مبادئ الإحصاء التربوي

الفصل الدراسي الأول

العام الدراسي ١٤٣١ – ١٤٣٢هـ

د. سعيد سيف الدين

نظام التعليم المطور للانتساب

كلية التربية

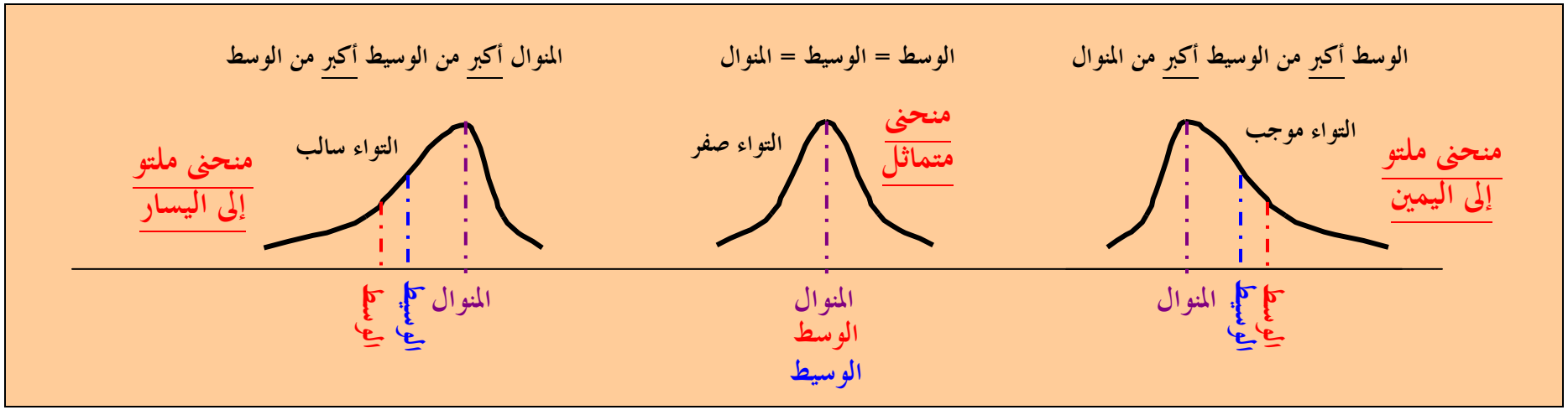
المحاضرة الثانية عشرة

الباب الخامس
الالتواء والتفرطح

عناصر المحاضرة

- الالتواء
- التفرطح

ذكرنا سابقاً [في الباب الثالث/المحاضرة التاسعة] أن المنحنيات التكرارية التي تظهر في الناحية العملية تأخذ أشكالاً مميزة منها الآتي :



تعريف الالتواء : على أنه درجة تماثل أو البعد عن التماثل لتوزيع ما .

- فإذا كان المنحنى له ذيل أكبر إلى يمين النهاية العظمى للمنحنى عنه إلى يسارها يُسمى التوزيع ملتوي إلى اليمين [أو موجب الالتواء] وعندئذٍ يقع الوسط الحسابي يمين المنوال [أي الوسط يكون أكبر من المنوال] .
- وإذا كان المنحنى له ذيل أكبر إلى يسار النهاية العظمى للمنحنى عنه إلى يمينها يُسمى التوزيع ملتوي إلى اليسار [أو سالب الالتواء] وعندئذٍ يقع الوسط الحسابي يسار المنوال [أي المنوال يكون أكبر من الوسط] .

ويُقاس الالتواء بعدة مقاييس [كل منها يُسمى بـــ معامل الالتواء] منها :

معامل بيرسون الأول للالتواء = $\frac{\text{الوسط} - \text{المنوال}}{\text{الانحراف المعياري}}$

معامل بيرسون الثاني للالتواء = $\frac{٣(\text{الوسط} - \text{الوسيط})}{\text{الانحراف المعياري}}$

معامل الالتواء الربيعي = $\frac{Q_3 - 2Q_2 + Q_1}{Q_3 - Q_1}$

معامل الالتواء المئيني = $\frac{P_{90} - 2P_{50} + P_{10}}{P_{90} - P_{10}}$

تذكر أن : $P_{50} = M = Q_2$

المئين الخمسون — الوسيط — الربيع الثاني

ويُستخدم المعامل المناسب طبقاً للمعلومات المتوفرة عن التوزيع

تُستخدم إذا علمنا الوسط الحسابي والمنوال (ويكون وحيداً) وكذلك الانحراف المعياري

تُستخدم إذا علمنا الوسط الحسابي والوسيط وكذلك الانحراف المعياري

تُستخدم إذا علمنا الربيعات الأول والثالث وأيضاً الربيع الثاني (الوسيط)

تُستخدم إذا علمنا المئنات العاشر والتسعين وأيضاً المئين الخمسين (الوسيط)

كما يتضح من المثال التالي

مثال : في كل حالة من الحالات التالية احسب معامل الالتواء المناسب للتوزيع المعطى بياناته مع توضيح نوع الالتواء (لليمين/لليسار) :

(أ) الوسط الحسابي $\bar{x} = 80$ ، المنوال $\hat{x} = 82$ ، الانحراف المعياري $s = 20$

(ب) الوسط الحسابي $\bar{x} = 80$ ، الوسيط $M = 79$ ، الانحراف المعياري $s = 10$

(ج) الربيع الأول $Q_1 = 68$ ، الوسيط $M = 79$ ، الربيع الثالث $Q_3 = 91$

(د) المئين العاشر $P_{10} = 58$ ، الوسيط $M = 79$ ، المئين التسعون $P_{90} = 99$

(أ) هنا نستخدم معامل بيرسون الأول للالتواء نظراً لمعرفتنا لكل من الوسط والمنوال والانحراف المعياري

$\bar{x} = 80$, $\hat{x} = 82$

$s = 20$

إذن معامل الالتواء يساوي

$$\frac{\bar{x} - \hat{x}}{s} = \frac{80 - 82}{20}$$

$$= \frac{-2}{20} = -0.1$$

التواء سالب (ملتو لليسار)

(ب) هنا نستخدم معامل بيرسون الثاني للالتواء نظراً لمعرفتنا لكل من الوسط والوسيط والانحراف المعياري

$\bar{x} = 80$, $M = 79$

$s = 10$

إذن معامل الالتواء يساوي

$$\frac{3(\bar{x} - M)}{s}$$

$$= \frac{3(80 - 79)}{10} = \frac{3}{10} = 0.3$$

التواء موجب (ملتو لليمين)

(ج) هنا نستخدم معامل الالتواء الربيعي نظراً لمعرفتنا لكل من الربيعات الأول والثاني (الوسيط) والثالث

$Q_1 = 68$, $Q_3 = 91$

$Q_2 = M = 79$

إذن معامل الالتواء يساوي

$$\frac{Q_3 - 2Q_2 + Q_1}{Q_3 - Q_1}$$

$$= \frac{91 - 2\times 79 + 68}{91 - 68} = \frac{1}{23} \cong 0.04$$

التواء موجب (ملتو لليمين)

(د) هنا نستخدم معامل الالتواء المئيني نظراً لمعرفتنا لكل من المئينات العاشر والخمسين (الوسيط) والتسعين

$P_{10} = 58$, $P_{90} = 99$

$P_{50} = M = 79$

إذن معامل الالتواء يساوي

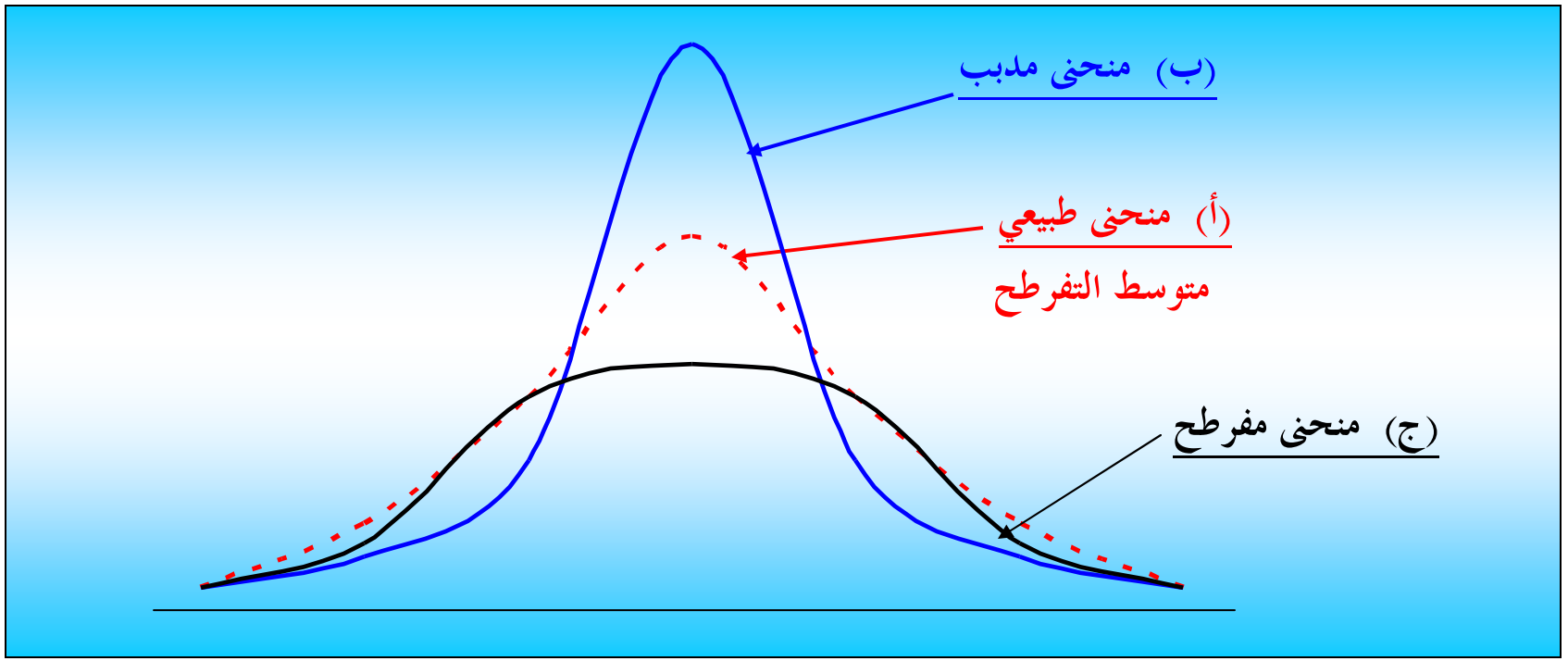
$$\frac{P_{90} - 2P_{50} + P_{10}}{P_{90} - P_{10}}$$

$$= \frac{99 - 2\times 79 + 58}{99 - 58} = \frac{-1}{41} \cong -0.02$$

التواء سالب (ملتو لليسار)

التفرطح

تعريف التفرطح : يُقصد بالتفرطح درجة تدبب (الارتفاع أو الانخفاض) في قمة المنحنى مقارنةً بقمة منحنى التوزيع الطبيعي الذي يُعد متوسط التفرطح



- فإذا كانت قمة المنحنى أعلى من مثيلتها في التوزيع الطبيعي يُسمى المنحنى مدبب
- وإذا كانت قمة المنحنى أدنى من مثيلتها في التوزيع الطبيعي يُسمى المنحنى مفرطح [تكون قمته مسطحة لحد ما]
- أما إذا كانت القمة ليست مدببة أو مسطحة [أي قريبة من المنحنى الطبيعي] يُسمى المنحنى متوسط التفرطح

ويُقاس تفرطح أي توزيع بعدة مقاييس ، أحد هذه المقاييس يعتمد على الربيعات والمئينات ويُسمى بـــ **معامل التفرطح المئيني** ويُعطي بـــ :

$$\text{معامل التفرطح المئيني} = \frac{\text{نصف المدى الربيعي}}{\text{المدى المئيني}} = \frac{\text{الانحراف الربيعي}}{\text{المدى المئيني}}$$

وهذا المعامل يساوي (تقريباً) **0.26** في حالة التوزيع الطبيعي ، وبالتالي إذا كان معامل التفرطح لأي توزيع :

- أكبر من **0.26** كان التوزيع **مدبباً**
- أقل من **0.26** كان التوزيع **مفرطحاً**

فمثلاً إذا كان الانحراف الربيعي لتوزيع ما = **20** ، والمدى المئيني لهذا التوزيع = **100** فإن :

$$\text{معامل التفرطح المئيني} = \frac{\text{الانحراف الربيعي}}{\text{المدى المئيني}} = \frac{20}{100} = 0.2$$

أي أقل من **0.26** وبالتالي يكون التوزيع **مفرطحاً**

وإذا كان للتوزيع البيانات التالية : $P_{90}=94$ ، $P_{10}=59$ ، $Q_3=91$ ، $Q_1=69$

المدى المئيني : $P_{90}-P_{10}=94-59=35$

المدى الربيعي : $Q_3-Q_1=91-69=22$

الانحراف الربيعي = نصف المدى الربيعي = **11**

$$\text{إذن معامل التفرطح المئيني} = \frac{\text{الانحراف الربيعي}}{\text{المدى المئيني}} = \frac{11}{35} \cong 0.31$$

أي أكبر من **0.26** وبالتالي يكون التوزيع **مدبباً**

تمت

بحمد الله