الحمد لله رب العالمين ، والصلاة والسلام على خاتم الأنبياء والمرسلين سيدنا ونبينا محمد بن عبد الله وعلى آله وصحبه أجمعين

المحاضرة المباشرة الرابعة

الإحصاء

د. سعيد سيف الدين

عناصر المحاضرة

الجزء الأول : تجميع للتعريفات النظرية الخاصة بالباب الرابع [مقاييس التشتت] مع تدريبات

الجزء الثاني : تجميع للتعريفات النظرية الخاصة بالباب الخامس [الالتواء والتفرطح] والباب السادس [تحليل الارتباط] مع تدريبات

مقاييس التشتت

هي مقاييس ترصد الدرجة التي تتجه بها البيانات الكمية للانتشار حول قيمة متوسطة [أمثلة : المدى – الانحراف المتوسط – التباين والانحراف المعياري – المدى الربيعي والانحراف الربيعي – المدى المئيني] .

---

1. **المدى :** مدى مجموعة من البيانات الكمية هو الفرق بين أكبر قيمة في البيانات وأقل قيمة فيها

فمثلاً لمجموعة القيم : 15 3 7 6 12 18 5 4 13 15 يكون المدى : R = 18 – 3 = 15

ولمجموعة القيم : 16 3 2 15 17 50 17 100 14 16 يكون المدى : R = 100 – 2 = 98

وبالرغم من بساطة تحديده إلا أن له بعض العيوب مثل تأثره بالقيم المتطرفة ، كما أنه لا يمكن حسابه للتوزيعات المفتوحة .

2. الانحراف المتوسط [أو متوسط الانحرافات] *M.D*

يُعرف الانحراف المتوسط (أو متوسط الانحرافات) [وسنرمز له بالرمز *M.D*] على أنه متوسط القيم المطلقة للانحرافات عن قيمة متوسطة للبيانات [عادةً تكون الوسط الحسابي] ، أي أن : .

$$M.D = \frac{\sum |d|}{n}$$

حيث $d = x - \bar{x}$ هي انحراف القيمة x عن الوسط الحسابي ، $|d|$ هي القيمة المطلقة للانحراف d .

فمثلاً لمجموعة القيم 18 6 3 13 15

وسطها الحسابي هو :

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{55}{5} = 11$$

ويكون الانحراف المتوسط لها هو :

$$M.D = \frac{\sum |d|}{n} = \frac{26}{5} = 5.2$$

x	$d = x - \bar{x}$	$\lvert d \rvert$
15	15 – 11 = 4	4
13	13 – 11 = 2	2
3	3 – 11 = -8	8
6	6 – 11 = -5	5
18	18 – 11 = 7	7
55	0	26
$\sum x$	$\sum d$	$\sum \lvert d \rvert$

ومن الخواص الهامة للوسط الحسابي التي يجب مراعاتها أن "مجموع الانحرافات عن الوسط الحسابي يجب أن تساوي صفراً ، أي أن :

$$\sum d = 0$$

وفي حالة البيانات الكمية المتقطعة ذات التكرارات :

يمكن تحديد الانحراف المتوسط ***M.D*** من العلاقة :

$$M.D = \frac{\sum f \times |d|}{\sum f}$$

فمثلاً : إذا كان المطلوب حساب الانحراف المتوسط للبيانات المبينة بالجدول التكراري :

الجدول التكراري

المتغير x	التكرار f	fx
4	20	80
5	40	200
6	30	180
7	10	70
	100	530

$\sum f = 100$ $\sum fx = 530$

$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{\sum f} = \frac{530}{100} = 5.3$$

$d = x - \bar{x}$	$\|d\|$	$f \times \|d\|$
4 – 5.3 = -1.3	1.3	20 × 1.3 = 26
5 – 5.3 = -0.3	0.3	40 × 0.3 = 12
6 – 5.3 = 0.7	0.7	30 × 0.7 = 21
7 – 5.3 = 1.7	1.7	10 × 1.7 = 17
		$\sum f\|d\| = 76$

$$M.D = \frac{\sum f|d|}{\sum f} = \frac{76}{100} = 0.76$$

انتبه :: مجموع الانحرافات هنا [والذي يجب أن يساوي صفراً] هو $\sum fd$ وليس $\sum d$

وفي حالة البيانات الكمية المتصلة :

يمكن تحديد الانحراف المتوسط $M.D$ أيضاً من العلاقة : $M.D = \frac{\sum f \times |d|}{\sum f}$ حيث $d = x_0 - \bar{x}$ ، x_0 تمثل مراكز الفئات

مثال : الجدول التكراري

الفئة	المتغير x	التكرار f	المركز x_0	fx_0	$d = x_0 - \bar{x}$	$\|d\|$	$f \times \|d\|$
الأولى	$0 \le x < 20$	4	10	40	10 – 31.7 = -21.7	21.7	86.8
الثانية	$20 \le x < 30$	16	25	400	25 – 31.7 = -6.7	6.7	107.2
الثالثة	$30 \le x < 35$	12	32.5	390	32.5 – 31.7 = 0.8	0.8	9.6
الرابعة	$35 \le x < 40$	10	37.5	375	37.5 – 31.7 = 5.8	5.8	58
الخامسة	$40 \le x < 50$	6	45	270	45 – 31.7 = 13.3	13.3	79.8
السادسة	$50 \le x < 60$	2	55	110	55 – 31.7 = 23.3	23.3	46.6
		50		1585			388
		$\sum f$		$\sum fx_0$			$\sum f\|d\|$

$$\bar{x} = \frac{\sum f x_0}{\sum f} = \frac{1585}{50} = \underline{\underline{31.7}}$$

$$M.D = \frac{\sum f |d|}{\sum f} = \frac{388}{50} = 7.76$$

تذكر : نظراً لاعتماد الانحراف المتوسط (في حسابه) على الوسط الحسابي ، يكون له نفس المزايا ونفس عيوب الوسط الحسابي

خاصتان هامتان للانحراف المتوسط

1. إضافة (أو طرح) عدد ثابت إلى كل قيمة : ذا كان لدينا مجموعة من القيم وحسبنا لها الانحراف المتوسط ، وبعد ذلك أضفنا (أو طرحنا) لكل قيمة من القيم العدد الثابت c فإن الانحراف المتوسط الجديد = الانحراف المتوسط القديم [أي لا تأثير]
2. ضرب (أو قسمة) كل قيمة في عدد ثابت : إذا كان لدينا مجموعة من القيم وحسبنا لها الانحراف المتوسط ، وبعد ذلك ضربنا (أو قسمنا) كل قيمة من القيم في العدد الثابت c فإن الانحراف المتوسط الجديد = الانحراف المتوسط القديم ×القيمة المطلقة للثابت c .

3. الانحراف المعياري s

يُعرف متوسط مربعات الانحرافات عن الوسط الحسابي على أنه تباين مجموعة البيانات [ويُرمز له بالرمز s^2] ، ويُعرف الجذر التربيعي للتباين على أنه الانحراف المعياري للبيانات [ويُرمز له بالرمز s] ، أي أن :

التباين $= s^2 = \dfrac{\sum d^2}{n}$ ومنه يكون ← الانحراف المعياري $= \sqrt{\dfrac{\sum d^2}{n}} = \sqrt{s^2} = s$

فمقلاً لمجموعة القيم 18 6 3 13 15

x	$d = x - \bar{x}$	d^2
15	15 – 11 = 4	16
13	13 – 11 = 2	4
3	3 – 11 = -8	64
6	6 – 11 = -5	25
18	18 – 11 = 7	49
55		158
$\sum x$		$\sum d^2$

وسطها الحسابي هو :

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{55}{5} = 11$$

ويكون التباين لها هو :

$$s^2 = \frac{\sum d^2}{n} = \frac{158}{5} = 31.6$$

ومنها يكون الانحراف المعياري هو الجذر التربيعي للتباين ، أي أن :

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{31.6} = 5.62$$

وفي حالة البيانات الكمية المتقطعة ذات التكرارات :

يمكن تحديد التباين s^2 والانحراف المعياري s من :

التباين $= s^2 = \dfrac{\sum fd^2}{\sum f}$

ومنه يكون

الانحراف المعياري $= s = \sqrt{s^2} = \sqrt{\dfrac{\sum fd^2}{\sum f}}$

فمثلاً : إذا كان المطلوب حساب الانحراف المتوسط للبيانات المبينة بالجدول التكراري :

الجدول التكراري

المتغير x	التكرار f	fx	$d = x - \bar{x}$	d^2	fd^2
4	20	80	4 – 5.3 = -1.3	1.69	20 × 1.69 = 33.8
5	40	200	5 – 5.3 = -0.3	0.09	40 × 0.09 = 3.6
6	30	180	6 – 5.3 = 0.7	0.49	30 × 0.49 = 14.7
7	10	70	7 – 5.3 = 1.7	2.89	10 × 2.89 = 28.9
	100	530			81
	$\sum f = 100$	$\sum fx = 530$			$\sum fd^2$

$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{\sum f} = \frac{530}{100} = 5.3$$

$$s^2 = \frac{\sum fd^2}{\sum f} = \frac{81}{100} = 0.81 \longrightarrow \text{التباين}$$

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{0.81} = \underline{\underline{0.9}} \longrightarrow \text{الانحراف المعياري}$$

وفي حالة البيانات الكمية المتصلة: يمكن تحديد التباين s^2 والانحراف المعياري s أيضاً من :

التباين $= s^2 = \dfrac{\sum fd^2}{\sum f}$ ومنه يكون ← الانحراف المعياري $= s = \sqrt{s^2} = \sqrt{\dfrac{\sum fd^2}{\sum f}}$ حيث $d = x_0 - \bar{x}$

مثال : الجدول التكراري

الفئة	المتغير x	التكرار f	المركز x_0	fx_0	$d = x_0 - \bar{x}$	d^2	$f \times d^2$
الأولى	$0 \le x < 20$	4	10	40	10 – 31.7 = -21.7	470.89	4 × 470.89 = 1883.56
الثانية	$20 \le x < 30$	16	25	400	25 – 31.7 = -6.7	44.89	16 × 44.89 = 718.24
الثالثة	$30 \le x < 35$	12	32.5	390	32.5 – 31.7 = 0.8	0.64	12 × 0.64 = 7.68
الرابعة	$35 \le x < 40$	10	37.5	375	37.5 – 31.7 = 5.8	33.64	10 × 33.64 = 336.4
الخامسة	$40 \le x < 50$	6	45	270	45 – 31.7 = 13.3	176.89	6 × 176.89 = 1061.34
السادسة	$50 \le x < 60$	2	55	110	55 – 31.7 = 23.3	542.89	2 × 542.89 = 1085.78
		50		1585			5093
		$\sum f$		$\sum fx_0$			$\sum fd^2$

$$\therefore \quad \bar{x} = \frac{\sum f x_0}{\sum f} = \frac{1585}{50} = 31.7$$

$$s^2 = \frac{\sum fd^2}{\sum f} = \frac{5093}{50} = 101.86 \longrightarrow \text{التباين}$$

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{101.86} \cong 10.09 \longrightarrow \text{الانحراف المعياري}$$

تذكر : نظراً لاعتماد الانحراف المعياري (في حسابه) على الوسط الحسابي ، يكون له نفس المزايا ونفس عيوب الوسط الحسابي

خاصتان هامتان للانحراف المعياري

1. إضافة (أو طرح) عدد ثابت إلى كل قيمة : إذا كان لدينا مجموعة من القيم وحسبنا لها الانحراف المعياري ، وبعد ذلك أضفنا (أو طرحنا) لكل قيمة من القيم العدد الثابت c فإن الانحراف المعياري الجديد = الانحراف المعياري القديم [أي لا تأثير]
2. ضرب (أو قسمة) كل قيمة في عدد ثابت : إذا كان لدينا مجموعة من القيم وحسبنا لها الانحراف المعياري ، وبعد ذلك ضربنا (أو قسمنا) كل قيمة من القيم في العدد الثابت c فإن الانحراف المعياري الجديد = الانحراف المعياري القديم ×القيمة المطلقة للثابت c .

4. المدى الربيعي والانحراف الربيعي : لمجموعة من البيانات يُعرف المدى الربيعي على أنه الفرق بين الربيع الثالث والربيعي الأول ، أي أن :

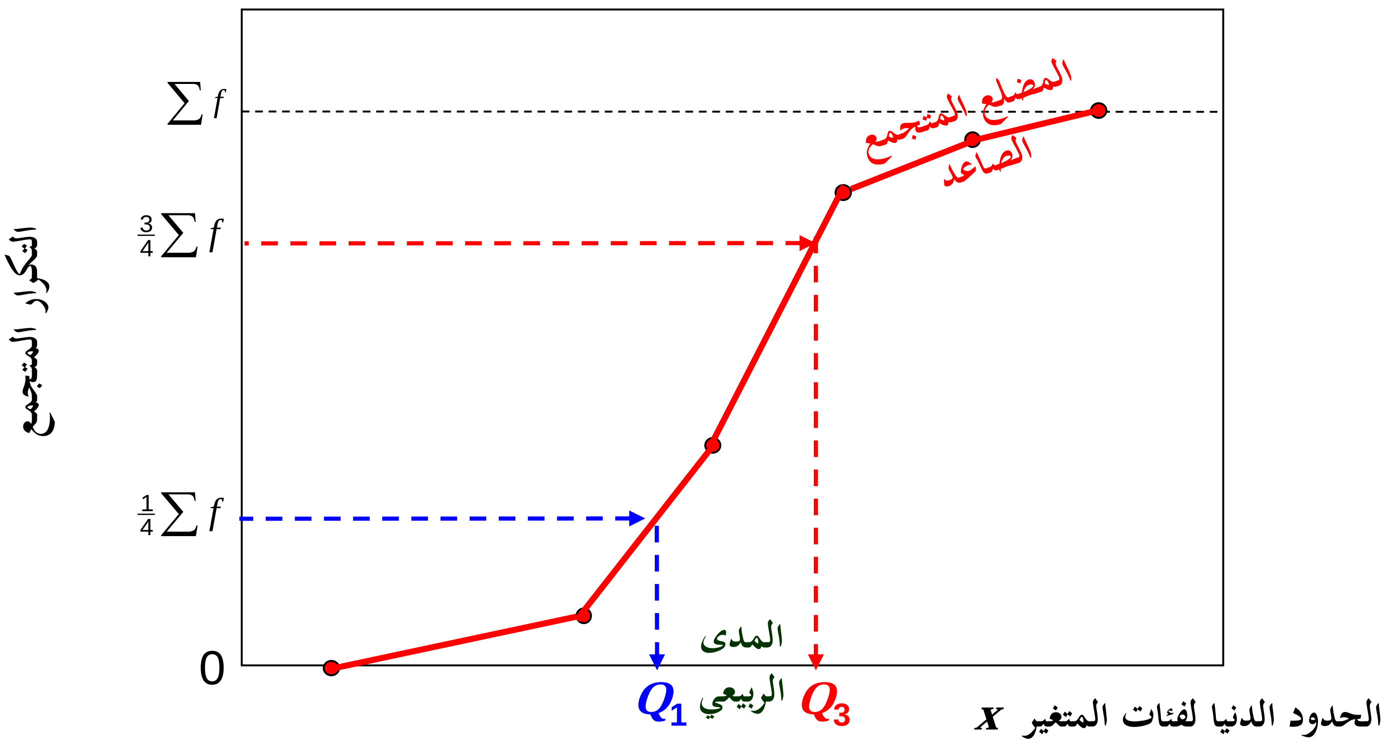
$$\text{المدى الربيعي} = Q_3 - Q_1$$

حيث Q_1 هو الربيع الأول ، Q_3 هو الربيع الثالث

ويُعرف الانحراف الربيعي لهذه المجموعة من البيانات على أنه نصف المدى الربيعي ، أي أن :

$$\text{الانحراف الربيعي} = \text{نصف المدى الربيعي} = (Q_3 - Q_1)/2$$

ويمكن تحديد الربيعين Q_1 (الأول) ، Q_3 (الثالث) بنفس الطريقة التي حددنا بها الوسيط M [الربيع الثاني Q_2] باستخدام المضلع المتجمع الصاعد :

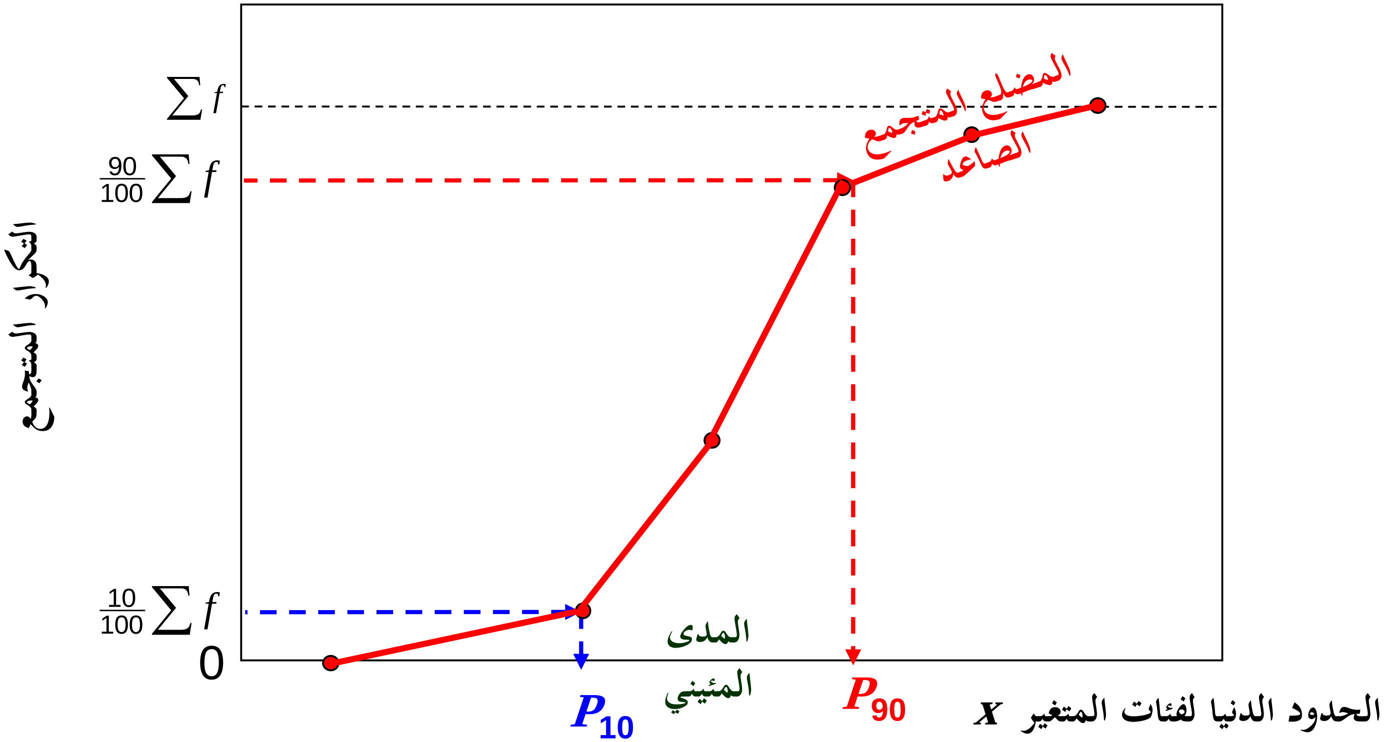


5. المدى المئيني : لمجموعة من البيانات يُعرف المدى المئيني على أنه الفرق بين المئين التسعين والمئين العاشر ، أي أن :

$$\text{المدى المئيني} = P_{90} - P_{10}$$

حيث P_{10} هو المئين العاشر ، P_{90} هو المئين التسعون

ويمكن تحديد المئين P_{10} (العاشر) ، P_{90} (التسعون) بنفس الطريقة التي حددنا بها الوسيط M [المئين الخمسون P_{50}] باستخدام المضلع المتجمع الصاعد :



اختر الإجابة الصحيحة لكلٍ مما يأتي :

1. مقاييس التشتت هي

(أ) قيم نموذجية يمكن أن تمثل مجموعة البيانات

✓ (ب) مقاييس ترصد الدرجة التي تتجه بها البيانات الكمية للانتشار حول قيمة متوسطة

(ج) مقاييس ترصد درجة تماثل أو البعد عن التماثل لتوزيع ما

(د) مقاييس ترصد درجة التدبب في في قمة المنحنى مقارنة بقمة منحنى التوزيع الطبيعي

2. الانحراف المعياري هو أحد مقاييس

(أ) النزعة المركزية ✓(ب) التشتت (ج) الالتواء (د) التفرطح

3. لعدد من القيم ، يُعرف متوسط القيم المطلقة للانحرافات عن الوسط الحسابي على أنه

(أ) الوسط الحسابي للقيم ✓ (ب) الانحراف المتوسط للقيم

(ج) تباين تلك القيم (د) الانحراف المعياري للقيم

4. لعدد من القيم ، يُعرف متوسط مربعات الانحرافات عن الوسط الحسابي على أنه

(أ) الوسط الحسابي للقيم (ب) الانحراف المتوسط للقيم

✓ (ج) تباين تلك القيم (د) الانحراف المعياري للقيم

5. لعدد من القيم ، يُعرف الجذر التربيعي لمتوسط مربعات الانحرافات عن الوسط الحسابي على أنه

(أ) الوسط الحسابي للقيم (ب) الانحراف المتوسط للقيم

(ج) تباين تلك القيم ✓ (د) الانحراف المعياري للقيم

خاص بالأسئلة من (6) إلى (8) :

إذا كان الوسط الحسابي لمجموعة من القيم هو 20 والانحراف المتوسط لها 4 وانحرافها المعياري 5 وأضفنا لكل قيمة من القيم 2 ، فإن :

6. الانحراف المتوسط لمجموعة القيم الجديدة يكون :

✓ (أ) 4 (ب) 6 (ج) 8 (د) 2

7. الانحراف المعياري لمجموعة القيم الجديدة يكون :

(أ) 3 (ب) 7 ✓ (ج) 5 (د) 10

8. التباين لمجموعة القيم الجديدة يكون :

(أ) 2 (ب) 7 (ج) 49 ✓ (د) 25

خاص بالأسئلة من (9) إلى (11) :

إذا كان الوسط الحسابي لمجموعة من القيم هو 20 والانحراف المتوسط لها 4 وانحرافها المعياري 5 وضربنا كل قيمة من القيم -2 ، فإن :

9. الانحراف المتوسط لمجموعة القيم الجديدة يكون :

(أ) 4 (ب) 6 ✓ (ج) 8 (د) -8

10. الانحراف المعياري لمجموعة القيم الجديدة يكون :

(أ) 5 (ب) 7 (ج) -10 ✓ (د) 10

11. التباين لمجموعة القيم الجديدة يكون :

(أ) -100 ✓ (ب) 100 (ج) 25 (د) 2

12. التباين لمجموعة من القيم هو

(أ) الانحراف المعياري للقيم
✓ (ب) مربع الانحراف المعياري للقيم
(ج) الجذر التربيعي للانحراف المعياري
(د) نصف الانحراف المعياري

13. الانحراف المعياري لمجموعة من القيم هو

(أ) تباين هذه القيم
(ب) نصف التباين للقيم
✓ (ج) الجذر التربيعي للتباين
(د) مربع التباين

14. مقياس لا يتأثر بالقيم المتطرفة

(أ) الوسط الحسابي
(ب) الانحراف المتوسط
(ج) الانحراف المعياري
✓ (د) الوسيط

15. مقياس لا يمكن حسابه للتوزيعات المفتوحة :

(أ) الوسيط
✓ (ب) المدى
(ج) الانحراف الربيعي
(د) المدى المئيني

خاص بالأسئلة من (16) إلى (19) : مجموعة من القيم عددها **10** ولها البيانات التالية :

$$\sum x = 60 \quad , \quad \sum |d| = 22 \quad , \quad \sum d^2 = 76$$

16. الوسط الحسابي للمجموعة يساوي :

أ) 2.2   ب) 7.6   ج) 6 ✓   د) 2.76

17. الانحراف المتوسط للمجموعة يساوي :

أ) 2.2 ✓   ب) 7.6   ج) 6   د) 2.76

18. التباين للمجموعة يساوي :

أ) 2.2   ب) 7.6 ✓   ج) 6   د) 2.76

19. الانحراف المعياري للمجموعة يساوي :

أ) 2.2   ب) 7.6   ج) 6   د) 2.76 ✓

خاص بالأسئلة من (20) إلى (47) :

الجدول التكراري المبين [غير مهم البيانات المرصودة لها ....] ، إذا كان d يمثل الانحراف [لكل قيمة x] عن الوسط الحسابي ، فإن :

x	f	fx	d	$\|d\|$	$f\|d\|$	d^2	fd^2
......	......	......	......	......	......	......	.....
......	......	......	......	......	......	......	......
2	....	....	....	......	......	......	......
	$\sum f = 100$	$\sum fx = 450$			$\sum f\|d\| = 185$		$\sum fd^2 = 475$

20. الوسط الحسابي للمجموعة يساوي :

✓ (أ) 4.5 (ب) 1.85 (ج) 2.18 (د) 4.75

21. الانحراف المتوسط للمجموعة يساوي :

(أ) 4.5 ✓(ب) 1.85 (ج) 2.18 (د) 4.75

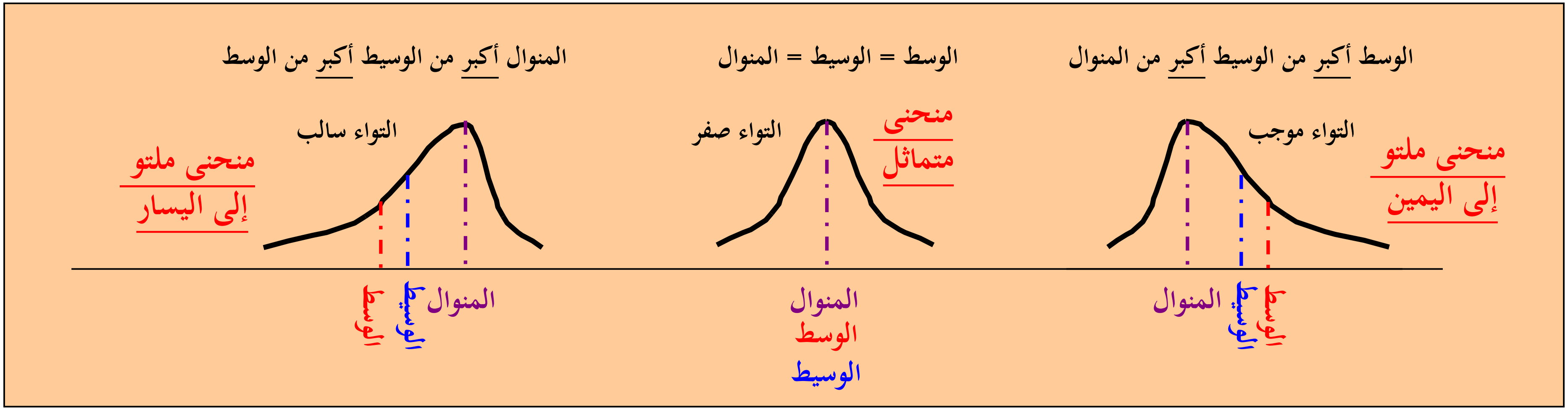
22. التباين للمجموعة يساوي :

(أ) 4.5 (ب) 1.85 (ج) 2.18 (د) 4.75 ✓

22. الانحراف المعياري للمجموعة يساوي :

(أ) 4.5 (ب) 1.85 ✓(ج) 2.18 (د) 4.75

ذكرنا سابقاً [في المحاضرة المباشرة الرابعة] أن المنحنيات التكرارية التي تظهر في الناحية العملية تأخذ أشكالاً مميزة منها الآتي :



تعريف الالتواء : يُعرف الالتواء على أنه درجة تماثل أو البعد عن التماثل لتوزيع ما .

- فإذا كان المنحنى له ذيل أكبر إلى يمين النهاية العظمى للمنحنى عنه إلى يسارها [أي توزيع ملتوي إلى اليمين] يُقال للتوزيع أن له التواء موجب
- وإذا كان المنحنى له ذيل أكبر إلى يسار النهاية العظمى للمنحنى عنه إلى يمينها [أي توزيع ملتوي إلى اليسار] يُقال للتوزيع أن له التواء سالب
- أما إذا كان المنحنى متماثلاً فيُال للتوزيع أن التواءه صفراً .

ويُقاس الالتواء بعدة مقاييس [كل منها يُسمى بـ معامل الالتواء] منها :

الالتواء

معامل بيرسون الأول للالتواء = $\frac{\text{الوسط} - \text{المنوال}}{\text{الانحراف المعياري}}$

تُستخدم إذا علمنا الوسط الحسابي والمنوال (ويكون وحيداً) وكذلك الانحراف المعياري

معامل بيرسون الثاني للالتواء = $\frac{3(\text{الوسط} - \text{الوسيط})}{\text{الانحراف المعياري}}$

تُستخدم إذا علمنا الوسط الحسابي والوسيط وكذلك الانحراف المعياري

معامل الالتواء الربيعي= $\frac{Q_3 - 2Q_2 + Q_1}{Q_3 - Q_1}$

تُستخدم إذا علمنا الربيعات الأول والثالث وأيضاً الربيع الثاني (الوسيط)

معامل الالتواء المئيني= $\frac{P_{90} - 2P_{50} + P_{10}}{P_{90} - P_{10}}$

تُستخدم إذا علمنا المئنات العاشر والتسعين وأيضاً المئين الخمسين (الوسيط)

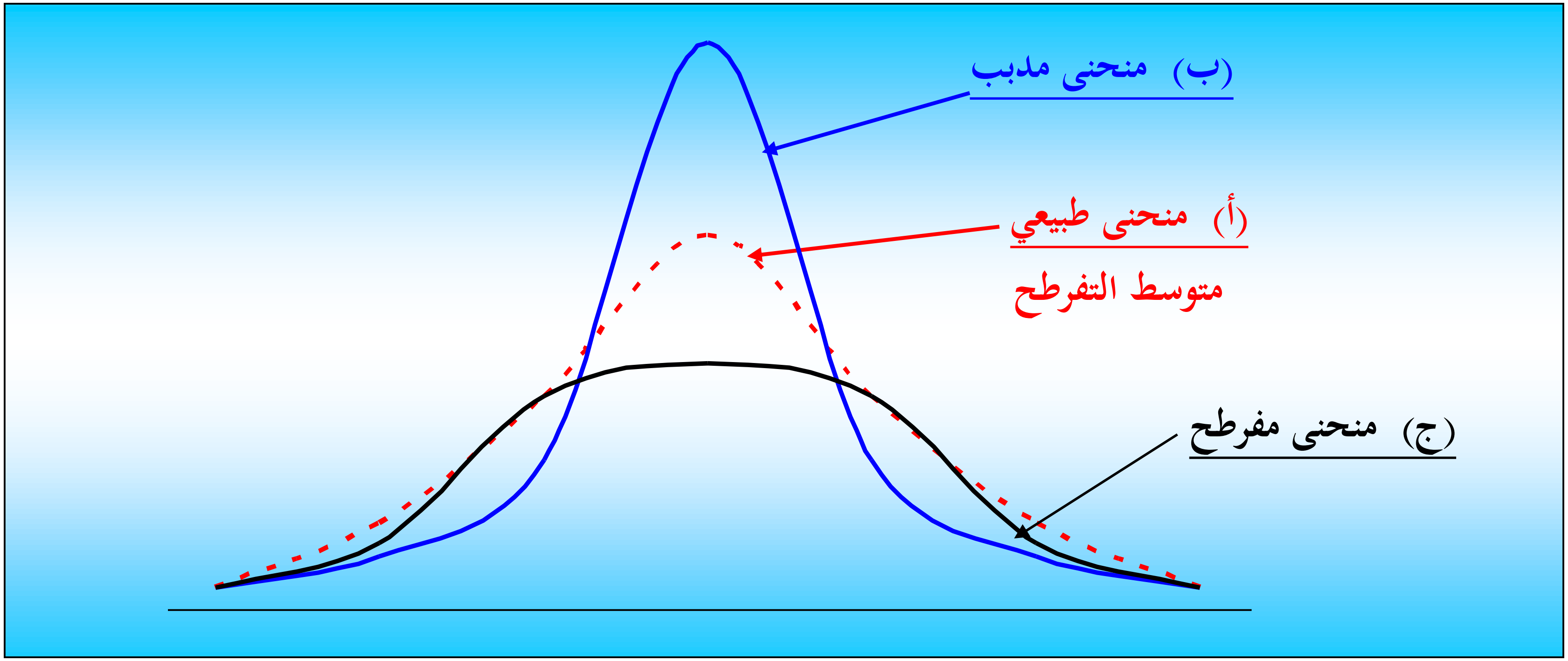
تذكر أن :

$$\underbrace{P_{50}}_{\text{المئين الخمسون}} = \underbrace{M}_{\text{الوسيط}} = \underbrace{Q_2}_{\text{الربيع الثاني}}$$

التفرطح

تعريف التفرطح :

يُقصد بالتفرطح درجة تدبب (الارتفاع أو الانخفاض) في قمة المنحنى مقارنةً بقمة منحنى التوزيع الطبيعي الذي يُعد متوسط التفرطح



- فإذا كانت قمة المنحنى أعلى من مثيلتها في التوزيع الطبيعي يُسمى المنحنى مدبب
- وإذا كانت قمة المنحنى أدنى من مثيلتها في التوزيع الطبيعي يُسمى المنحنى مفرطح [تكون قمته مسطحة لحد ما]
- أما إذا كانت القمة ليست مدببة أو مسطحة [أي قريبة من المنحنى الطبيعي] يُسمى المنحنى متوسط التفرطح

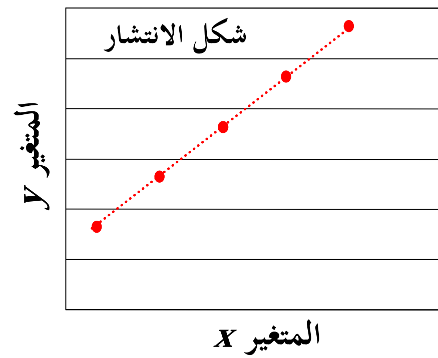
الارتباط الخطي

نفرض أن لدينا بيانات ... x_1 ، x_2 ، x_3 عن متغير x ويناظرها بيانات ... y_1 ، y_2 ، y_3 عن متغير آخر y ، وعلى ورقة رسم بياني اخترنا محورين : الأفقي (ويخص المتغير x) والرأسي (ويخص المتغير y) وقمنا بتوقيع النقاط $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)$

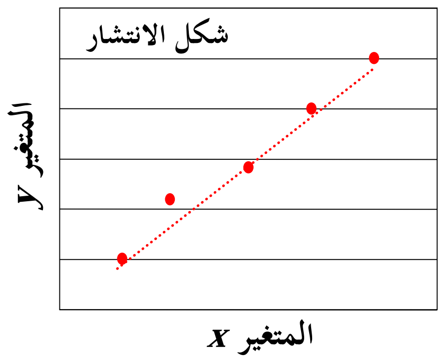
فإننا نحصل بذلك على ما يُسمى بـ "شكل الانتشار" لبيانات المتغيرين

ومن شكل الانتشار يمكن بمجرد النظر تحديد ما إذا كان هناك ارتباط بين المتغيرين y , x وتحديد نوع هذه العلاقة وأيضاً مدى قوة هذا الارتباط .

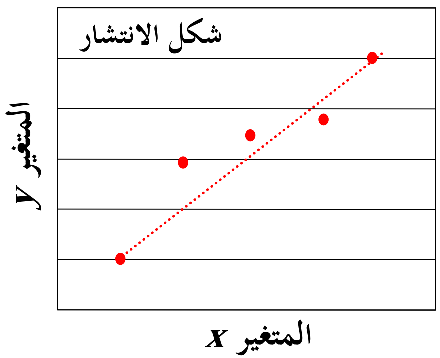
علاقات طردية



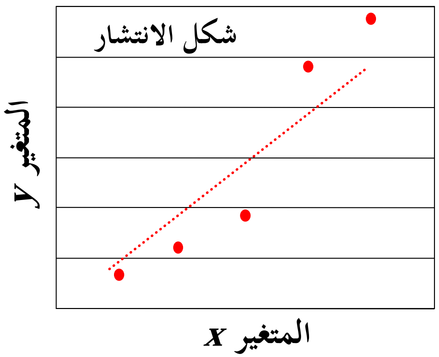
ارتباط طردي تام



ارتباط طردي قوي

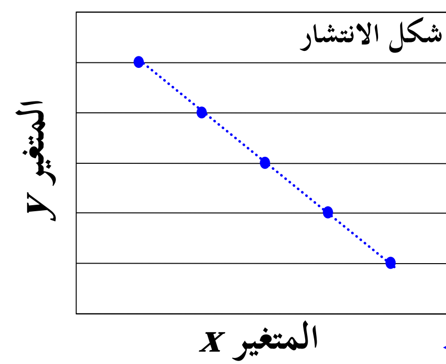


ارتباط طردي متوسط

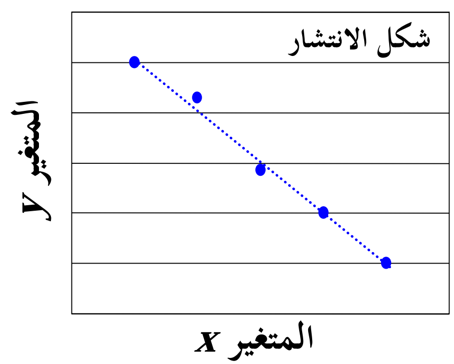


ارتباط طردي ضعيف

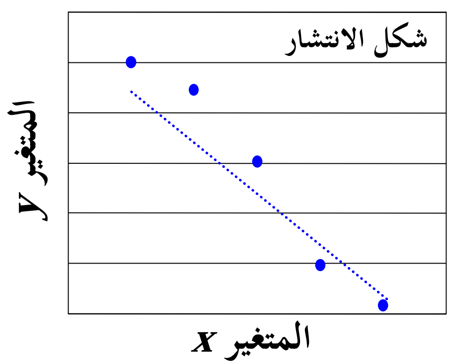
علاقات عكسية



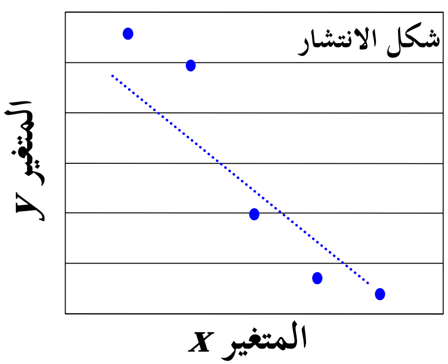
ارتباط عكسي تام



ارتباط عكسي قوي



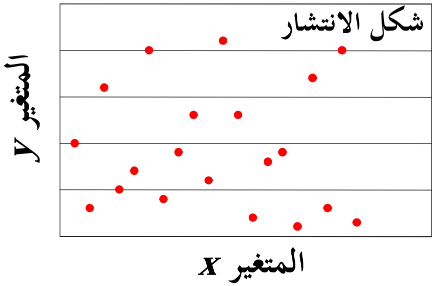
ارتباط عكسي متوسط



ارتباط عكسي ضعيف

الارتباط الخطي

- فإذا أمكن رسم خط مستقيم يمر بجميع نقاط شكل الانتشار سُمي الارتباط "ارتباط تام" [طردي أو عكسي]
- وإذا أمكن رسم خط مستقيم بحيث تكون انحرافات النقاط عنه ضعيفة جداً ، سُمي الارتباط "ارتباط قوي" [طردي أو عكسي]
- أما إذا زادت الانحرافات عن الخط المستقيم ولكن بشكل معقول ، سُمي الارتباط "ارتباط متوسط" [طردي أو عكسي]
- وإذا زادت الانحرافات عن الخط المستقيم بشكل كبير إلى حد ما ، سُمي الارتباط "ارتباط ضعيف" [طردي أو عكسي]
- أما إذا لم يكن هناك ما يشير إلى وجود علاقة بين المتغيرين ، فإننا نقول إنه لا يوجد ارتباط بينهما أو أنهم غير مرتبطين



ويُقاس الارتباط بين متغيرين x , y بما يُسمى بـ "معامل الارتباط" [وسنرمز له بالرمز r] وقيمته تكون محصورة بين 1 - ، 1 + :

- فإذا كانت قيمته موجبه دل ذلك على أن الارتباط طردي
- وإذا كانت قيمته سالبة دل ذلك على أن الارتباط عكسي
- وإذا كانت قيمته صفراً دل ذلك على عدم وجود ارتباط

هذا بخصوص نوع الارتباط [طردي أم عكسي أم معدوم]

ويُحسب معامل الارتباط [والذي يُسمى أيضاً بمعامل سبيرمان للارتباط أو معامل ارتباط الرتب] بـ :

$$r = \text{معامل سبيرمان للارتباط أو معامل ارتباط الرتب} = 1 - \frac{6 \times \sum D^2}{n \times (n^2 - 1)}$$

حيث D هي الفرق بين رتبة كلٍ من x , y

أما بخصوص قوة الارتباط فتحدده القيمة المطلقة لمعامل الارتباط كما يوضحه الجدول التالي :

القيمة المطلقة لمعامل الارتباط	قوة الارتباط
0	لا يوجد ارتباط
$0 < r \leq 0.4$	ارتباط ضعيف
$0.4 < r \leq 0.6$	ارتباط متوسط
$0.6 < r < 1$	ارتباط قوي
1	ارتباط تام
> 1	كلام فارغ

التفسير الوحيد أن هناك خطأ في الحسابات

ونعود ونذكر أن الإشارة الموجبة لمعامل الارتباط تعني أن الارتباط طردي ، والإشارة السالبة تعني أنه عكسي

فمثلاً ، إذا كان :

- $r = 0.45$ ⟵ فهذا يعني ارتباط طردي متوسط
- $r = -0.9$ ⟵ فهذا يعني ارتباط عكسي قوي
- $r = -1$ ⟵ فهذا يعني ارتباط عكسي تام
- $r = 0.84$ ⟵ فهذا يعني ارتباط طردي قوي
- $r = -0.22$ ⟵ فهذا يعني ارتباط عكسي ضعيف
- $r = 1.3$ ⟵ فهذا يعني خطأ في الحسابات

تمت

بحمد الله