اسم المقرر

مبادئ الإحصاء

د. سعيد سيف الدين

جامعة الملك فيصل
عمادة التعلم الإلكتروني والتعليم عن بعد

الحمد لله رب العالمين ، والصلاة والسلام على خاتم الأنبياء والمرسلين سيدنا ونبينا محمد بن عبد الله وعلى آله وصحبه أجمعين

المحاضرة الثانية

الباب الثاني
التوزيعات التكرارية

{قالوا سبحانك لا علم لنا إلا ما علمتنا ، إنك أنت العليم الحكيم}

عناصر المحاضرة

(١) مقدمة [البيانات النوعية – الكمية – المنفصلة]

(٢) عرض البيانات المنفصلة

- تحديد المدى
- تفريغ البيانات
- عرض البيانات عن طريق الجداول
- العرض البياني للبيانات

الأعمدة البسيطة – القضبان البسيطة – المضلع التكراري – المنحنى التكراري – طريقة الدائرة

(١) مقدمة

ذكرنا في الباب السابق (الباب الأول) ما هي البيانات [هي مجموعة المشاهدات أو القياسات التي تخص ظاهرة معينة تحت الدراسة] وعرفنا المتغير على أنه تلك الكمية التي نقوم بمشاهدتها أو قياسها ، كما ذكرنا أن البيانات إما أن تكون : نوعية أو كمية ، حيث :

(أ) البيانات النوعية : هي تلك البيانات التي لا يمكن التعبير عن متغيرها بعدد (أي بيانات غير رقمية) ، مثل :

- لون (أو نوع) السيارات الموجودة في موقف ما [أحمر – أبيض – أسود – .....]
- الحالة الاجتماعية للسيدات في محافظة معينة [متزوجة – عزباء – مطلقة – أرملة – منفصلة]
- رأيك في قرار خاص بالمؤسسة التي تعمل بها [أوافق بشدة – أوافق – أعترض – أتحفظ – ...]
- وغيره من مثل هذه الأمثلة .

(ب) البيانات الكمية : هي تلك البيانات التي يُعبر فيها عن المتغير بعدد (أي بيانات رقمية) ، وهذه البيانات بدورها تنقسم إلى :

(ب – ١) بيانات كمية متصلة : وفيها يمكن أن يأخذ المتغير أي قيمة بين قيمتين (أي بيانات يمكن أن تُقاس ولا تُعد ، مثل :

- أطوال الطلاب في إحدى المدارس .
- أوزان العاملات بإحدى المصانع .
- الدخل السنوي لمنسوبي مؤسسة معينة .
- وغيره من مثل هذه الأمثلة .

(ب – ٢) بيانات كمية متقطعة : وفيها يمكن أن يأخذ المتغير قيمة على (إما ..... أو ..... وليس أي قيمة بينهما) ، وبتعبير آخر هي بيانات يمكن أن تُعد ولا تُقاس ، مثل

عدد طلاب الفصول المختلفة في مدرسة ما

والبيانات المنفصلة إما أن تكون نوعية أو كمية متقطعة

وسوف نستعرض في البند القادم (بإذن الله) كيفية عرض البيانات المنفصلة

(٢) عرض البيانات المنفصلة

كما ذكرنا في البند السابق أن البيانات المنفصلة إما أن تكون بيانات نوعية أو بيانات كمية متقطعة يأخذ فيها المتغير (الخاصية تحت الدراسة) قيماً محددة ولا يأخذ قيماً موزعة على فترة ، وهذه البيانات يمكن عرضها بطرق مختلفة منها الجداول ومنها الأشكال البيانية . ولتوضيح ذلك دعنا نتعامل مع المثال التوضيحي التالي :

مثال توضيحي (٢-١) : قام أحد الباحثين بجمع البيانات التالية عن درجة الطلاب في مادة اللغة الإنجليزية بالثانوية العامة بأحد الفصول المتميزة بإحدى مدارس المنطقة الشرقية وكانت الدرجات كالتالي (الدرجة العظمى 100) :

100	95	99	99	95	93	94	99	98	92
97	95	94	95	93	96	95	92	95	94

والمطلوب تنظيم وعرض النتائج السابقة بطرق عرض مختلفة .

البيانات المعطاة في المثال تمثل الخطوة الأولى في أي عملية إحصائية وهي عملية " جمع البيانات " ، والبيانات هنا معطاة على صورة " بيانات خام " أي بيانات كاملة لكن في صورة غير منظمة ، ولتنظيم هذه البيانات نحاول تكوين ما يُسمى بالتوزيع التكراري لهذه البيانات ، ويتم ذلك كالآتي :

• تحديد المدى [وسنرمز له بالرمز R]

وهو "الفرق بين أكبر قيمة وأقل قيمة" في البيانات المعروضة

92	98	99	94	93	95	99	99	95	100
94	95	92	95	96	93	95	94	95	97

ويمكن بسهولة ملاحظة أن أكبر قيمة = 100

وأن أقل قيمة = 92

وبالتالي يكون المدي مساوياً لـــ :

$$R = 100 - 92 = 8$$

• تفريغ البيانات

92	98	99	94	93	95	99	99	95	100
94	95	92	95	96	93	95	94	95	97

جدول (٢–١) تفريغ البيانات

تفريغ البيانات (العلامات)	المتغير (الدرجة) x
||	92
||	93
|||	94
𝍸 |	95
|	96
|	97
|	98
|||	99
|	100

- **عرض البيانات عن طريق الجداول**

التوزيع (الجدول) التكراري		
الدرجة x	العلامات	التكرار f
92	||	2
93	||	2
94	|||	3
95	𝍸 |	6
96	|	1
97	|	1
98	|	1
99	|||	3
100	|	1
		$\sum f = 20$

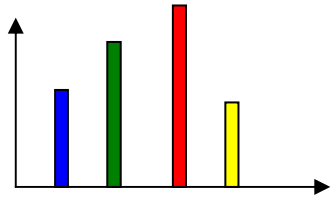
مجموع التكرارات (الطلاب)

وتُقرأ سيجما f

التوزيع (الجدول) التكراري النسبي			
الدرجة x	التكرار f	التكرار النسبي $\bar{f}$ $(\bar{f} = f / \sum f)$	
92	2	2/20 = 0.1 or	0.1 x 100 = 10%
93	2	2/20 = 0.1 or	0.1 x 100 = 10%
94	3	3/20 = 0.15 or	0.15 x 100 = 15%
95	6	6/20 = 0.3 or	0.3 x 100 = 30%
96	1	1/20 = 0.05 or	0.05 x 100 = 5%
97	1	1/20 = 0.05 or	0.05 x 100 = 5%
98	1	1/20 = 0.05 or	0.05 x 100 = 5%
99	3	3/20 = 0.15 or	0.15 x 100 = 15%
100	1	1/20 = 0.05 or	0.05 x 100 = 5%
	$\sum f = 20$	$\sum \bar{f} = 1$ or	$\sum \bar{f} = 100\%$

- **العرض البياني للبيانات المنفصلة** : طرق شتى منها

طريقة الأعمدة

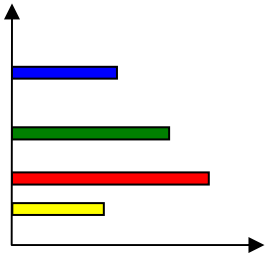


حيث تُمثل كل قيمة من قيم المتغير بعمود (خط رأسي) طوله يُعبر عن تكرار تلك القيمة

طريقة الدائرة

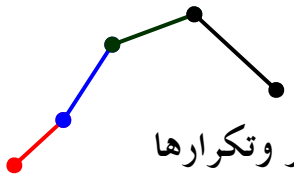
حيث تُمثل كل قيمة من قيم المتغير بقطاع من دائرة وذلك طبقاً لتكرارها

طريقة القضبان



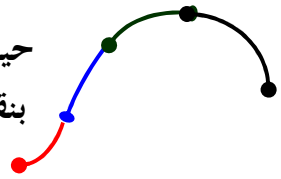
حيث تُمثل كل قيمة من قيم المتغير بقضيب (خط أفقي) طوله يُعبر عن تكرار تلك القيمة

المضلع التكراري



حيث تُمثل كل قيمة من قيم المتغير وتكرارها بنقطة ثم نقوم بتوصيل هذه النقاط بخط منكسر (بواسطة المسطرة)

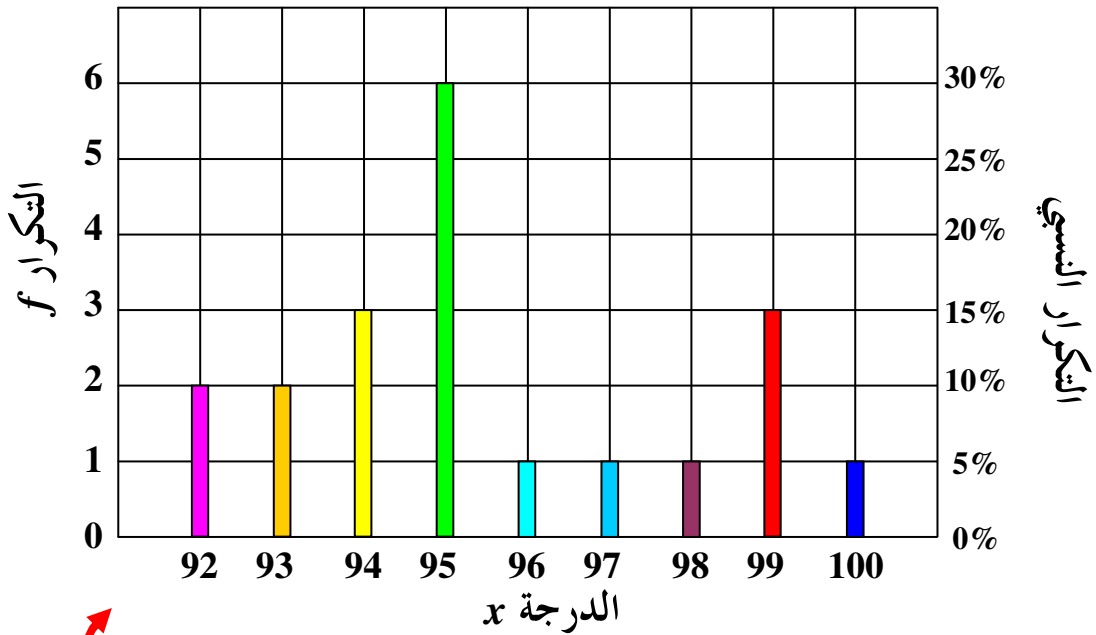
المنحنى التكراري



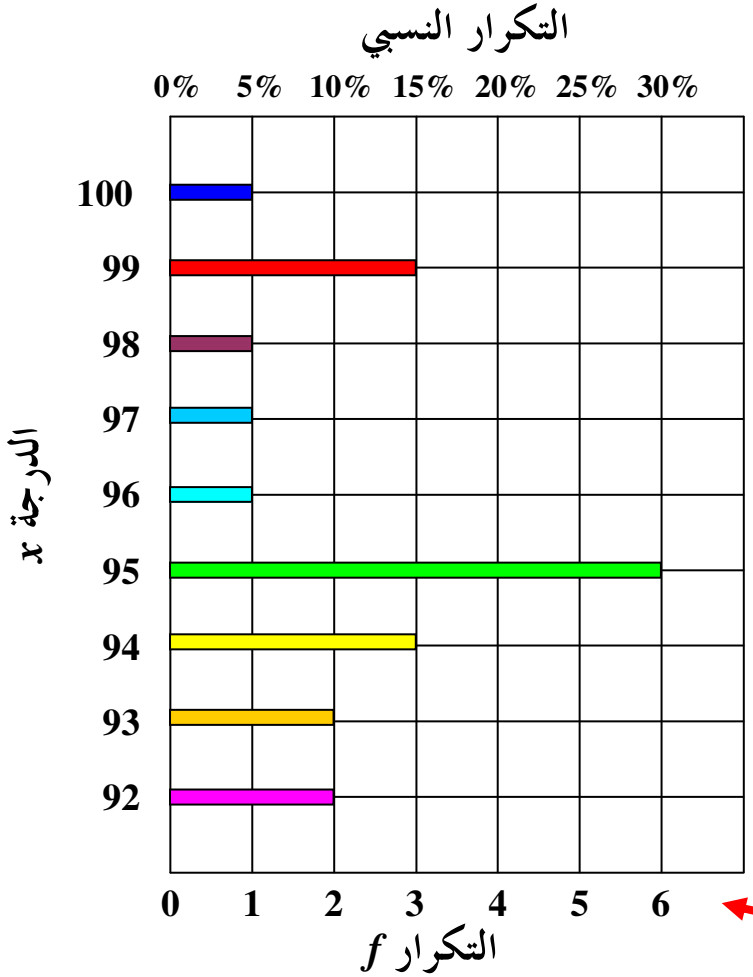
حيث تُمثل كل قيمة من قيم المتغير وتكرارها بنقطة ثم نقوم بتوصيل هذه النقاط بخط ممهد (بواسطة اليد)

الدرجة x	92	93	94	95	96	97	98	99	100
التكرار f	2	2	3	6	1	1	1	3	1
التكرار النسبي $\bar{f}$	0.1	0.1	0.15	0.3	0.05	0.05	0.05	0.15	0.05
(كنسبة مئوية)	10%	10%	15%	30%	5%	5%	5%	15%	5%

طريقة الأعمدة البسيطة (الخطوط الرأسية)



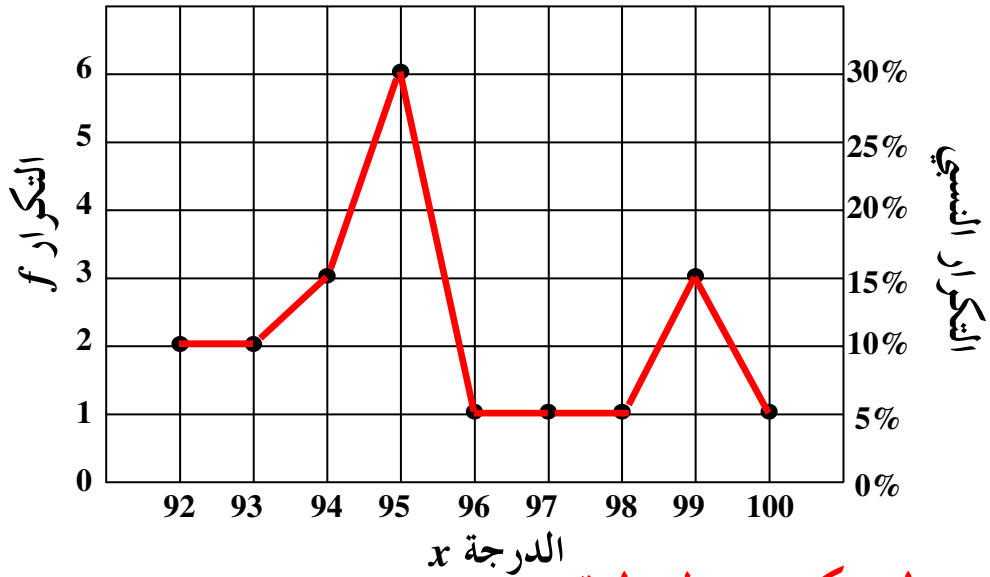
طريقة القضبان البسيطة (الخطوط الأفقية)



وفي الطريقتين لا يهم عرض المستطيلات لكن من المهم جداً أن تكون الأعمدة أو القضبان منفصلة عن بعضها

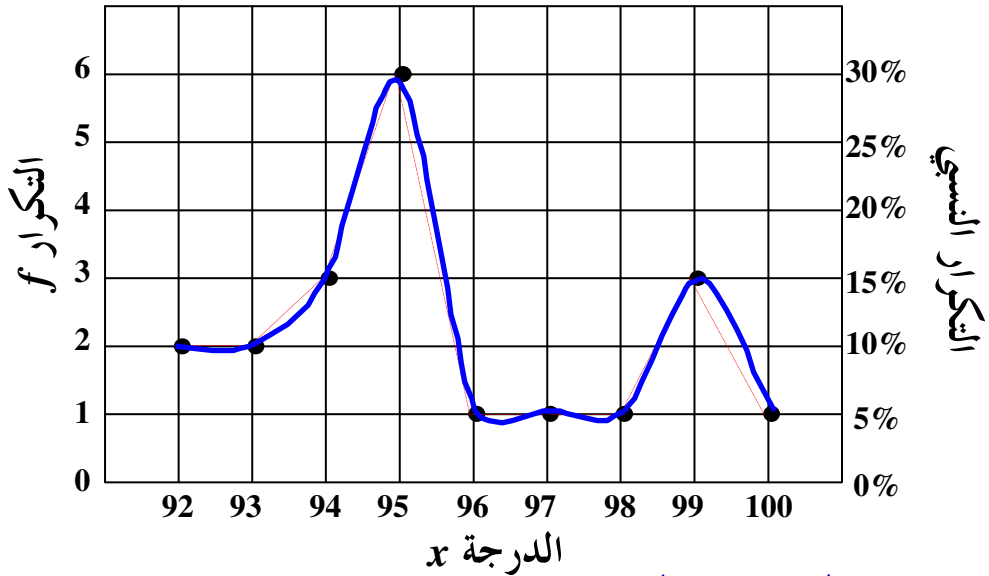
الدرجة x	92	93	94	95	96	97	98	99	100
التكرار f	2	2	3	6	1	1	1	3	1
التكرار النسبي $\bar{f}$	0.1	0.1	0.15	0.3	0.05	0.05	0.05	0.15	0.05
(كنسبة مئوية)	10%	10%	15%	30%	5%	5%	5%	15%	5%

المضلع التكراري [المضلع التكراري النسبي]



خط منكسر (بالمسطرة)

المنحنى التكراري [المنحنى التكراري النسبي]



خط ممهد (باليد)

في الأسلوبين تُمثل كل قيمة من قيم المتغير (الدرجة) x بنقطة إحداثيها الأفقي هو قيمة المتغير وإحداثيها الرأسي هو قيمة التكرار [أو التكرار النسبي] المناظر لتلك القيمة

لاحظ أنه يمكن الجمع بين أكثر من طريقة لعرض البيانات

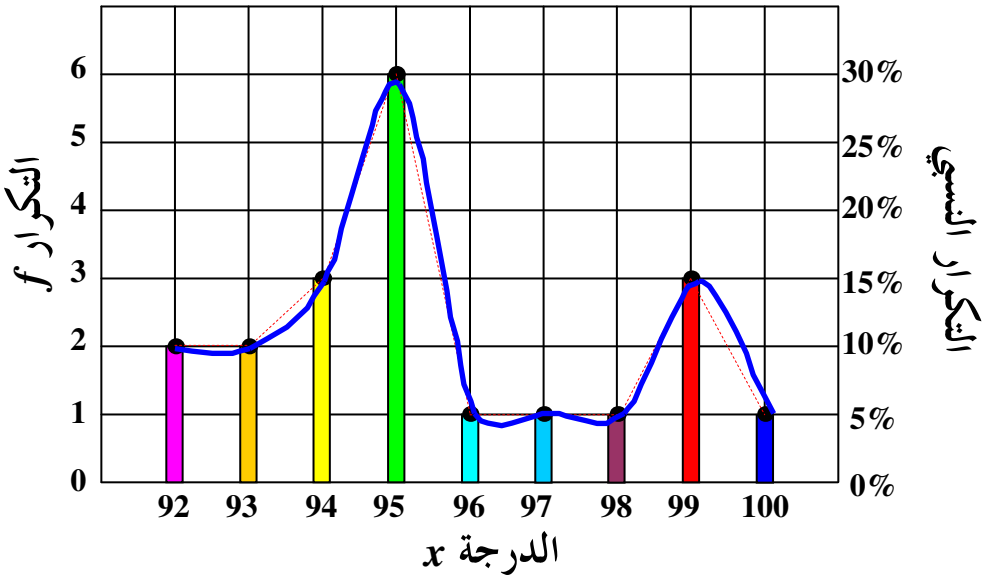
الدرجة x	92	93	94	95	96	97	98	99	100
التكرار f	2	2	3	6	1	1	1	3	1
التكرار النسبي $\bar{f}$	0.1	0.1	0.15	0.3	0.05	0.05	0.05	0.15	0.05
(كنسبة مئوية)	10%	10%	15%	30%	5%	5%	5%	15%	5%

طرق مختلفة للعرض

طريقة الأعمدة البسيطة

المضلع التكراري (أو التكراري النسبي)

المنحنى التكراري (أو التكراري النسبي)



الدرجة x	92	93	94	95	96	97	98	99	100
التكرار f	2	2	3	6	1	1	1	3	1

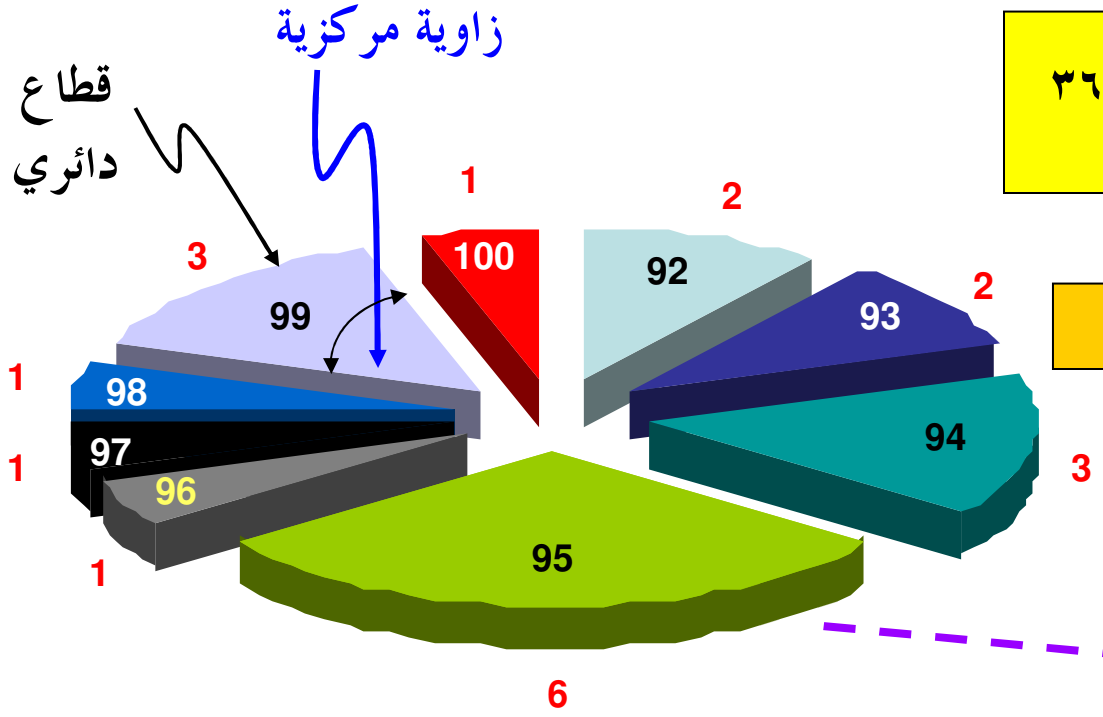
والآن نتناول طريقة أخرى لتمثيل البيانات بيانياً وهي طريقة **الدائرة** حيث تُمثل كل قيمة من قيم المتغير بقطاع من دائرة

تحدد زاويته المركزية بالعلاقة :

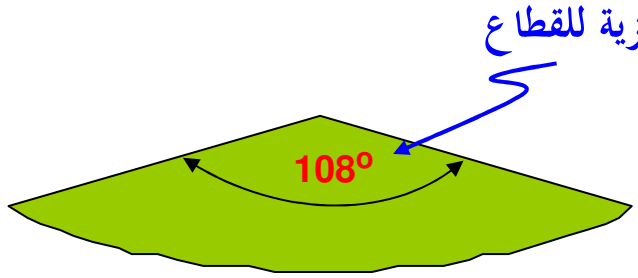
$$\text{الزاوية المركزية لقيمة ما} = \frac{\text{تكرار القيمة}}{\text{مجموع التكرارات}} \times ٣٦٠$$

أو

$$\text{الزاوية المركزية لقيمة ما} = \text{التكرار النسبي للقيمة} \times ٣٦٠$$



القيم داخل القطاعات تمثل الدرجة (المتغير) x والقيم المكتوبة خارج القطاعات باللون الأحمر تمثل التكرار f



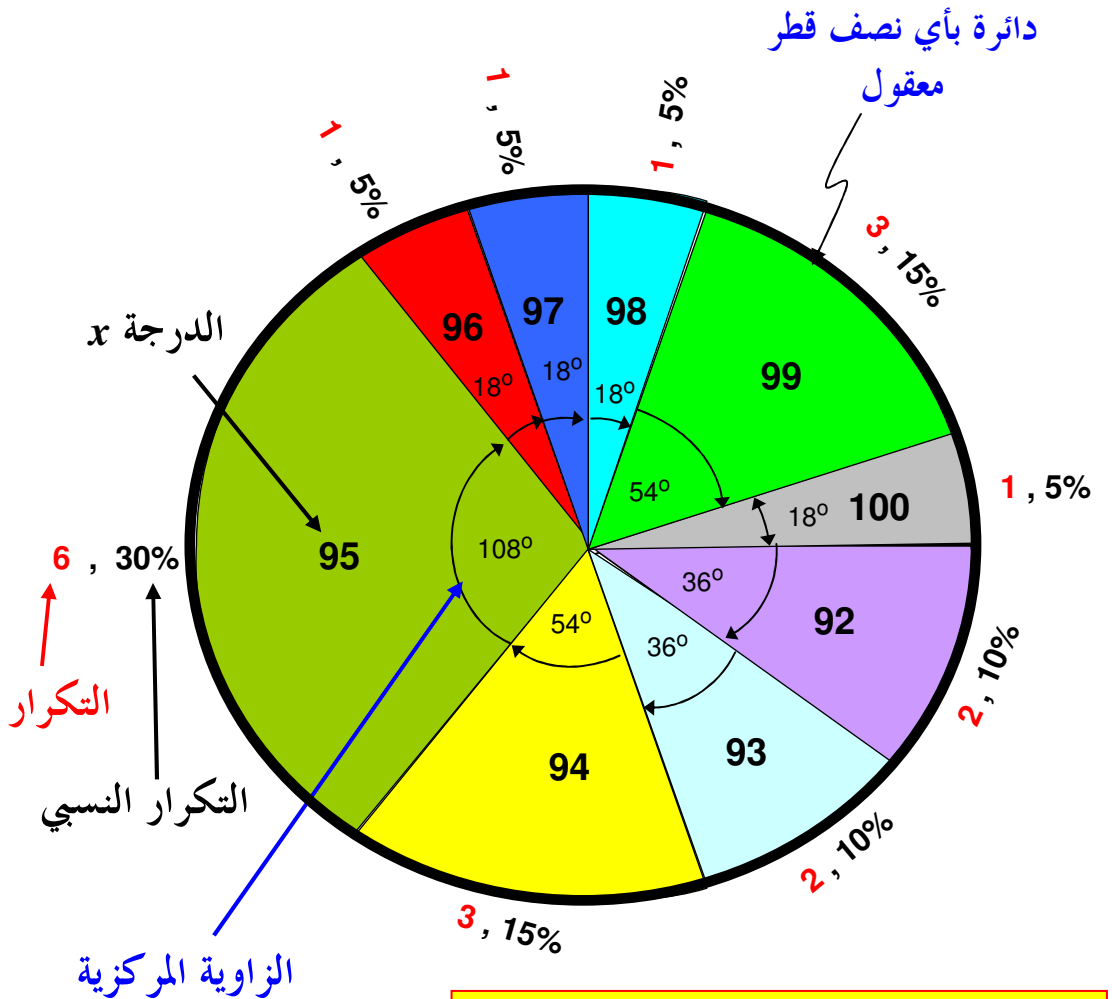
القطاع الخاص بالدرجة "95" ذات التكرار 6

قياس زاويته المركزية تساوي :

$$\frac{6}{20} \times 360 = 108^{o}$$

إذن لابد من حساب الزاوية المركزية المناظرة لكل قيمة من قيم المتغير x (الدرجة) ، وهذه القيم مبينة بالجدول التالي :

الدرجة x	التكرار f	الزاوية المركزية
92	2	(2/20)x360 = 36°
93	2	(2/20)x360 = 36°
94	3	(3/20)x360 = 54°
95	6	(6/20)x360 = 108°
96	1	(1/20)x360 = 18°
97	1	(1/20)x360 = 18°
98	1	(1/20)x360 = 18°
99	3	(3/20)x360 = 54°
100	1	(1/20)x360 = 18°
	$\sum f = 20$	مجموع الزوايا = 360°



طريقة الدائرة لتمثيل البيانات

مثال (٢-٢) : فى دراسة قام بإجرائها أحد الأطباء لطفل معرض لأحد الأمراض النفسية ، تم سؤاله عن لون مجموعة من الأشياء فكانت إجاباته كما يلى :

أحمر	أزرق	بنفسجى	أحمر	أخضر
أبيض	أبيض	أحمر	أزرق	أبيض
أزرق	أحمر	أخضر	أحمر	بنفسجى
أخضر	أزرق	أبيض	بنفسجى	أحمر

المطلوب : عرض البيانات السابقة بطرق مختلفة

ملحوظة : إذا لم يُذكر أمام المثال أنه مثال توضيحي ننصح القارئ بأن يقوم بحله بمفرده ويقارن حله بالحل التفصيلي المعطي

بداية الحل : نقوم أولاً بتفريغ البيانات [تحويلها من صورتها الخام إلى صورة منظمة] وتكوين الجدول (التوزيع) التكراري (والتكراري النسبي)

نحتاجه فقط عند تمثيل البيانات
بطريقة الدائرة

عمود (١)	عمود (٢)	عمود (٣)	عمود (٤)	عمود (٥)	عمود (٦)
المتغير (اللون) x	العلامات	التكرار f	التكرار النسبي $\bar{f}$	التكرار النسبي $\bar{f}$ (كنسبة مئوية)	الزاوية المركزية
أحمر	||||| I	6	6/20 = 0.30	(6/20) x 100 = 30%	0.3x360 = 108°
أزرق	||||	4	4/20 = 0.20	(4/20) x 100 = 20%	0.2x360 = 72°
بنفسجي	|||	3	3/20 = 0.15	(3/20) x 100 = 15%	0.15x360 = 54°
أبيض	||||	4	4/20 = 0.20	(4/20) x 100 = 20%	0.2x360 = 72°
أخضر	|||	3	3/20 = 0.15	(3/20) x 100 = 15%	0.15x360 = 54°
		$\sum f = 20$	$\sum \bar{f} = 1$	$\sum \bar{f} = 100\%$	المجموع = 360°

الجدول (التوزيع) التكراري

الجدول (التوزيع) التكراري النسبي

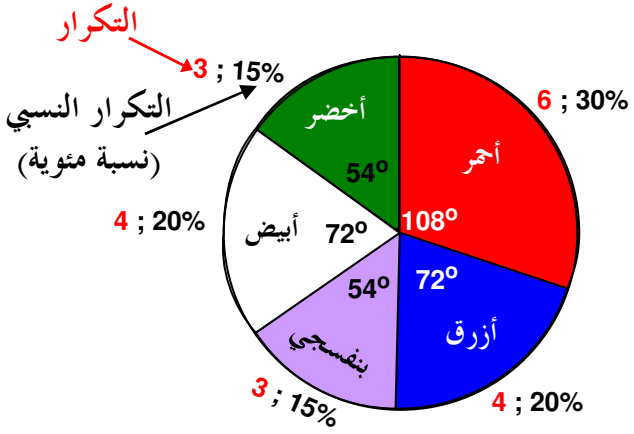
نستبدل العمود (٤) بالعمود (٥) إذا
كان التكرار النسبي مطلوب كنسبة مئوية

للاسترشاد به فقط

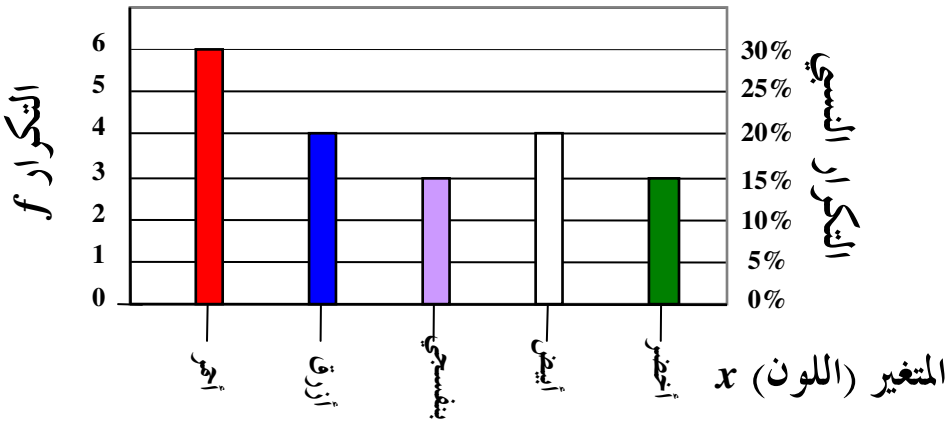
[التفاصيل في الصفحة السابقة]

x	f	الزاوية
أحمر	6	108
أزرق	4	72
بنفسجي	3	54
أبيض	4	72
أخضر	3	54

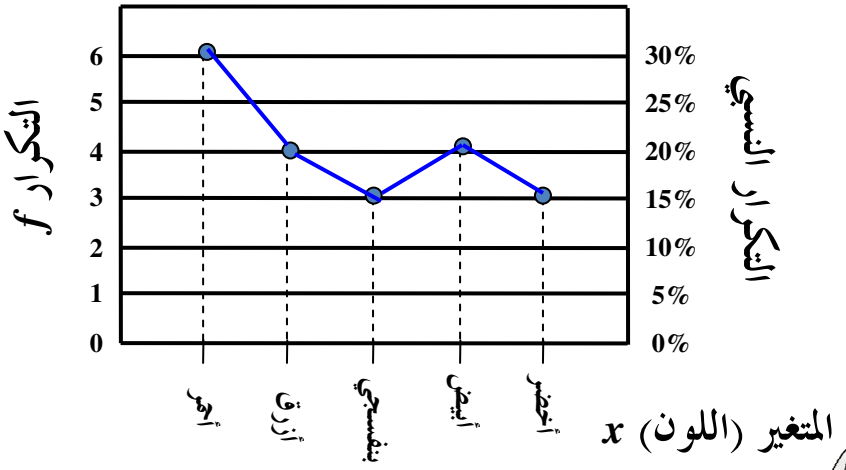
تمثيل البيانات بطريقة الدائرة



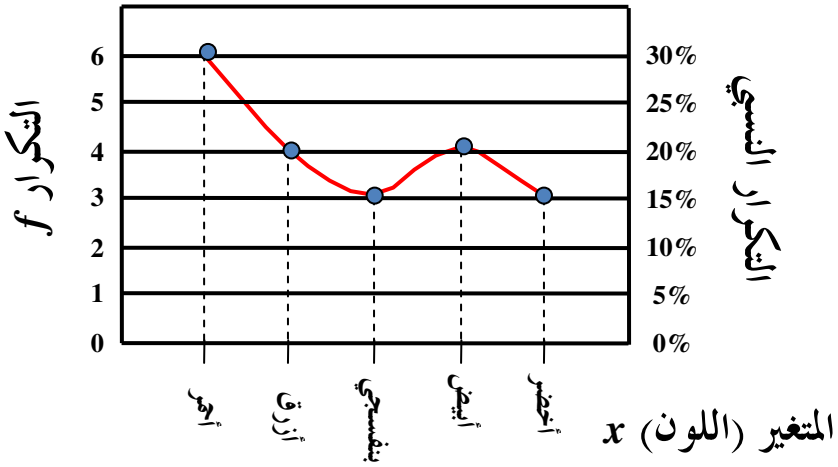
تمثيل البيانات بطريقة الأعمدة البسيطة



تمثيل البيانات بطريقة المضلع التكراري (النسبي)



تمثيل البيانات بطريقة المنحنى التكراري (النسبي)



تمت بحمد الله