للتوزيع التكراري ذو الفئات (طريقة النظرية 1)
قانون التباين (نظرية 1):

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^h X_i^2 f_i - n\bar{X}^2}{n-1}$$

الانحراف المعياري:

$$S = \sqrt{S^2}$$

مثال(1): من جدول التوزيع التكراري التالي احسب/ي التباين والانحراف المعياري:

$X_i^2 f_i$	$X_i f_i$	X_i	التكرارات (f_i)	الفئات
10240	320	32	10	34 - 30
32400	900	36	25	38 - 34
48000	1200	40	30	42 - 38
38720	880	44	20	46 - 42
23040	480	48	10	50 - 46
13520	260	52	5	54 - 50
165920	4040		100	المجموع

طبعا ... نوجد X_i ونوجد $X_i f_i$

نكتب القانون

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^h X_i^2 f_i - n\bar{X}^2}{n-1}$$

1- نوجد قيمة $X_i^2 f_i$

سبق واوجدنا x_i

نربع القيمة $(32)^2$ وبعدها نضربها في f_i (10)

$$10240 = (32)^2 \times 10$$

ندخلها في الآلة ونكتب القيمة

نطبق على باقي القيم بنفس الطريقة

ونوجد مجموعهم ..

2- نوجد $n\bar{X}^2$

\bar{X} الوسط الحسابي نوجده ونربعه بعد ما نوجده ونربعه ونضربه في مجموع التكرارات (n)

الحل :

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^h X_i^2 f_i - n\bar{X}^2}{n-1}$$

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^h X_i f_i}{n}$$

$$\bar{X} = \frac{4040}{100} = 40.4$$

$$S^2 = \frac{(165920 - (100 \times 40.4^2))}{99} = 27.3$$

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{27.3} = 5.2$$

By: arng

مثال (2): اوجد/ي التباين والانحراف المعياري للجدول التكراري التالي:

الفئات	التكرارات (fi)	مركز الفئة (xi)	xifi	$X_i^2 f_i$
10 - 5	20	7.5	150	1125
15 - 10	12	12.5	150	1875
20 - 15	8	17.5	140	2450
25 - 20	10	22.5	225	5062.5
المجموع	50		665	10512.5

الحل:

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^h X_i^2 f_i - n\bar{X}^2}{n-1}$$

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^h X_i f_i}{n}$$

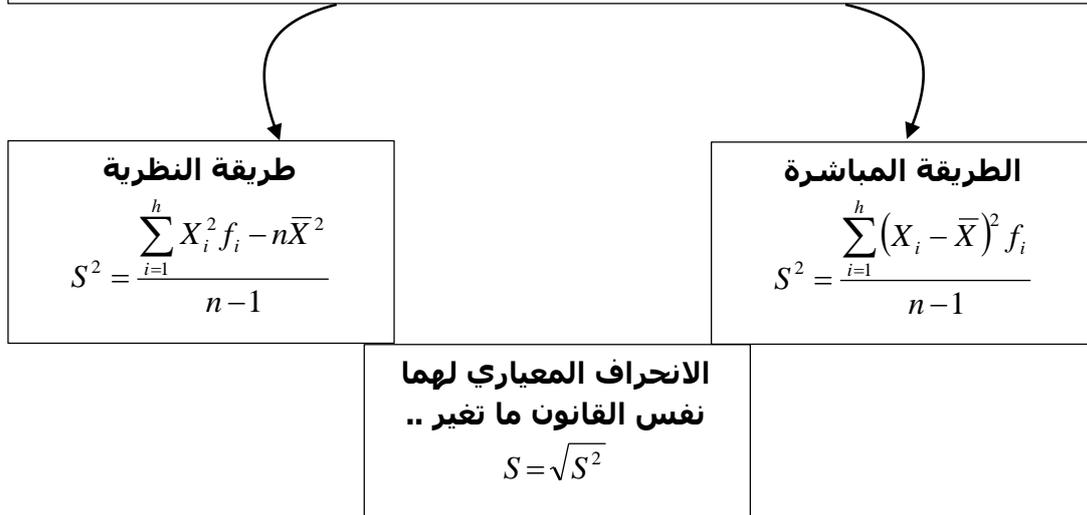
$$\bar{X} = \frac{665}{50} = 13.3$$

$$S^2 = \frac{(10512.5 - (50 \times 13.3^2))}{49} = 34.04$$

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{34.04} = 5.8$$

❖ توضيح

التباين والانحراف المعياري للتوزيع التكراري لها طريقتين في الحل نحل على حسب المطلوب منا



- الانحراف المتوسط للتوزيع التكراري ذو الفئات

تعريف: اذا كانت مراكز فئات توزيع تكراري هي x_1, x_2, \dots, x_h وكانت التكرارات المقابلة لها f_1, f_2, \dots, f_h فان انحرافها المتوسط يكون:

$$M.D = \frac{\sum_{i=1}^h |X_i - \bar{X}| f_i}{n}$$

مثال(1):

من الجدول التكراري التالي احسب/ي الانحراف المتوسط:

$ X_i - \bar{X} f_i$	$ X_i - \bar{X} $	$X_i f_i$	X_i	التكرارات (f_i)	الفئات
84	8.4	320	32	10	34 - 30
110	4.4	900	36	25	38 - 34
12	0.4	1200	40	30	42 - 38
72	3.6	880	44	20	46 - 42
76	7.6	480	48	10	50 - 46
58	11.6	260	52	5	54 - 50
412		4040		100	المجموع

الحل: -

$$M.D = \frac{\sum_{i=1}^h |X_i - \bar{X}| f_i}{n}$$

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^h X_i f_i}{n}$$

$$\bar{X} = \frac{4040}{100} = 40.4$$

$$M.D = \frac{412}{100} = 4.12$$

شرح الحل: -

طبعاً الجدول ما يجي كامل مثل كذا فقط راح تعطينا **الفئات والتكرارات** في مثل هذي الأسئلة واحنا نوجد التالي: -

1- نوجد مركز الفئات x_i

2- نضرب مركز الفئات في التكرارات $x_i f_i$

3- نوجد الوسط الحسابي \bar{X}

بعد إيجاد القيم كلها نخطها بالجدول طبعاً الجدول محلول هنا والقيم موجودة

* **نكك القانون للانحراف المتوسط**

1. نوجد القيم بعدما اوجدنا الوسط الحسابي ..

$$|X_i - \bar{X}|$$

لا ننسى القيمة المطلقة تطلع الرقم السالب موجب

$$\text{مثل } 3 = |-3|$$

2. بعد ما نوجد القيم السابقة ناخذها ونضربها في التكرارات f_i

$$|X_i - \bar{X}|f_i$$

وبعد ما نوجد القيم .. نوجد مجموع القيم ونحتفظ فيه

3. اوجدنا القيم رتبناها في الجدول , الحين نعوض في قانون الانحراف المتوسط

$$M.D = \frac{\sum_{i=1}^h |X_i - \bar{X}|f_i}{n}$$

► **مثال (2):** اوجد/ي الانحراف المتوسط للجدول التكراري التالي:

الفئات	التكرارات (fi)	مركز الفئة (xi)	xifi	$ X_i - \bar{X} $	$ X_i - \bar{X} f_i$
10 - 5	20	7.5	150	5.8	116
15 - 10	12	12.5	150	0.8	9.6
20 - 15	8	17.5	140	4.2	33.6
25 - 20	10	22.5	225	9.2	92
المجموع	50		665		251.2

الحل :-

$$M.D = \frac{\sum_{i=1}^h |X_i - \bar{X}|f_i}{n}$$

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^h X_i f_i}{n}$$

$$\bar{X} = \frac{665}{50} = 13.3$$

$$M.D = \frac{251.2}{50} = 5.02$$

- معامل التغير للتوزيع التكراري ذو الفئات :

قانون معامل التغير للتوزيع التكراري :

$$C.V = \frac{S}{\bar{X}} \times 100\%$$

مثال(3):

إذا كان لدينا توزيع تكراري وسطه الحسابي 40.4 وانحرافه المعياري 5.2 وتوزيع آخر وسطه الحسابي 13.3 وانحرافه المعياري 5.8 أي التوزيعين أكثر اختلافاً

الحل:-

$$C.V = \frac{S}{\bar{X}} \times 100\%$$

$$C.V_1 = \frac{5.2}{40.4} \times 100\% = 12.87\%$$

$$C.V_2 = \frac{5.8}{13.3} \times 100\% = 43.6\%$$

إذا ... المجموعة (2) أكثر اختلافاً من المجموعة (1)

- مقياس الالتواء

تعريف: نعرف مقياس الالتواء لتوزيع تكراري او مجموعة من البيانات بالمعادلة:

$$\gamma_1 = \frac{3(\bar{X} - M)}{S}$$

► ويستفاد من مقياس الالتواء في امرين:

1. معرفة نوعية التواء التوزيع التكراري.
2. المقارنة بين التواء توزيعين تكراريين او مجموعتين من البيانات

مثال(4): توزيع تكراري وسطه الحسابي 35 والوسيط 40 والتباين 39

اوجد مقياس الالتواء؟ مع تحديد نوعه؟

$$\gamma_1 = \frac{3(\bar{X} - M)}{S}$$

$$\gamma_1 = \frac{3(35 - 40)}{\sqrt{39}} = -2.4$$

نوعه: سالب الالتواء أي ملتوي الى اليسار

ملحوظة:

- إذا كانت نتيجة مقياس الالتواء موجبة هذا يعني ان التوزيع موجب الالتواء (أي ملتوي الى اليمين)
- إذا كانت نتيجة مقياس الالتواء سالبة هذا يعني ان التوزيع سالب الالتواء (أي ملتوي الى اليسار)
- إذا كانت نتيجة مقياس الالتواء صفراً هذا يعني ان التوزيع متمائل.