مقاييس التشتت

الانحراف المتوسط - معامل التغير – الالتواء

اهداف المحاضرة

بنهاية المحاضرة يكون الطالب قادر على:

١. تعريف الانحراف المتوسط للتوزيع التكراري.
٢. حساب الانحراف المتوسط للتوزيع التكراري.
٣. حساب معامل التغير واستخدامه في المقارنة بين المجموعات المختلفة.
٤. حساب مقياس الالتواء والمقارنة بين اشكال التوزيعات التكرارية.

الانحراف المتوسط للتوزيع التكراري

تعريف: اذا كانت مراكز فئات توزيع تكراري هي: $X_1, X_2, \ldots, X_h$

وكانت التكرارات المقابلة لها $f_1, f_2, \ldots, f_h$ فالانحراف المتوسط هو

$$MD = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left| X_i - \bar{X} \right| f_i}{n}$$

حيث ان

$\bar{X}$ = الوسط الحسابي للتوزيع التكراري.

n = مجموع التكرارات.

الانحراف المتوسط للتوزيع التكراري

مثال (١): اوجدي الانحراف المتوسط للتوزيع التكراري.

الفئات	التكرار
٣٦ - ٤٢	٣
٤٢ - ٤٨	١٠
٤٨ - ٥٤	٢٠
٥٤ - ٦٠	٣٢
٦٠ - ٦٦	٢١
٦٦ - ٧٢	١٤

الانحراف المتوسط للتوزيع التكراري

- حل المثال (١): نحسب مراكز الفئات للتوزيع التكراري $X_i = \frac{L+U}{2}$

الفئات	التكرار	X_i
٣٦ - ٤٢	٣	٣٩
٤٢ - ٤٨	١٠	٤٥
٤٨ - ٥٤	٢٠	٥١
٥٤ - ٦٠	٣٢	٥٧
٦٠ - ٦٦	٢١	٦٣
٦٦ - ٧٢	١٤	٦٩
مجموع التكرارات	١٠٠	

الانحراف المتوسط للتوزيع التكراري

- حل المثال (١): لحساب الوسط الحسابي نحسب $\sum X_i f_i$

الفئات	التكرار	X_i	$X_i f_i$
٣٦ - ٤٢	٣	٣٩	١١٧
٤٢ - ٤٨	١٠	٤٥	٤٥٠
٤٨ - ٥٤	٢٠	٥١	١٠٢٠
٥٤ - ٦٠	٣٢	٥٧	١٨٢٤
٦٠ - ٦٦	٢١	٦٣	١٣٢٣
٦٦ - ٧٢	١٤	٦٩	٩٦٦
مجموع التكرارات	١٠٠		٥٧٠٠

الانحراف المتوسط للتوزيع التكراري

حل المثال (١):

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{h} X_i f_i}{n}$$

$$= \frac{5700}{100} = 57$$

الانحراف المتوسط للتوزيع التكراري

- حل المثال (١): نحسب انحرافات مراكز الفئات عن الوسط الحسابي $(X_i - \bar{X})$

الفئات	التكرار	X_i	$X_i f_i$	$X_i - \bar{X}$
٣٦ - ٤٢	٣	٣٩	١١٧	١٨-=٥٧-٣٩
٤٢ - ٤٨	١٠	٤٥	٤٥٠	١٢-=٥٧-٤٥
٤٨ - ٥٤	٢٠	٥١	١٠٢٠	٦-=٥٧-٥١
٥٤ - ٦٠	٣٢	٥٧	١٨٢٤	٠=٥٧-٥٧
٦٠ - ٦٦	٢١	٦٣	١٣٢٣	٦=٥٧-٦٣
٦٦ - ٧٢	١٤	٦٩	٩٦٦	١٢=٥٧-٦٩
مجموع التكرارات	١٠٠		٥٧٠٠	

الانحراف المتوسط للتوزيع التكراري

- حل المثال (١): نحسب القيمة المطلقة لانحرافات مراكز الفئات عن الوسط الحسابي $|X_i - \bar{X}|$

الفئات	التكرار	X_i	$X_i f_i$	$X_i - \bar{X}$	$\|X_i - \bar{X}\|$
٣٦ - ٤٢	٣	٣٩	١١٧	٣٩-٥٧= -١٨	١٨
٤٢ - ٤٨	١٠	٤٥	٤٥٠	٤٥-٥٧= -١٢	١٢
٤٨ - ٥٤	٢٠	٥١	١٠٢٠	٥١-٥٧= -٦	٦
٥٤ - ٦٠	٣٢	٥٧	١٨٢٤	٥٧-٥٧= ٠	٠
٦٠ - ٦٦	٢١	٦٣	١٣٢٣	٦٣-٥٧= ٦	٦
٦٦ - ٧٢	١٤	٦٩	٩٦٦	٦٩-٥٧= ١٢	١٢
مجموع التكرارات	١٠٠		٥٧٠٠		

الانحراف المتوسط للتوزيع التكراري

- حل المثال (١): نحسب $\Sigma|X_i - \bar{X}|f_i$

الفئات	التكرار	X_i	$X_i f_i$	$X_i - \bar{X}$	$\|X_i - \bar{X}\|$	$\|X_i - \bar{X}\|f_i$
٣٦ - ٤٢	٣	٣٩	١١٧	٣٩-٥٧= -١٨	١٨	٣×١٨=٥٤
٤٢ - ٤٨	١٠	٤٥	٤٥٠	٤٥-٥٧= -١٢	١٢	١٠×١٢=١٢٠
٤٨ - ٥٤	٢٠	٥١	١٠٢٠	٥١-٥٧= -٦	٦	٢٠×٦=١٢٠
٥٤ - ٦٠	٣٢	٥٧	١٨٢٤	٥٧-٥٧= ٠	٠	٣٢×٠=٠
٦٠ - ٦٦	٢١	٦٣	١٣٢٣	٦٣-٥٧= ٦	٦	٢١×٦=١٢٦
٦٦ - ٧٢	١٤	٦٩	٩٦٦	٦٩-٥٧= ١٢	١٢	١٤×١٢=١٦٨
مجموع التكرارات	١٠٠		٥٧٠٠			٥٨٨

الانحراف المتوسط للتوزيع التكراري

حل المثال (١):

$$MD = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left| X_i - \overline{X} \right| f_i}{n}$$

$$MD = \frac{588}{100} = 5.88$$

معامل التغير

تعريف: معامل التغير هو

$$CV = \frac{S}{\overline{X}} X100$$

حيث ان:

S هو الانحراف المعياري $\overline{X}$ هو الوسط الحسابي

معامل التغير

اهم استعمالات معامل التغير:

المقارنة بين التغير في عدة مجموعات او توزيعات تكرارية حتى اذا كانت الوحدات المستعملة مختلفة.

معامل التغير

مثال (٢):

المجموعة (أ) من البيانات فيها $S_{أ}^2 = 16$ $\overline{X}_{أ} = 22$

والمجموعة (ب) فيها $S_{ب}^2 = 9$ $\overline{X}_{ب} = 25$

اي المجموعتين اكثر تغيرا؟

معامل التغير

حل المثال (٢):

$$CV_{(أ)} = \frac{S_أ}{\overline{X}_أ} X100 = \frac{\sqrt{16}}{22} \times 100$$

$$= \frac{4}{22} \times 100 = 18.18$$

$$CV_{(ب)} = \frac{S_ب}{\overline{X}_ب} X100 = \frac{\sqrt{9}}{25} \times 100$$

$$= \frac{3}{25} \times 100 = 12$$

المجموعة (أ) اكثر تغيرا من المجموعة (ب)

مقياس الالتواء

تعريف:

مقياس الالتواء للتوزيع تكراري او مجموعة من البيانات هو:

$$\gamma = \frac{3(\bar{X} - M)}{S}$$

حيث ان:

$\bar{X}$ = الوسط الحسابي

M = الوسيط

S = الانحراف المعياري

مقياس الالتواء

يستفاد من مقياس الالتواء في:

- معرفة نوعية التواء التوزيع التكراري.
  - الالتواء الموجب يعني ان الوسط الحسابي اكبر من الوسيط وان الطرف الايمن ممتد اكثرواشارة مقياس الالتواء موجبة.
  - الالتواء السالب يعني ان الوسط الحسابي اصغر من الوسيط وان الطرف الايسر ممتد اكثر واشارة مقياس الالتواء سالبة.
  - التوزيع التكراري المتماثل يعني ان الوسط الحسابي يساوي الوسيط وبالتالي مقياس الالتواء يساوي صفر.
- المقارنة بين التواء توزيعين تكراريين او مجموعتين من البيانات.

مقياس الالتواء

مثال (٣):

توزيع تكراري وسطه الحسابي $\bar{X} = 38$ والوسيط $M = 43$

والتباين $S^2 = 49$ اوجد مقياس الالتواء وحدد نوع الالتواء؟

مقياس الالتواء

حل المثال (٣):

$$\gamma = \frac{3\left(\overline{X} - M\right)}{S}$$

$$= \frac{3(38-43)}{7} = -2.14$$

التوزيع التكراري سالب الالتواء.

تطبيقات على مقاييس التشتت

للتوزيع التكراري التالي احسب:

أ. المدى.

ب. التباين.

ج. الانحراف المعياري.

د. معامل التغير.

الفئات	التكرار
٢٢ - ٣٠	٧
٣٠ - ٣٨	١٢
٣٨ - ٤٦	١٣
٤٦ - ٥٤	١٠
٥٤ - ٦٢	٨
مجموع التكرارات	٥٠

تطبيقات على مقاييس التشتت

٢. اذا كان $n=32 \quad \sum X_i^2 fi = 862, \quad \sum X_i f_i = 160,$

اوجد:

(أ) التباين.

(ب) الانحراف المعياري.

٣. معطى $n=40 \quad \sum \left| X_i - \bar{X} \right| f_i = 160,$

احسب الانحراف المتوسط.

تطبيقات على مقاييس التشتت

أ. المدى = الحد الاعلى للفئة العليا – الحد الادنى للفئة الدنيا

= ٦٢-٢٢=٤٠

تطبيقات على مقاييس التشتت

ب. التباين:

الفئات	التكرار (f)	i	التكرار (f)	الفئات
٢٢ - ٣٠	٧	٢٦		١٨٢
٣٠ - ٣٨	١٢	٣٤		٤٠٨
٣٨ - ٤٦	١٣	٤٢		٥٤٦
٤٦ - ٥٤	١٠	٥٠		٥٠٠
٥٤ - ٦٢	٨	٥٨		٤٦٤
مجموع التكرارات	٥٠			٢١٠٠

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{h} X_i f_i}{n}$$

$$= \frac{2100}{50} = 42$$

تطبيقات على مقاييس التشتت

ب. التباين:

الفئات	التكرار (f)	$X_i - \bar{X}$	$(X_i - \bar{X})^2$	$X_i f_i$	X_i	التكرار (f)	الفئات
٢٢ - ٣٠	٧	٢٦		١٨٢	١٦-	٢٥٦	١٧٩٢
٣٠ - ٣٨	١٢	٣٤		٤٠٨	٨-	٦٤	٧٦٨
٣٨ - ٤٦	١٣	٤٢		٥٤٦	٠	٠	٠
٤٦ - ٥٤	١٠	٥٠		٥٠٠	٨	٦٤	٦٤٠
٥٤ - ٦٢	٨	٥٨		٤٦٤	١٦	٢٥٦	٢٠٤٨
مجموع التكرارات	٥٠			٢١٠٠			٥٢٤٨

تطبيقات على مقاييس التشتت

ب. التباين:

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{h} (X_i - \bar{X})^2 f_i}{n-1}$$

$$= \frac{5248}{50-1} = \frac{5248}{49} = 107.1$$

ج. الانحراف المعياري:

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{107.1} = 10.3$$

تطبيقات على مقاييس التشتت

د. معامل التغير:

$$CV = \frac{S}{\overline{X}} X100$$

$$= \frac{10.3}{42} \times 100 = 24.5\%$$

تطبيقات على مقاييس التشتت

٢. (أ) التباين.

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i f_i}{n} = \frac{160}{32} = 5$$

$$S^2 = \frac{1}{n-1}\left[\sum X_i^2 f_i - n\bar{X}^2\right]$$

$$= \frac{1}{32-1}\left[862 - 32 \times 5^2\right]$$

$$= \frac{1}{31} \times 62 = 2$$

تطبيقات على مقاييس التشتت

(ب) الانحراف المعياري:

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{2} = 1.4$$

تطبيقات على مقاييس التشتت

٣. معطى $\sum |X_i - \bar{X}| f_i = 160, \quad n = 40$

احسب الانحراف المتوسط.

$$MD = \frac{\sum_{i=1}^{n} |X_i - \bar{X}| f_i}{n}$$

$$MD = \frac{160}{40} = 4$$