اهداف المحاضرة:

١. تعريف الانحراف المتوسط للتوزيع التكراري.
٢. حساب الانحراف المتوسط للتوزيع التكراري.
٣. حساب معامل التغير واستخدامه في المقارنة بين المجموعات المختلفة.
٤. حساب مقياس الالتواء والمقارنة بين اشكال التوزيعات التكرارية.

الانحراف المتوسط للتوزيع التكراري:

تعريف: اذا كانت مراكز فئات توزيع تكراري هي: $X_1, X_2, ..., X_h$
وكانت التكرارات المقابلة لها $f_1, f_2, ..., f_h$ فالانحراف المتوسط هو

$$MD = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left| X_i - \overline{X} \right| f_i}{n}$$

حيث ان:
$\overline{X} =$ الوسط الحسابي للتوزيع التكراري.
$n =$ مجموع التكرارات.

مثال (١): اوجدي الانحراف المتوسط للتوزيع التكراري.

الفئات	التكرار
٣٦-٤٢	٣
٤٢-٤٨	١٠
٤٨-٥٤	٢٠
٥٤-٦٠	٣٢
٦٠-٦٦	٢١
٦٦-٧٢	١٤

الحل:

١- نحسب مراكز الفئات للتوزيع التكراري: $Xi = \frac{(L+U)}{2}$

الفئات	التكرار	Xi
٣٦-٤٢	٣	٣٩
٤٢-٤٨	١٠	٤٥
٤٨-٥٤	٢٠	٥١
٥٤-٦٠	٣٢	٥٧
٦٠-٦٦	٢١	٦٣
٦٦-٧٢	١٤	٦٩
مجموع التكرارات	١٠٠	

٢- لحساب الوسط الحسابي نحسب : $\sum Xi\, Fi$

الفئات	التكرار	Xi	
٣٦-٤٢	٣	٣٩	١١٧
٤٢-٤٨	١٠	٤٥	٤٥٠
٤٨-٥٤	٢٠	٥١	١٠٢٠
٥٤-٦٠	٣٢	٥٧	١٨٢٤
٦٠-٦٦	٢١	٦٣	١٣٢٣
٦٦-٧٢	١٤	٦٩	٩٦٦
مجموع التكرارات	١٠٠		٥٧٠٠

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{h} X_i f_i}{n}$$
$$= \frac{5700}{100} = 57$$

٣- نحسب انحرافات مراكز الفئات عن الوسط الحسابي: $(X_i - \bar{X})$

الفئات	التكرار	Xi		$X_i - \bar{X}$
٤٢-٣٦	٣	٣٩	١١٧	١٨ - =٥٧-٣٩
٤٨-٤٢	١٠	٤٥	٤٥٠	١٢- =٥٧-٤٥
٥٤-٤٨	٢٠	٥١	١٠٢٠	٦- =٥٧-٥١
٦٠-٥٤	٣٢	٥٧	١٨٢٤	٠ =٥٧-٥٧
٦٦-٦٠	٢١	٦٣	١٣٢٣	٦ =٥٧-٦٣
٧٢-٦٦	١٤	٦٩	٩٦٦	١٢ =٥٧-٦٩
مجموع التكرارات	١٠٠		٥٧٠٠	

٤- نحسب القيمه المطلقه لانحرافات مراكز الفئات عن الوسط الحسابي: $\left| X_i - \bar{X} \right|$

الفئات	التكرار	Xi		$X_i - \bar{X}$	
٤٢-٣٦	٣	٣٩	١١٧	١٨ - =٥٧-٣٩	١٨
٤٨-٤٢	١٠	٤٥	٤٥٠	١٢- =٥٧-٤٥	١٢
٥٤-٤٨	٢٠	٥١	١٠٢٠	٦- =٥٧-٥١	٦
٦٠-٥٤	٣٢	٥٧	١٨٢٤	٠ =٥٧-٥٧	٠
٦٦-٦٠	٢١	٦٣	١٣٢٣	٦ =٥٧-٦٣	٦
٧٢-٦٦	١٤	٦٩	٩٦٦	١٢ =٥٧-٦٩	١٢
مجموع التكرارات	١٠٠		٥٧٠٠		

٥- نحسب: $\sum \left| X_i - \bar{X} \right| f_i$

الفئات	التكرار	Xi		$X_i - \bar{X}$		$\left| X_i - \bar{X} \right| f_i$
٤٢-٣٦	٣	٣٩	١١٧	١٨ - =٥٧-٣٩	١٨	٥٤ = ٣ × ١٨
٤٨-٤٢	١٠	٤٥	٤٥٠	١٢- =٥٧-٤٥	١٢	١٢٠ = ١٠ × ١٢
٥٤-٤٨	٢٠	٥١	١٠٢٠	٦- =٥٧-٥١	٦	١٢٠ = ٢٠ × ٦
٦٠-٥٤	٣٢	٥٧	١٨٢٤	٠ =٥٧-٥٧	٠	٠ = ٣٢ × ٠
٦٦-٦٠	٢١	٦٣	١٣٢٣	٦ =٥٧-٦٣	٦	١٢٦ = ٢١ × ٦
٧٢-٦٦	١٤	٦٩	٩٦٦	١٢ =٥٧-٦٩	١٢	١٦٨ =١٤ × ١٢
مجموع التكرارات	١٠٠		٥٧٠٠			٥٨٨

$$MD = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left| X_i - \bar{X} \right| f_i}{n}$$

$$MD = \frac{588}{100} = 5.88$$

معامل التغير:

تعريف: معامل التغير هو $CV = \frac{S}{\bar{X}} X100$

حيث ان:

S = هو الانحراف المعياري

$\bar{X}$ = هو الوسط الحسابي

اهم استعمالات معامل التغير:

- المقارنة بين التغير في عدة مجموعات او توزيعات تكرارية حتى اذا كانت الوحدات المستعملة مختلفة.

مثال (٢):

المجموعة (أ) من البيانات فيها $S_{أ}^2 = 16$ $\quad \overline{X}_{أ} = 22$

والمجموعة (ب) فيها $S_{ب}^2 = 9$ $\quad \overline{X}_{ب} = 25$ اي المجموعتين اكثر تغيرا؟

الحل:

$$CV_{(أ)} = \frac{S_{أ}}{\overline{X}_{أ}} X100 = \frac{\sqrt{16}}{22} \times 100$$
$$= \frac{4}{22} \times 100 = 18.18$$

$$CV_{(ب)} = \frac{S_{ب}}{\overline{X}_{ب}} X100 = \frac{\sqrt{9}}{25} \times 100$$
$$= \frac{3}{25} \times 100 = 12$$

المجموعة (أ) اكثر تغيرا من المجموعة (ب)

مقياس الالتواء:

تعريف: مقياس الالتواء للتوزيع تكراري او مجموعة من البيانات هو: $\gamma = \frac{3(\overline{X} - M)}{S}$

حيث ان:

$\overline{X} =$ الوسط الحسابي

$M =$ الوسيط

$S =$ الانحراف المعياري

يستفاد من مقياس الالتواء في:

- معرفة نوعية التواء التوزيع التكراري.
- الالتواء الموجب يعني ان الوسط الحسابي اكبر من الوسيط وان الطرف الايمن ممتد اكثرواشارة مقياس الالتواء موجبة.
- الالتواء السالب يعني ان الوسط الحسابي اصغر من الوسيط وان الطرف الايسر ممتد اكثر واشارة مقياس الالتواء سالبة.
- التوزيع التكراري المتماثل يعني ان الوسط الحسابي يساوي الوسيط وبالتالي مقياس الالتواء يساوي صفر.
- المقارنة بين التواء توزيعين تكراريين او مجموعتين من البيانات.

مثال (٣):

توزيع تكراري وسطه الحسابي $\overline{X} = 38$ والوسيط $M = 43$

والتباين $S^2 = 49$ اوجد مقياس الالتواء وحدد نوع الالتواء؟

الحل:

$$\gamma = \frac{3(\overline{X} - M)}{S}$$

$$= \frac{3(38-43)}{7} = -2.14$$

التوزيع التكراري سالب الالتواء.

تطبيقات على مقاييس التشتت

مثال (٤):

للتوزيع التكراري التالي احسب:

١. المدى.
٢. التباين.
٣. الانحراف المعياري.
٤. معامل التغير.

الفئات	التكرار
٢٢-٣٠	٧
٣٠-٣٨	١٢
٣٨-٤٦	١٣
٤٦-٥٤	١٠
٥٤-٦٢	٨
مجموع التكرارات	٥٠

الحل:

١. المدى = الحد الاعلى للفئة العليا – الحد الادنى للفئة الدنيا = ٦٢-٢٢=٤٠

٢. التباين:

الفئات	التكرار	Xi	
٢٢-٣٠	٧	٢٦	١٨٢
٣٠-٣٨	١٢	٣٤	٤٠٨
٣٨-٤٦	١٣	٤٢	٥٤٦
٤٦-٥٤	١٠	٥٠	٥٠٠
٥٤-٦٢	٨	٥٨	٤٦٤
مجموع التكرارات	٥٠		٢١٠٠

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{h} X_i f_i}{n}$$

$$= \frac{2100}{50} = 42$$

الفئات	التكرار	Xi		X_i		$X_i - \overline{X}$
٣٠-٢٢	٧	٢٦	١٨٢	١٦-	٢٥٦	١٧٩٢
٣٨-٣٠	١٢	٣٤	٤٠٨	٨-	٦٤	٧٦٨
٤٦-٣٨	١٣	٤٢	٥٤٦	٠	٠	٠
٥٤-٤٦	١٠	٥٠	٥٠٠	٨	٦٤	٦٤٠
٦٢-٥٤	٨	٥٨	٤٦٤	١٦	٢٥٦	٢٠٤٨
مجموع التكرارات	٥٠		٢١٠٠			٥٢٤٨

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{h} \left(X_i - \overline{X}\right)^2 f_i}{n-1}$$
$$= \frac{5248}{50-1} = \frac{5248}{49} = 107.1$$

٣. الانحراف المعياري: $S = \sqrt{S^2} = \sqrt{107.1} = 10.3$

٤. معامل التغير:

$$CV = \frac{S}{\overline{X}} X100$$
$$= \frac{10.3}{42} \times 100 = 24.5\%$$

مثال (٥):

اذا كان $\sum X_i f_i = 160, \quad \sum X_i^2 fi = 862, \quad n = 32$

اوجد:

١. التباين.
٢. الانحراف المعياري.

الحل:

١-
$$\overline{X} = \frac{\sum X_i f_i}{n} = \frac{160}{32} = 5$$
$$S^2 = \frac{1}{n-1}\left[\sum X_i^2 f_i - n\overline{X}^2\right]$$
$$= \frac{1}{32-1}\left[862 - 32 \times 5^2\right]$$
$$= \frac{1}{31} \times 62 = 2$$

٢- $S = \sqrt{S^2} = \sqrt{2} = 1.4$

مثال (٦): معطى $n = 40 \qquad \sum \left| X_i - \overline{X} \right| f_i = 160,$

١. احسب الانحراف المتوسط.

.١

$$MD = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left| X_i - \overline{X} \right| f_i}{n}$$

$$MD = \frac{160}{40} = 4$$

انتهى

اهداف المحاضره:

١. تعريف معامل ارتباط بيرسون
٢. حساب معامل ارتباط بيرسون.
٣. تفسير معامل ارتباط بيرسون.

اذا كان $(x_1, y_{1)}, (x_2, y_2), ... (x_n, y_n)$ عينة من الازواج المرتبة التي تعطي قيمتي متغيرين عشوائيين على n من العناصر.

- يتم تمثيل هذه العينة بشكل بياني يعرف بلوحة الانتشار.
- لوحة الانتشار تعطي فكرة عن العلاقة بين المتغيرين.
- يتم قياس هذه العلاقة بمعامل ارتباط بيرسون.

تعريف:

معامل ارتباط بيرسون بين $X \& Y$ هو: $r = r(x, y) = \dfrac{SS_{xy}}{\sqrt{SS_x SS_y}}$

حيث ان:

$$SS_{xy} = \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = \sum_{i=1}^{n} (x_i y_i) - n\bar{x}\,\bar{y}$$

$$SS_x = \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2$$

$$SS_y = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \bar{y})^2 = \sum_{i=1}^{n} y_i^2 - n\bar{y}^2$$

معامل ارتباط بيرسون يقيس الارتباط الخطي بين المتغيرات:

- نجد ان $-1 \le r \le 1$
- عندما تكون $r \succ 0$ هناك ارتباط خطي طردي اي ان قيم x تزداد بازدياد قيم y .
- عندما تكون $r \prec 0$ هناك ارتباط خطي عكسي اي ان قيم x تقل بازدياد قيم y .

تفسير معامل ارتباط بيرسون يقيس الارتباط الخطي بين المتغيرات:

١. عندما تكون $r = 1$ نقول أن هناك ارتباط خطي طردي تام.
٢. عندما تكون $r = -1$ نقول أن هناك ارتباط خطي عكسي تام.
٣. عندما تكون $r = 0$ نقول انه لا يوجد ارتباط خطي.
٤. عندما تكون $r \succ 0$ نقول هناك ارتباط طردي.
٥. عندما تكون $r \ge 0.70$ نقول هناك ارتباط عكسي.
٦. عندما تكون $r \prec 0$ نقول أن هناك ارتباط خطي قوي.
٧. عندما تكون $0.40 \le r \prec 0.70$ نقول أن هناك ارتباط خطي متوسط.
٨. عندما تكون $r \prec 0.40$ نقول أن هناك ارتباط خطي ضعيف.

مثال (١): الجدول الاتي يوضح قيم المتغيرين X ، Y :

X	Y
٢	٣
٦	٧
٣	٢
٥	٨
٤	٥

١. ارسمي لوحة الانتشار.
٢. احسبي معامل ارتباط بيرسون.
٣. فسري معامل ارتباط بيرسون.

الحل:

٢- حساب معامل ارتباط بيرسون:

X	Y
٢	٣
٦	٧
٣	٢
٥	٨
٤	٥
٢٠	٢٥

اولا يتم حساب الوسط الحسابي لكل من X و Y

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n} = \frac{20}{5} = 4$$

$$\overline{Y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Y_i}{n} = \frac{25}{5} = 5$$

لحساب معامل ارتباط بيرسون نقوم بحساب مايلي :

$$SS_{xy} = \sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})(y_i - \overline{y})$$

$$SS_x = \sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^2$$

$$SS_y = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \overline{y})^2$$

Y	X	$X_i - \overline{X}$	$y_i - \overline{y}$	$(X_i - \overline{X})^2$	$(y_i - \overline{y})^2$	$(X_i - \overline{X})(y_i - \overline{y})$
٣	٢	٢- = ٤ – ٢	٢- =٥-٣	٤	٤	٤
٧	٦	٢ = ٤ – ٦	٢=٥-٧	٤-	٤	٤
٢	٣	١- = ٤ – ٣	٣- =٥-٢	١	٩	٣
٨	٥	١ = ٤ – ٥	٣ =٥-٨	١	٩	٣
٥	٤	٠ = ٤ – ٤	٠=٥-٥	٠	٠	٠
٢٥	٢٠			١٠	٢٦	١٤

حساب معامل ارتباط بيرسون:

$$SS_{xy} = \sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})(y_i - \overline{y}) = 14$$

$$SS_x = \sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^2 = 10$$

$$SS_y = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \overline{y})^2 = 26$$

$$r = \frac{SS_{xy}}{\sqrt{SS_x SS_y}} = \frac{14}{\sqrt{10 \times 26}} = 0.87$$

٣- تفسير معامل ارتباط بيرسون:

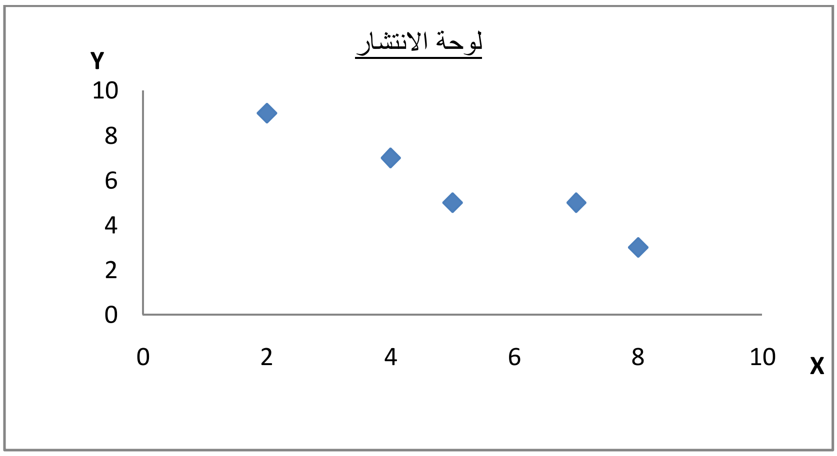
هناك ارتباط خطي طردي قوي بين X و Y

مثال (٢): الجدول الاتي يوضح قيم المتغيرين X ، Y :

Y	X
٤	٧
٧	٥
٨	٣
٥	٥
٤	٧
٢	٩

١. ارسمي لوحة الانتشار.
٢. احسبي معامل ارتباط بيرسون.
٣. فسري معامل ارتباط بيرسون.

الحل:



٢- حساب معامل ارتباط بيرسون:

Y	X
٤	٧
٧	٥
٨	٣
٥	٥
٤	٧
٢	٩
٣٠	٣٦

اولا يتم حساب الوسط الحسابي
لكل من X و Y

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n} = \frac{36}{6} = 6$$

$$\overline{Y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Y_i}{n} = \frac{30}{6} = 5$$

لحساب معامل ارتباط بيرسون نقوم بحساب مايلي:

$$SS_{xy} = \sum_{i=1}^{n}(x_i y_i) - n\overline{x}\,\overline{y}$$

$$SS_x = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\overline{x}^2$$

$$SS_y = \sum_{i=1}^{n} y_i^2 - n\overline{y}^2$$

$X_i Y_i$	$y_i^{\,2}$	$X_i^{\,2}$	Y	X
٢٨	١٦	٤٩	٤	٧
٣٥	٤٩	٢٥	٧	٥
٢٤	٦٤	٩	٨	٣
٢٥	٢٥	٢٥	٥	٥
٢٨	١٦	٤٩	٤	٧
١٨	٤	٨١	٢	٩
١٥٨	١٧٤	٢٣٨	٣٠	٣٦

حساب معامل ارتباط بيرسون:

$$SS_{xy} = \sum_{i=1}^{n}(x_i y_i) - n\overline{x}\,\overline{y} = 158 - 6\times 6\times 5 = -22$$

$$SS_x = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\overline{x}^2 = 238 - 6\times 6^2 = 22$$

$$SS_y = \sum_{i=1}^{n} y_i^2 - n\overline{y}^2 = 174 - 6\times 5^2 = 24$$

$$r = \frac{SS_{xy}}{\sqrt{SS_x SS_y}} = \frac{-22}{\sqrt{22\times 24}} = -0.96$$

٣- تفسير معامل ارتباط بيرسون:
هناك ارتباط خطي عكسي قوي بين X و Y

مثال: اذا كان $SS_{yy} = 144 \;, \quad SS_{xx} = 64 \;, \quad SS_{xy} = 80$

١. احسب معامل ارتباط بيرسون.
٢. فسر معامل ارتباط بيرسون.

انتهى

اهداف المحاضره:

- تعريف معادلة خط الانحدار البسيط.
- حساب معادلة خط الانحدار البسيط.
- تعريف العلاقة بين معامل ارتباط بيرسون و معادلة خط الانحدار البسيط.
- حساب وتفسير معامل التحديد.

نجد ان معادلة خط الانحدار بين متغيرين x , y هي: $y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon$

حيث ان:

x المتغير المستقل

y المتغير التابع

ε متغير الخطأ ويتبع التوزيع الطبيعي بوسط حسابي صفر و تباين σ

استخدمت طريقة المربعات الصغرى لتقدير ميل خط الانحدار β_1 و مقطعه β_0 .

ونجد ان: $\hat{\beta}_1 = \dfrac{SS_{xy}}{SS_x}$

$$\hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x}$$

حيث ان:

$$SS_{xy} = \sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = \sum_{i=1}^{n}(x_i y_i) - n\bar{x}\,\bar{y}$$

$$SS_x = \sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2$$

فتكون معادلة الانحدار هي:

$$\hat{y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i$$

هناك علاقة بين معامل الارتباط r و ميل خط الانحدار $\hat{\beta}_1$ هي: $r = \sqrt{\dfrac{SS_x}{SS_y}}\hat{\beta}_1$

ويمكن استنباط العلاقة $r^2 = \dfrac{SS_y - SSE}{SS_y}$

ويعرف بمعامل التحديد ويعطي القوة التفسيرية للمتغير المستقل.

حيث ان: $SSE = \sum_{i=1}^{n}\left(y_i - \hat{y}_i\right)^2 = SS_y - \hat{\beta}_1 SS_{xy}$

ويسمى مجموع مربع الخطأ.

مثال (١):

١. اوجدي معادلة خط الانحدار البسيط.
٢. اوجدي معامل الارتباط.
٣. اوجدي معامل التحديد.
٤. فسري هذه النتائج.

X	Y
٢	٣
٦	٧
٣	٢
٥	٨
٤	٥

الحل:

حساب الوسط الحسابي للمتغيرين X و Y:

X	Y
٢	٣
٦	٧
٣	٢
٥	٨
٤	٥
٢٠	٢٥

اولا يتم حساب الوسط الحسابي لكلٍ من X و Y:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n} = \frac{20}{5} = 4$$

$$\bar{Y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Y_i}{n} = \frac{25}{5} = 5$$

لحساب β_1 و β_0 نقوم بحساب مايلي:

$$SS_{xy} = \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$$

$$SS_x = \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2$$

X	Y	$X_i - \bar{X}$	$y_i - \bar{y}$	$(X_i - \bar{X})^2$	$(X_i - \bar{X})$ $(y_i - \bar{y})$
٢	٣	٢ – ٤ = -٢	٣-٥= -٢	٤	٤
٦	٧	٦ – ٤ = ٢	٧-٥=٢	٤	٤
٣	٢	٣ – ٤ = -١	٢-٥= -٣	١	٣
٥	٨	٥ – ٤ = ١	٨-٥= ٣	١	٣
٤	٥	٤ – ٤ = ٠	٥-٥=٠	٠	٠
٢٠	٢٥			١٠	١٤

لحساب β_1 و β_0 نقوم بحساب مايلي:

$$SS_{xy} = \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = 14$$

$$SS_x = \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2 = 10$$

معادلة خط الانحدار هي:

$$\hat{\beta}_1 = \frac{SS_{xy}}{SS_x} = \frac{14}{10} = 1.4$$

$$\hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x} = 5 - 1.4 \times 4 = -1.6$$

$$\hat{Y} = -1.6 + 1.4X$$

$(y_i - \bar{y})^2$	$(X_i - \bar{X})(y_i - \bar{y})$	$(X_i - \bar{X})^2$	$y_i - \bar{y}$	$X_i - \bar{X}$	Y	X
٤	٤	٤	٢- =٥-٣	٢- = ٤ – ٢	٣	٢
٤	٤	٤	٢=٥-٧	٢ = ٤ – ٦	٧	٦
٩	٣	١	٣- =٥-٢	١- = ٤ – ٣	٢	٣
٩	٣	١	٣ =٥-٨	١ = ٤ – ٥	٨	٥
٠	٠	٠	٠=٥-٥	٠ = ٤ – ٤	٥	٤
٢٦	١٤	١٠			٢٥	٢٠

معامل ارتباط بيرسون هو:

$$r = \sqrt{\frac{SS_x}{SS_y}}\hat{\beta}_1$$

$$r = \sqrt{\frac{10}{26}} \times 1.4 = 0.87$$

معامل التحديد هو: $r^2 = (r)^2 = (0.87)^2 = 0.76$

تفسير معامل ارتباط بيرسون: هناك ارتباط خطي طردي قوي بين X و Y

تفسير معامل التحديد: المتغير المستقل X يفسر ٠.٧٦ أي ٧٦% من التغيرات في المتغير التابع Y.

مثال (٢): اذا كان:

$$\bar{x} = 55 \qquad \bar{y} = 7 \qquad \sum x_i^2 = 19900 \qquad \sum y_i^2 = 331$$
$$\sum xy = 2566 \qquad n = 6$$

١. اوجدي معادلة خط الانحدار البسيط.
٢. اوجدي معامل الارتباط.
٣. اوجدي معامل التحديد.
٤. فسري هذه النتائج.

الحل:

لحساب β_1 و β_0 نقوم بحساب مايلي:

$$SS_{xy} = \sum_{i=1}^{n}(x_i y_i) - n\bar{x}\,\bar{y} = 2566 - 6 \times 55 \times 7 = 256$$

$$SS_x = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2 = 19900 - 6 \times 55^2 = 1750$$

معادلة خط الانحدار هي:

$$\hat{\beta}_1 = \frac{SS_{xy}}{SS_x} = \frac{256}{1750} = 0.15$$

$$\hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x} = 7 - 0.15 \times 55 = -1.25$$

$$\hat{Y} = -1.25 + 0.15X$$

معامل ارتباط بيرسون هو:

$$SS_y = \sum_{i=1}^{n} y_i^2 - n\bar{y}^2 = 331 - 6 \times 7^2 = 37$$

$$r = \sqrt{\frac{SS_x}{SS_y}} \hat{\beta}_1$$

$$r = \sqrt{\frac{1750}{37}} \times 0.15 = 1$$

معامل التحديد هو:

$$r^2 = (r)^2 = (1)^2 = 1$$

تفسير معامل ارتباط بيرسون: هناك ارتباط خطي طردي تام بين X و Y

تفسير معامل التحديد: المتغير المستقل X يفسر كل التغيرات في المتغير التابع Y.

انتهى

تنقسم الاختبارات الإحصائية إلى:

- الاختبارات المعلمية
- الاختبارات اللامعلمية

اختبارات كاي تربيع

اختبار كاي تربيع من الاختبارات اللامعلمية ويضم ثلاث اختبارات:

اختبارات الاستقلالية:

- اختبارات التجانس
- اختبارات حسن التطابق

البيانات الوصفية:

النسبة المئوية = قيمة الجزء ÷ المجموع الكلي × ١٠٠

$$\text{زاوية القطاع} = \frac{\text{قيمة الجزء}}{\text{المجموع الكلي}} * 360$$

التوزيع التكراري:

- المدى= اعلى قيمة – ادنى قيمة
- طول الفئة = المدى ÷ عدد الفئات
- الحد الادنى للفئة الاولى = اقل قيمة
- الحد الادنى الفعلي للفئة الاولى = اقل قيمة – ٠.٥
- الحد الاعلى الفعلي للفئة الاولى = الحد الادنى الفعلي للفئة الاولى + طول الفئة
- مركز الفئة هو $X = \frac{(L+U)}{2}$ مركز الفئة (X)= (الحد الادنى + الحد الاعلى)/ ٢
- التكرار النسبي = $\frac{\text{تكرار الفئة}}{\text{المجموع الكلي}} = \frac{f}{n} = p$

مقاييس النزعة المركزية للبيانات الاولية:

- مقاييس النزعة المركزية للبيانات الاولية: $\overline{X} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}$
- الوسط الحسابي المرجح: $\overline{X} = \frac{N_1\overline{X}_1 + N_2\overline{X}_2}{N_1 + N_2}$

الوسط الهندسي: $G = \sqrt[N]{X_1 X_2 \dots X_N}$

- الوسيط للبيانات اذا كان عددها فردي $X_{(n+1)/2}$

- الوسيط للبيانات اذا كان عددها زوجي: $\frac{1}{2}(X_{\frac{n}{2}} + X_{\frac{(n+2)}{2}})$

- المنوال هو القيمة التي تتكرر اكثر من غيرها او هو القيمة التي يقابلها اكبر تكرار.

مقاييس النزعة المركزية للتوزيع التكاري:

- الوسط الحسابي: $\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{h} X_i f_i}{n}$

- الوسط الهندسي: $G = \sqrt[n]{X_1^{f_1}\ X_2^{f_2}\ .....\ X_h^{f_h}}$

- الوسيط: $M = a + \left(\frac{\frac{n}{2} - n_1}{f_m} \right) X\ C$

- المنوال التقريبي = مركز الفئة المنوالية

مقاييس التشتت للبيانات الاولية:

- التباين: $S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left(X_i - \overline{X}\right)^2}{n-1}$ او $S^2 = \frac{1}{n-1}\left[\sum X_i^2 - n\overline{X}^2\right]$

- الانحراف المعياري: $S = \sqrt{S^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} \left(X_i - \overline{X}\right)^2}{n-1}}$

- الانحراف المتوسط $M.D. = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left|X_i - \overline{X}\right|}{n}$

مقاييس التشتت للتوزيع التكراري:

المدى = الحد الاعلى للفئة العليا – الحد الادنى للفئة الدنيا

التباين: $S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{h} \left(X_i - \overline{X}\right)^2 f_i}{n-1}$ او $S^2 = \frac{1}{n-1}\left[\sum X_i^2 f_i - n\overline{X}^2\right]$

الانحراف المعياري: $S = \sqrt{S^2} = \sqrt{\dfrac{\sum_{i=1}^{h}\left(X_i - \overline{X}\right)^2 f_i}{n-1}}$

الانحراف المتوسط : $MD = \dfrac{\sum_{i=1}^{n}\left|X_i - \overline{X}\right| f_i}{n}$

مقاييس التشتت:

- معامل التغير: $CV = \dfrac{S}{\overline{X}} X100$
- مقياس الالتواء: $\gamma = \dfrac{3\left(\overline{X} - M\right)}{S}$

معامل ارتباط برسون:

معامل الارتباط: $r = r(x, y) = \dfrac{SS_{xy}}{\sqrt{SS_x SS_y}}$

$$SS_{xy} = \sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})(y_i - \overline{y}) = \sum_{i=1}^{n}(x_i y_i) - n\overline{x}\,\overline{y}$$

$$SS_x = \sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\overline{x}^2$$

$$SS_y = \sum_{i=1}^{n}(y_i - \overline{y})^2 = \sum_{i=1}^{n} y_i^2 - n\overline{y}^2$$

معادلة خط الانحدار البسيط:

- ميل خط الانحدار $\hat{\beta}_1 = \dfrac{SS_{xy}}{SS_x}$
- الجزء الثابت $\hat{\beta}_0 = \overline{y} - \hat{\beta}_1\overline{x}$
- معامل ارتباط بيرسون $r = \sqrt{\dfrac{SS_x}{SS_y}}\hat{\beta}_1$
- معامل التحديد = r^2

انتهى

معطى البيانات التالية

٢٥ ، ٢٧ ، ٢٣ ، ٢١ ، ٢٥ ، ٢٩

احسب:

١. الوسط الحسابي.
٢. الوسط الهندسي.
٣. الوسيط.
٤. المنوال.
٥. المدى.
٦. التباين.
٧. الانحراف المعياري.
٨. الانحراف المتوسط.

الوسط الحسابي.
$$\overline{X}=\frac{\sum_{i=1}^{n}X_i}{n}=\frac{25+27+23+21+25+29}{6}=\frac{150}{6}=25$$

الوسط الهندسي.
$$G=\sqrt[N]{X_1X_2....X_N}$$
$$=\sqrt[6]{25\times27\times23\times21\times25\times29}=24.87$$

الوسيط:

ترتيب البيانات ٢١ ٢٣ ٢٥ ٢٥ ٢٧ ٢٩

عدد البيانات زوجي

ترتيب العدد (الوسيط) الاول = $3=\frac{6}{2}=\frac{n}{2}$

ترتيب العدد (الوسيط) الثاني = $4=\frac{6+2}{2}=\frac{n+2}{2}$

الوسيط =
$$M=\frac{1}{2}(X_{\frac{n}{2}}+X_{\frac{(n+2)}{2}})=\frac{1}{2}(X_3+X_4)$$
$$=\frac{1}{2}(25+25)=25$$

المنوال = ٢٥

المدى = اكبر قيمة – اقل قيمة = ٢٩ – ٢١ =٨

التباين:

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(X_i - \overline{X}\right)^2}{n-1}$$

$$= \frac{(25-25)^2 + (27-25)^2 + (23-25)^2 + (21-25)^2 + (25-25)^2 + (29-25)^2}{6-1}$$

$$= \frac{0+4+4+16+0+16}{5} = 8$$

الانحراف المعياري: $S = \sqrt{S^2} = \sqrt{8} = 2.8$

الانحراف المتوسط: $M.D. = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left|X_i - \overline{X}\right|}{n}$

$$\sum |\boldsymbol{X_i} - \overline{\boldsymbol{X}}| = |\mathbf{25}-\mathbf{25}| + |\mathbf{27}-\mathbf{25}| + |\mathbf{23}-\mathbf{25}| + |\mathbf{21}-\mathbf{25}| + |\mathbf{25}-\mathbf{25}| + |\mathbf{29}-\mathbf{25}|$$

= 0+2+2+4+0+4 =12

$$M.D. = \frac{12}{6} = 2$$

للتوزيع التكراري التالي احسب:

١. الوسط الحسابي.
٢. الوسيط.
٣. المنوال.
٤. المدى.
٥. التباين.
٦. الانحراف المعياري.
٧. الانحراف المتوسط.

الفئات	التكرار
٠ ــ ١٠	٦
١٠ ــ ٢٠	٧
٢٠ ــ ٣٠	١٤
٣٠ ــ ٤٠	١٧
٤٠ ــ ٥٠	١١
مجموع التكرارات(n)	٥٠

الوسط الحسابي:

نحسب قيمة $\sum_{i=1}^{h} X_i f_i$

الفئات	التكرار	X	X.F
٠ ــ ١٠	٦	(١٠+٠)÷٢=٥	٦×٥=٣٠
١٠ ــ ٢٠	٧	(١٠+٢٠)÷٢=١٥	٧×١٥=١٠٥
٢٠ ــ ٣٠	١٤	(٢٠+٣٠)÷٢=٢٥	١٤×٢٥=٣٥٠
٣٠ ــ ٤٠	١٧	(٣٠+٤٠)÷٢=٣٥	١٧×٣٥=٤٢٠
٤٠ ــ ٥٠	١١	(٤٠+٥٠)÷٢=٤٥	١١×٤٥=٤٩٥
مجموع التكرارات(n)	٥٠		١٤٠٠

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{h} X_i f_i}{n}$$

$$= \frac{1400}{50} = 28$$

الوسيط:

ترتيب الوسيط = $\frac{n}{2}$ = $\frac{50}{2} = 25$

الفئات	التكرار	التكرار المتجمع
٠ ـــ ١٠	٦	٦
١٠ ـــ ٢٠	٧	١٣
٢٠ ـــ ٣٠	١٤	٢٧
٣٠ ـــ ٤٠	١٧	٣٩
٤٠ ـــ ٥٠	١١	٥٠
مجموع التكرارات(n)	٥٠	

فئة الوسيط هي: ٢٠ ـــ ٣٠

$$M = a + \left(\frac{\frac{n}{2} - n_1}{f_m} \right) X\ C$$

الفئات	التكرار	التكرار المتجمع
٠ ـــ ١٠	٦	٦
١٠ ـــ ٢٠	٧	١٣
٢٠ ـــ ٣٠	١٤	٢٧
٣٠ ـــ ٤٠	١٧	٣٩
٤٠ ـــ ٥٠	١١	٥٠
مجموع التكرارات(n)	٥٠	

a = 20 $\frac{n}{2} = \frac{50}{2} = 25$

$n_1 = 13 \quad f_m = 14$

C = 30 – 20 = 10

$$M = 20 + \frac{(25-13)}{14}\ X10 = 28.57$$

المنوال:

الفئة المنوالية هي ٢٠ - ٣٠

المنوال التقريبي = مركز الفئة المنوالية = $\frac{20+30}{2} = 25$

المدى: المدى = الحد الاعلى للفئة العليا – الحد الادنى للفئة الدنيا

= ٥٠ – ٠ = ٥٠

التباين:

نحسب $\sum \left(X_i - \overline{X}\right)^2 f_i$

$X_i - \overline{X}$	$X_i f_i$	مراكز الفئات	التكرار	الفئات	التكرار	الفئات
٣١٧٤	٥٢٩	٢٣ -	٣٠	٥	٦	٠ – ١٠
١١٨٣	١٦٩	١٣-	١٠٥	١٥	٧	١٠ – ٢٠
١٢٦	٩	٣-	٣٥٠	٢٥	١٤	٢٠ – ٣٠
٥٨٨	٤٩	٧	٤٢٠	٣٥	١٢	٣٠ – ٤٠
٣١٧٩	٢٨٩	١٧	٤٥٠	٤٥	١١	٤٠ – ٥٠
٨٢٥٠			١٤٠٠		٥٠	مجموع التكرارات (n)

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{h}\left(X_i - \overline{X}\right)^2 f_i}{n-1}$$

$$= \frac{8250}{49} = 168.4$$

الانحراف المعياري:

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{168.4} = 12.98$$

الانحراف المتوسط:

الفئات	التكرار	X_i	$X_i f_i$	$X_i - \overline{X}$	$\vert$	$\vert$
٠ ـ ١٠	٦	٥	٣٠	-٢٣	٢٣	١٣٨
١٠ ـ ٢٠	٧	١٥	١٠٥	-١٣	١٣	٩١
٢٠ ـ ٣٠	١٤	٢٥	٣٥٠	-٣	٣	٤٢
٣٠ ـ ٤٠	١٢	٣٥	٤٢٠	٧	٧	٨٤
٤٠ ـ ٥٠	١١	٤٥	٤٥٠	١٧	١٧	١٨٧
مجموع التكرارات (n)	٥٠		١٤٠٠			٥٤٢

$$MD = \frac{\sum_{i=1}^{h} \left| X_i - \overline{X} \right| f_i}{n}$$

$$MD = \frac{542}{50} = 10.84$$

انتهى