اسم المقرر

مبادئ الإحصاء

د. سعيد سيف الدين

جامعة الملك فيصل
عمادة التعلم الإلكتروني والتعليم عن بعد

الحمد لله رب العالمين ، والصلاة والسلام على خاتم الأنبياء والمرسلين سيدنا ونبينا محمد بن عبد الله وعلى آله وصحبه أجمعين

المحاضرة الخامسة

[تابع] الباب الثاني
التوزيعات التكرارية

عناصر المحاضرة

تابع العرض البياني للبيانات الكمية المتصلة

(١) ملخص لما سبق شرحه في المحاضرة السابقة (المحاضرة الرابعة)

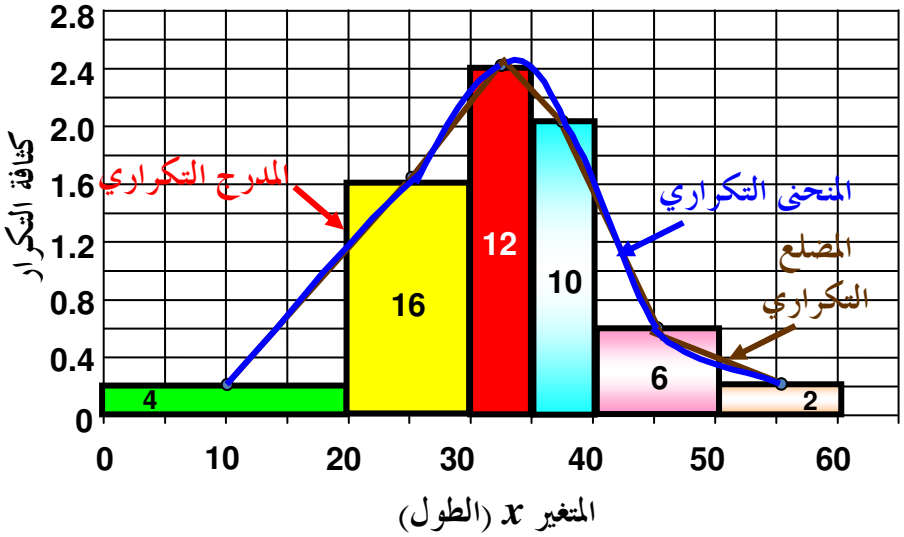
(٢) المضلع (المنحنى) التكراري المتجمع

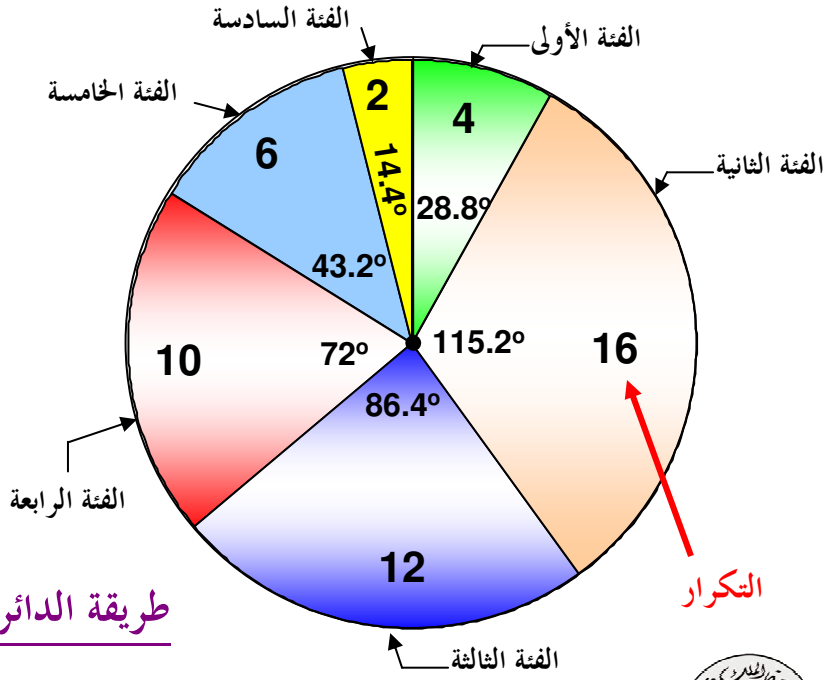
مراجعة عامة على الباب الثاني [التوزيعات التكرارية]

ملخص لما سبق

	الجدول التكراري						
	المتغير x	التكرار f	الزاوية المركزية	طول الفئة c	مركز الفئة x_0	كثافة التكرار	النقطة الممثلة للفئة
الفئة لأولى	$0 \le x < 20$	4	28.8^o	20	10	0.2	(10 , 0.2)
الفئة الثانية	$20 \le x < 30$	16	115.2^o	10	25	1.6	(25 , 1.6)
الفئة الثالثة	$30 \le x < 35$	12	86.4^o	5	32.5	2.4	(32.5 , 2.4)
الفئة الرابعة	$35 \le x < 40$	10	72^o	5	37.5	2	(37.5 , 2)
الفئة الخامسة	$40 \le x < 50$	6	43.2^o	10	45	0.6	(45 , 0.6)
الفئة السادسة	$50 \le x < 60$	2	14.4^o	10	55	0.2	(55 , 0.2)
		$\sum f = 50$	المجموع = 360^o				

طرق عرض مختلفة للبيانات الكمية المتصلة





طريقة الدائرة

المضلع التكراري [أو التكراري النسبي] المتجمع الصاعد

ذكرنا سابقاً عند عرضنا للبيانات عن طريق الجداول أنه يمكن عرض البيانات عن طريق التوزيع التكراري (أو التكراري النسبي) المتجمع الصاعد ، ويمكن الاستفادة من هذه الجداول في رسم المضلع التكراري المتجمع الصاعد كالآتي :

التوزيع التكراري الأصلي	
المتغير x	التكرار f
$0 \le x < 20$	4
$20 \le x < 30$	16
$30 \le x < 35$	12
$35 \le x < 40$	10
$40 \le x < 50$	6
$50 \le x < 60$	2
	$\sum f = 50$

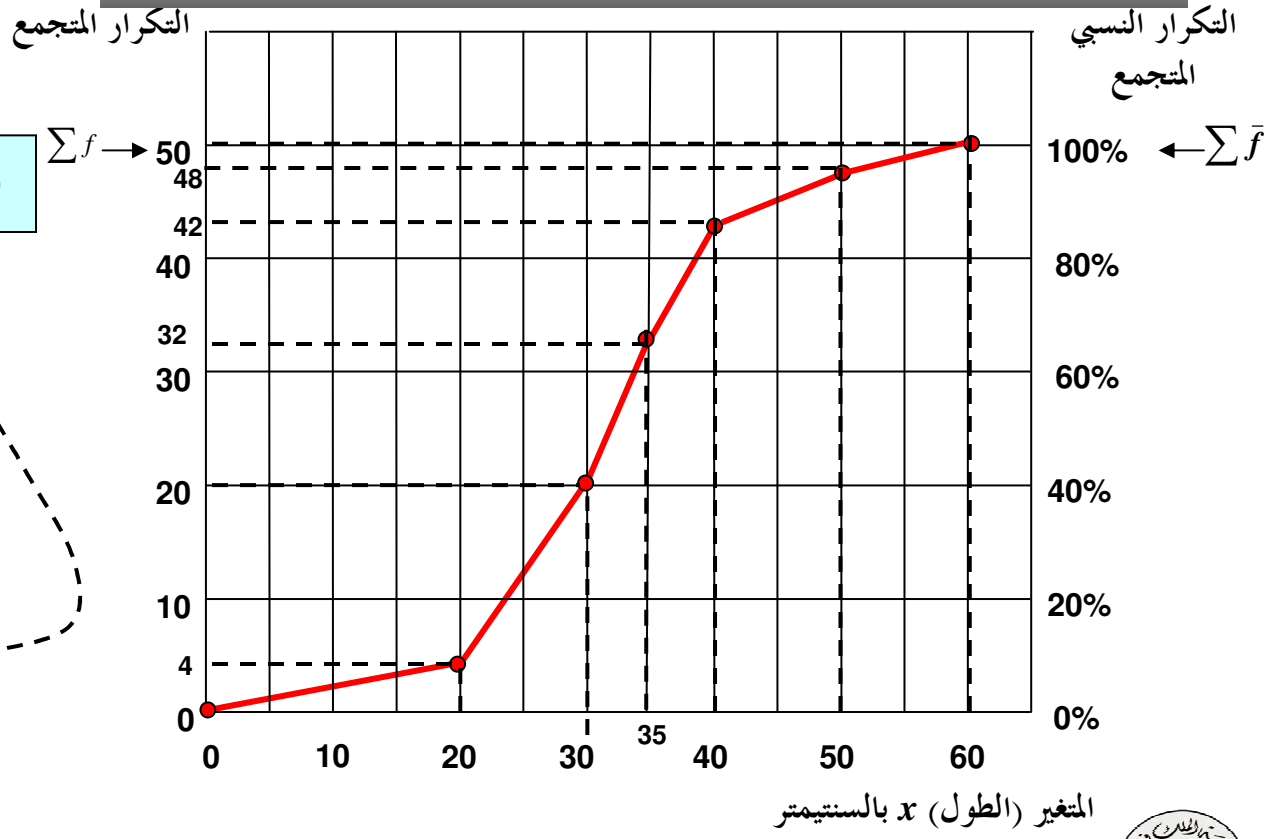
التوزيع التكراري المتجمع الصاعد			
المتغير x	التكرار المتجمع	التكرار النسبي المتجمع	النقطة الموقعة على الرسم
< 0	0	0%	(0 , 0)
< 20	4	8%	(20 , 4)
< 30	20	40%	(30 , 20)
< 35	32	64%	(35 , 32)
< 40	42	84%	(40 , 42)
< 50	48	96%	(50 , 48)
< 60	50	100%	(60 , 50)

التكرار المتجمع المناظر

الحد الأدنى للفئة

(30 , 20)

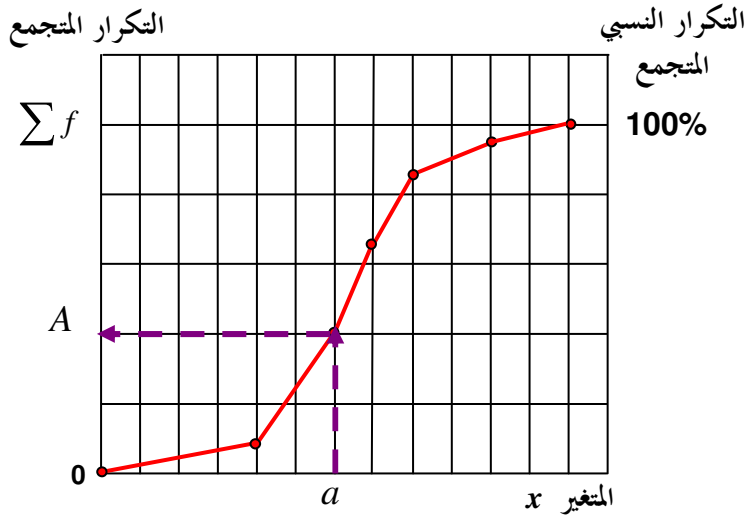
المضلع التكراري (أو التكراري النسبي) المتجمع الصاعد



ويفيد المضلع التكراري المتجمع الصاعد في الرد على العديد من الأسئلة نستعرض بعضها في التالي :

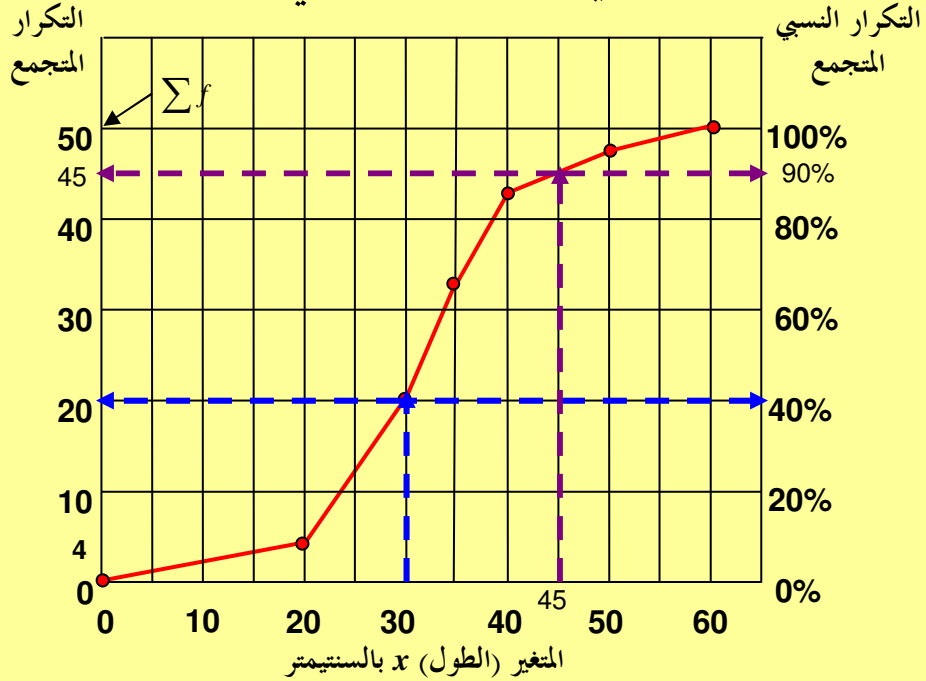
- تحديد التكرار المتجمع المناظر لـــ :

"x أقل من قيمة معينة"



فلحساب قيمة التكرار المتجمع المناظر لـــ "$x < a$" نحدد قيمة a على المحور الأفقي [محور المتغير] ونرسم خطاً رأسياً حتى يتقاطع مع المضلع في نقطة ، فيكون التكرار المتجمع المطلوب هي القراءة الأفقية A [على محور التكرار المتجمع] المناظرة لنقطة التقاطع

فمثلاً في المثال التوضيحي السابق



عدد الأزهار التي أطوال سيقانها أقل من 30 هو 20

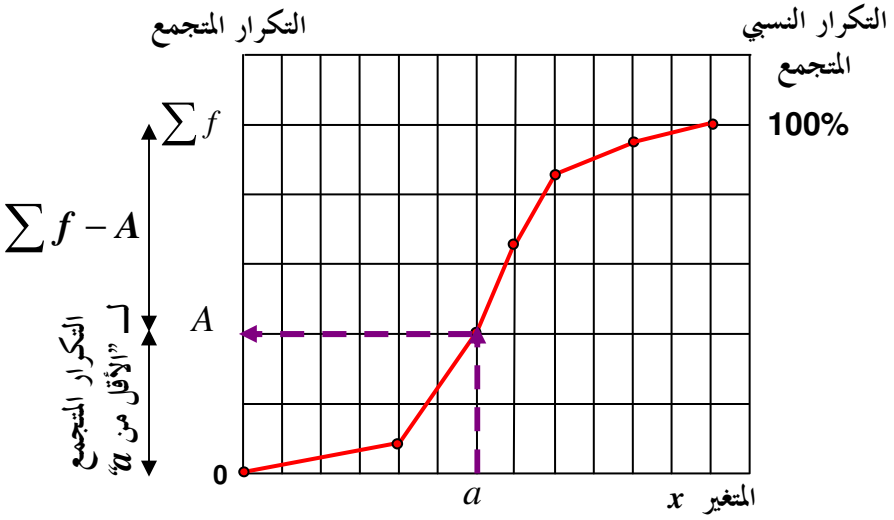
ونسبتهم المئوية هي 40%

عدد الأزهار التي أطوال سيقانها أقل من 45 هو 45

ونسبتهم المئوية هي 90%

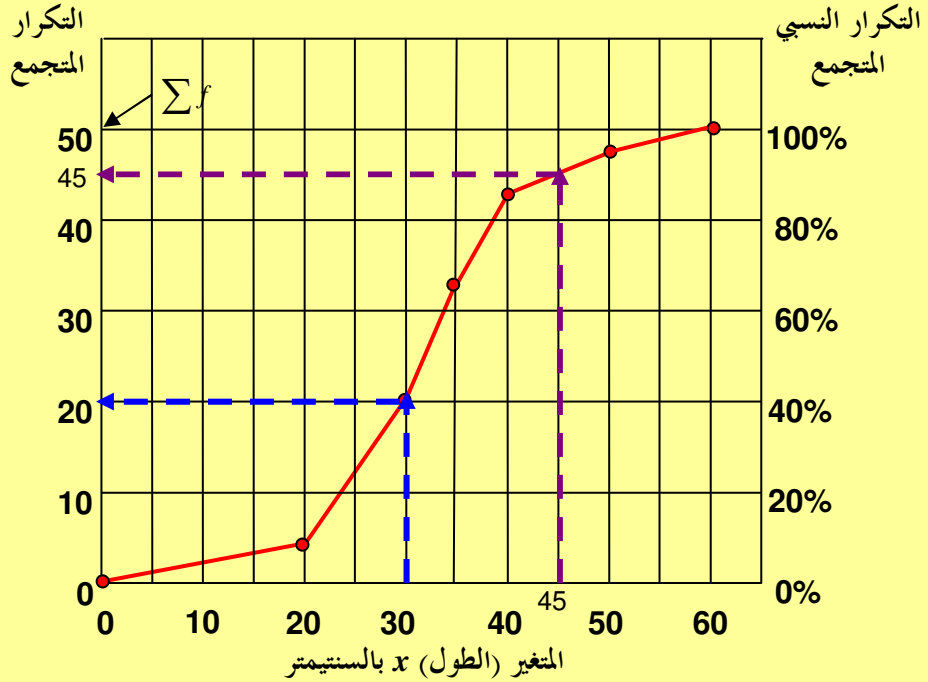
- تحديد التكرار المتجمع المناظر لـــ :

"x أكبر من أو تساوي قيمة معينة"



فلحساب قيمة التكرار المتجمع المناظر لـــ "$x \geq a$" نحدد قيمة a على المحور الأفقي [محور المتغير] ونرسم خطاً رأسياً حتى يتقاطع مع المضلع في نقطة ونحدد القراءة الأفقية A [على محور التكرار المتجمع] ، ويكون الحل المطلوب هو "المجموع الكلي للتكرارات – القيمة A"

فمثلاً في المثال التوضيحي السابق



عدد الأزهار التي أطوال سيقانها 30 فأكثر هو :

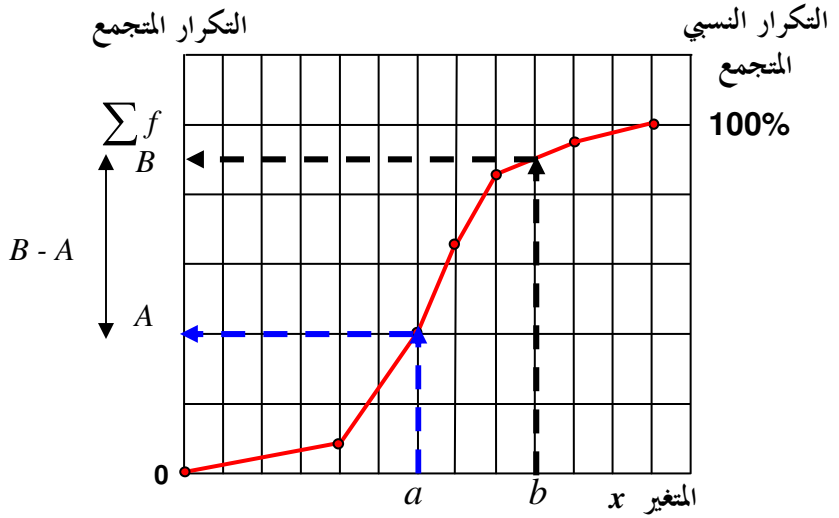
50 – 20 = 30

عدد الأزهار التي أطوال سيقانها 45 فأكثر هو :

50 – 45 = 5

- تحديد التكرار المتجمع المناظر لـــ :

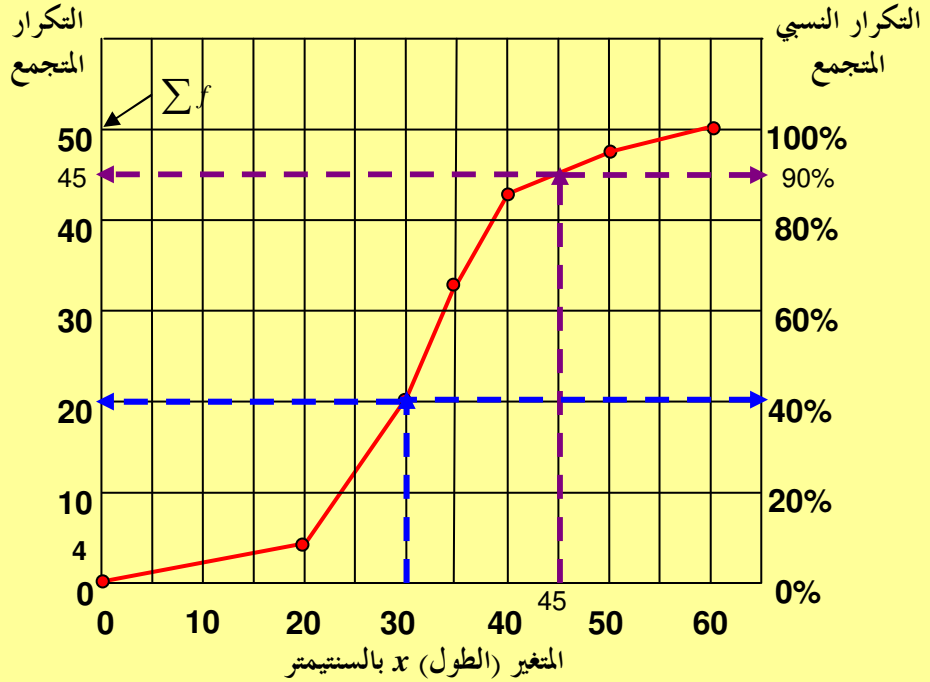
"x محصورة بين قيمتين"



فلحساب قيمة التكرار المتجمع المناظر لـــ "$a \le x < b$"
نحدد قيمتي a , b على المحور الأفقي [محور المتغير] ونحدد قيم التكرارات المتجمعة المناظرة [لتكن A , B على الترتيب] ،
فيكون الحل المطلوب هو :

الفرق بين القيمتين A , B

فمثلاً في المثال التوضيحي السابق



عدد الأزهار التي أطوال سيقانها ما بين 30 ، 45 هو :

$45 - 20 = 25$

ونسبتهم المئوية تساوي : $\frac{25}{50} \times 100 = 50\%$

أو من الرسم : $90 - 40 = 50\%$

المضلع التكراري [أو التكراري النسبي] المتجمع الهابط

وبنفس طريقة المضلع التكراري المتجمع الصاعد يمكن رسم المضلع التكراري (أو التكـــراري النـــسبي) المتجمع الهابط كالآتي :

التوزيع التكراري الأصلي	
المتغير x	التكرار f
$0 \le x < 20$	4
$20 \le x < 30$	16
$30 \le x < 35$	12
$35 \le x < 40$	10
$40 \le x < 50$	6
$50 \le x < 60$	2
	$\sum f = 50$

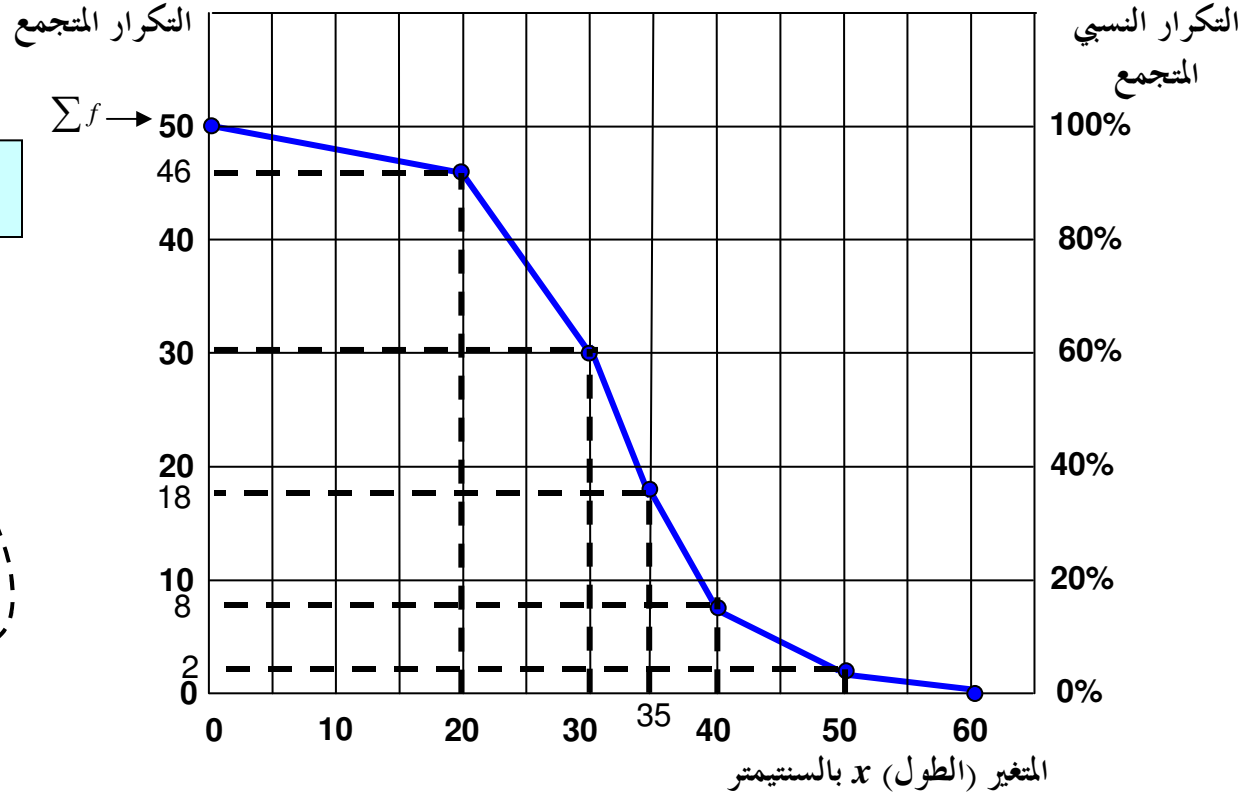
التكرار المتجمع المناظر

الحد الأدنى للفئة

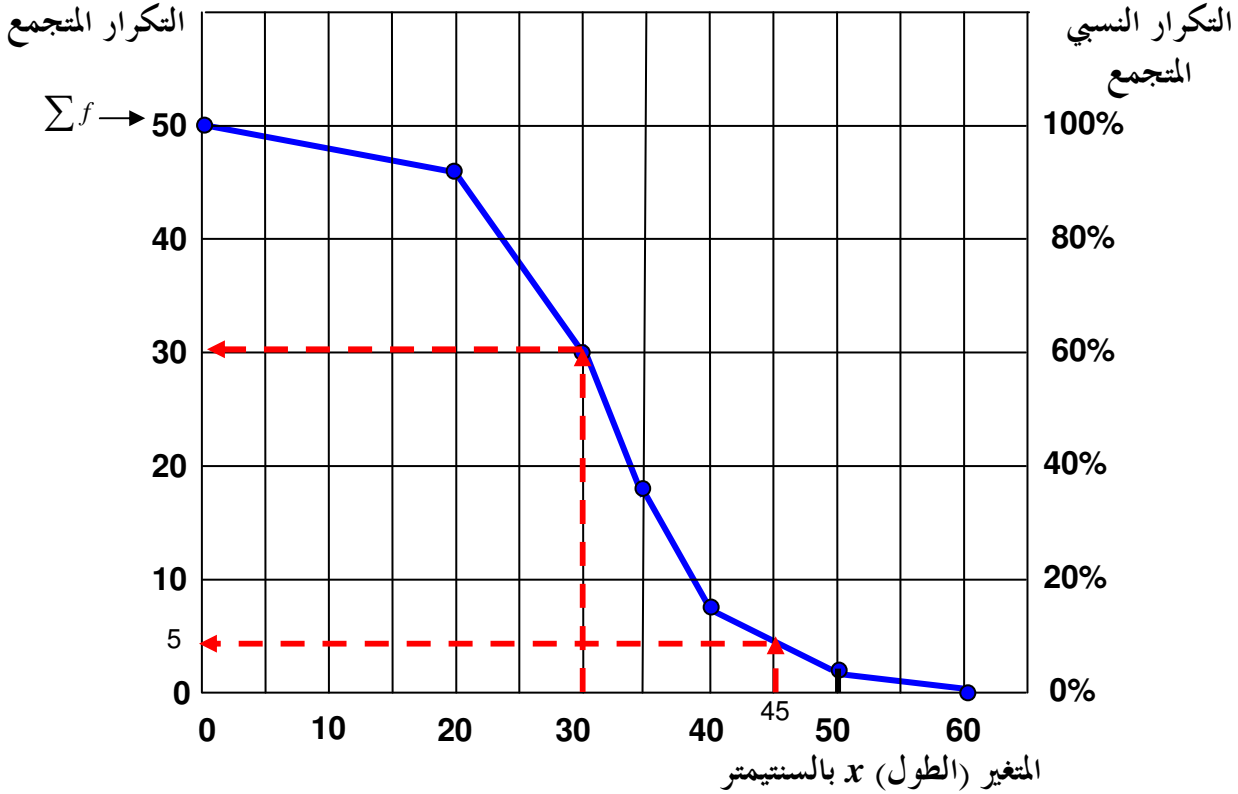
(30 , 30)

التوزيع التكراري المتجمع الهابط			
المتغير x	التكرار المتجمع	التكرار النسبي المتجمع	النقطة الموقعة على الرسم
≥ 0	50	100%	(0 , 50)
≥ 20	46	92%	(20 , 46)
≥ 30	30	60%	(30 , 30)
≥ 35	18	36%	(35 , 18)
≥ 40	8	16%	(40 , 8)
≥ 50	2	4%	(50 , 2)
≥ 60	0	0%	(60 , 0)

المضلع التكراري (أو التكراري النسبي) المتجمع الهابط



ويفيد المضلع التكراري المتجمع الهابط في الرد على نفس الأسئلة التي يرد عليها المضلع التكراري المتجمع الـــصاعد مع الأخذ في الاعتبار أن التدريج الرأسي [التكرار المتجمع] يمثل التكرار المناظر لـــ " x أكبر من أو تساوي"



فمثلاً في المثال التوضيحي السابق

- عدد الأزهار التي أطوال سيقانها 30 فأكثر هو 30 بينما عدد الأزهار التي أطوال سيقانها أقل من 30 هو : 50 – 30 = 20
- عدد الأزهار التي أطوال سيقانها 45 فأكثر هو 5 بينما عدد الأزهار التي أطوال سيقانها أقل من 45 هو : 50 – 5 = 45
- عدد الأزهار التي أطوال سيقانها ما بين 30 , 45 هو : 30 – 5 = 25

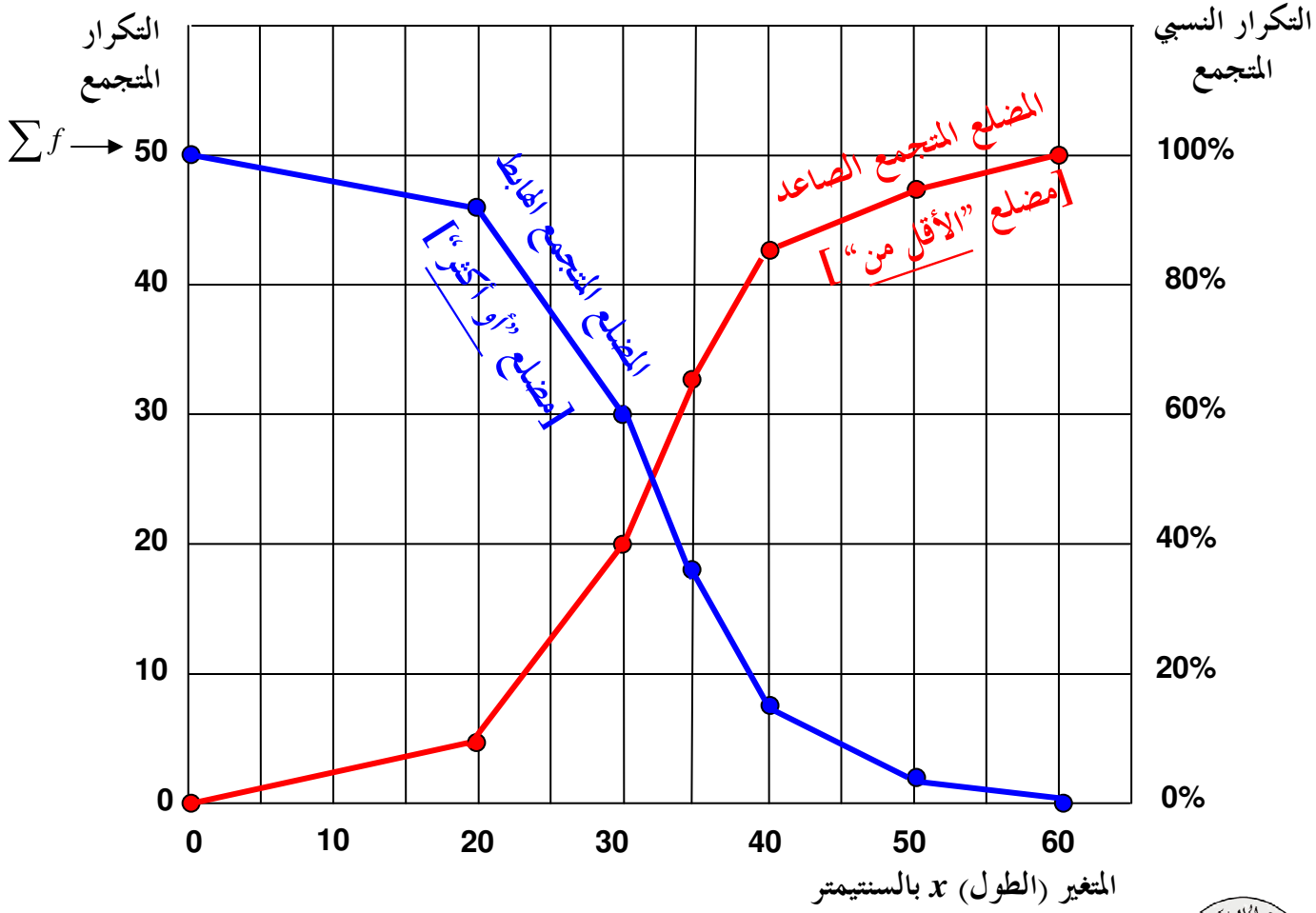
قارن النتائج السابقة بالنتائج التي سبق وحصلنا عليها باستخدام المضلع التكراري المتجمع المتصاعد

أي أن المضلعان التكراريان المتجمعان الصاعد والهابط يؤديان نفس الغرض ، لذا سنوجه اهتمامنا لأحدهما فقط [وليكن الصاعد]

ويمكن رسم المضلعين التكراريين المتجمعين : الصاعد والهابط على رسمة واحدة كما هو مبين :

التوزيع التكراري المتجمع الصاعد			
المتغير x	التكرار المتجمع	التكرار النسبي المتجمع	النقطة الموقعة على الرسم
< 0	0	0%	(0 , 0)
< 20	4	8%	(20 , 4)
< 30	20	40%	(30 , 20)
< 35	32	64%	(35 , 32)
< 40	42	84%	(40 , 42)
< 50	48	96%	(50 , 48)
< 60	50	100%	(60 , 50)

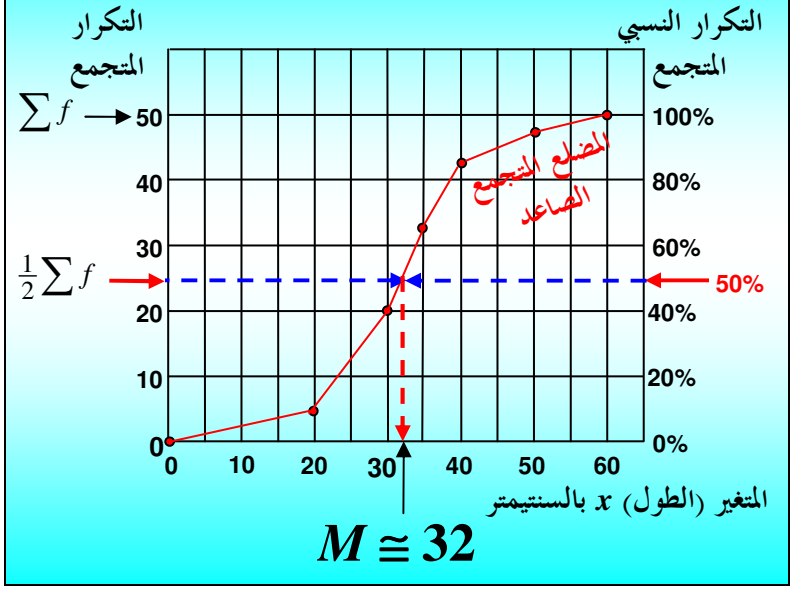
التوزيع التكراري المتجمع الهابط			
المتغير x	التكرار المتجمع	التكرار النسبي المتجمع	النقطة الموقعة على الرسم
≥ 0	50	100%	(0 , 50)
≥ 20	46	92%	(20 , 46)
≥ 30	30	60%	(30 , 30)
≥ 35	18	36%	(35 , 18)
≥ 40	8	16%	(40 , 8)
≥ 50	2	4%	(50 , 2)
≥ 60	0	0%	(60 , 0)

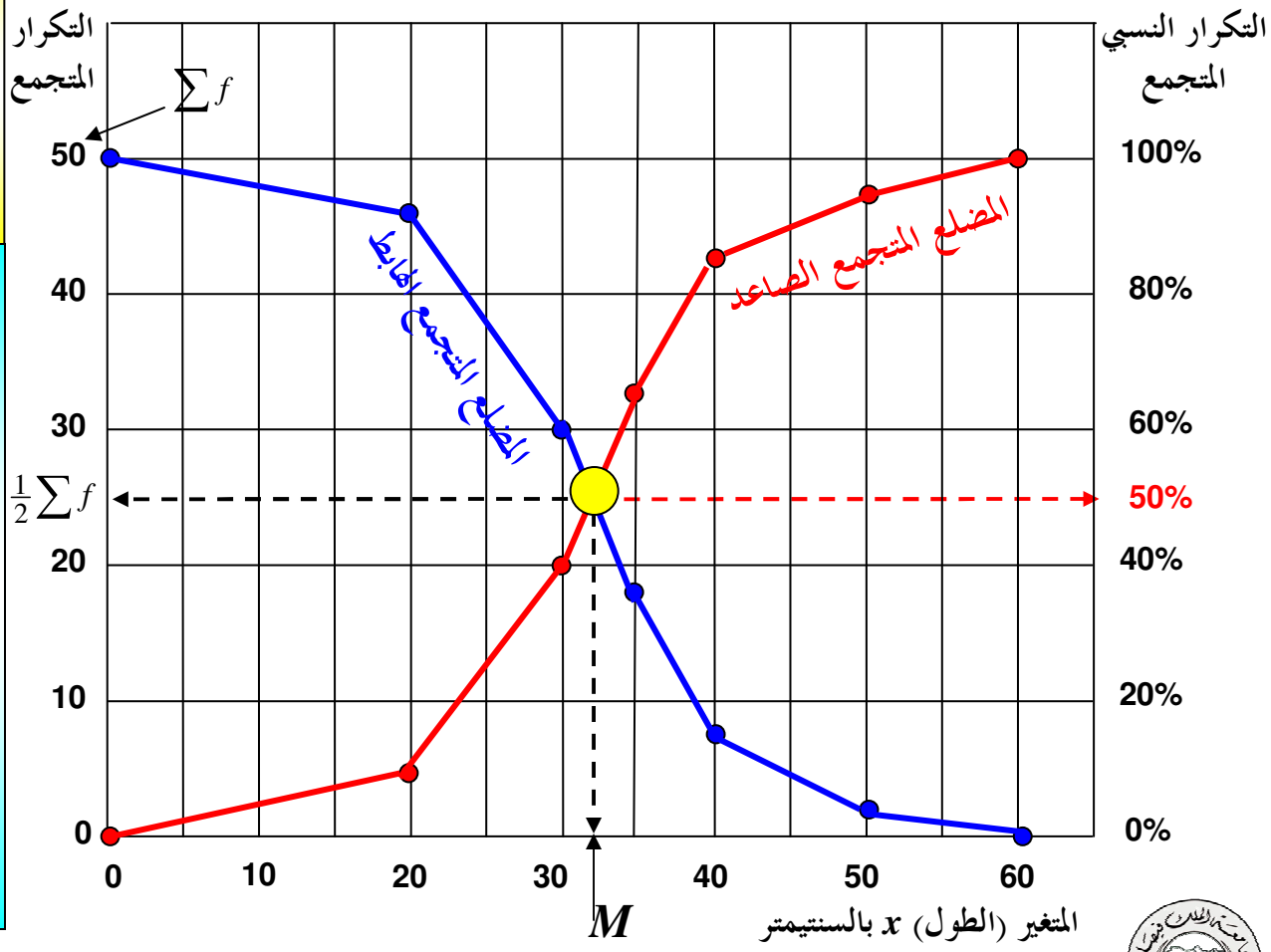


ويُلاحظ أن المضلعين يتقاطعان في نقطة ، قيمة المتغير x عندها تساوي M (مثلاً) ، هذه القيمة يناظرها تكرار متجمع يساوي $\frac{1}{2}\sum f$ [= 25 في مثالنا التوضيحي] وتكرار متجمع نسبي قدره 50% . هذه القيمة M تُسمى **بالوسيط**

أي أن **وسيط** مجموعة من البيانات المرتبة ترتيباً تصاعدياً أو تنازلياً هي قيمة في وسط مجموعة القيم تقسم المجموعة إلى مجموعتين متساويتين في العدد

كيفية تحديد الوسيط





مراجعة عامة على الباب الثاني

في الجزء القادم [بإذن الله] ستقوم بعمل مراجعة عامة على كل ما تقدم من موضوعات في هذا الباب :

[الباب الثاني : التوزيعات التكرارية]

وذلك من خلال مثالين : مثال (٢-٥) والذي يلخص عرض البيانات المنفصلة ، ومثال (٢-٦) والذي يلخص عرض البيانات الكمية المتصلة .

أأمل من الله عز وجل أن أوفق في ذلك

مراجعة لكل ما تم شرحه ويخص البيانات المنفصلة

مثال (٢–٥) على البيانات المنفصلة [ص ٤٦ بالمرجع الأساسي] : تم سؤال عدد من طلاب كليتي الآداب والتربية عن عدد حوادث السيارات التي تعرضوا لها خلال العام الماضي فكانت إجاباتهم كما يلي :

3 2 2 1 0 1 2 1 1 1 0 0 1 2 2

1 3 1 0 0 1 2 1 0 2 3 0 0 0 1

المطلوب عرض البيانات السابقة بطرق مختلفة .

الجدول التكراري

المتغير x (عدد الحوادث)	تفريغ البيانات (العلامات)	التكرار f (عدد الطلاب)	التكرار النسبي $\bar{f} = f / \sum f$
0	𝍸 ||||	9	0.3 or 30%
1	𝍸 𝍸 |	11	0.37 or 37%
2	𝍸 ||	7	0.23 or 23%
3	|||	3	0.1 or 10%
		$\sum f = 30$	1 or 100%

الجدول التكراري النسبي

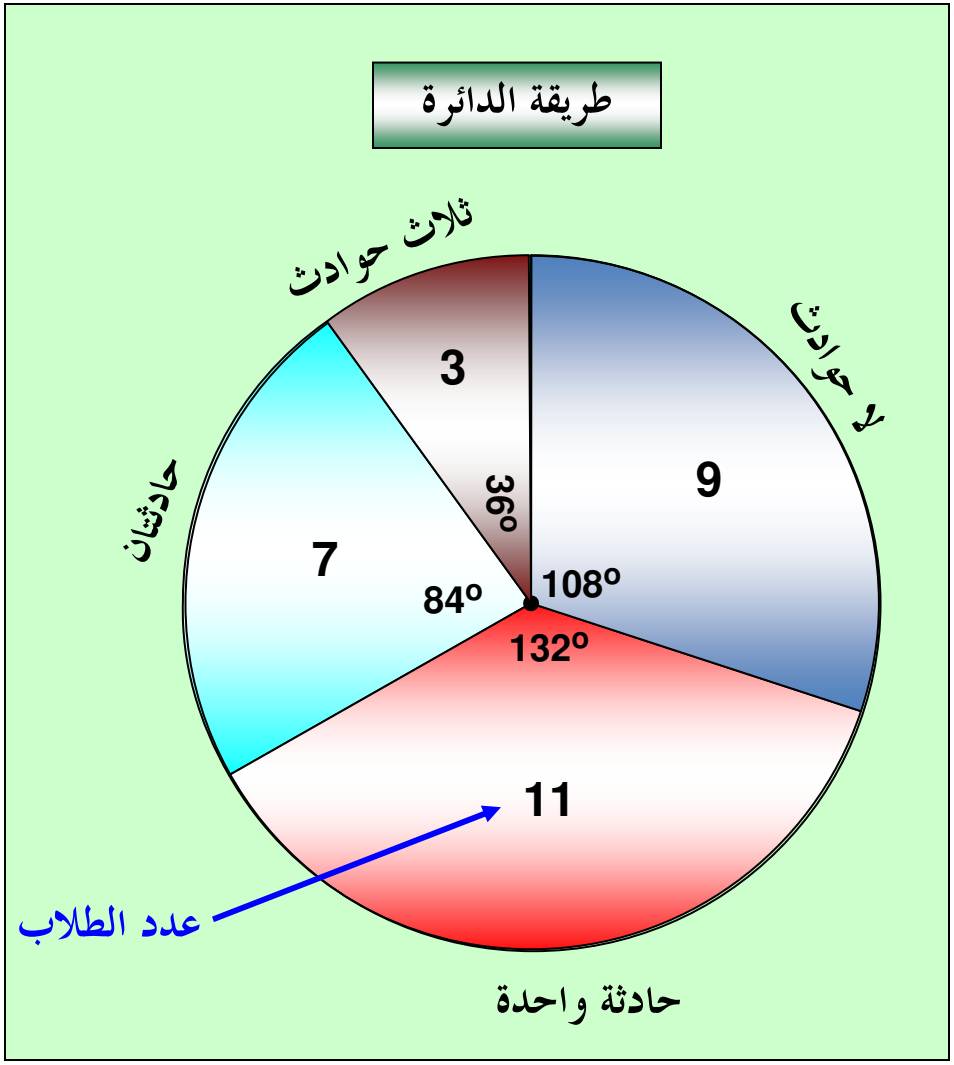
أكتب	اضغط	أكتب	اضغط	الناتج
9	÷	30	=	0.3
11	÷	30	=	0.366666666 ≅ 0.37
7	÷	30	=	0.233333333 ≅ 0.23
3	÷	30	=	0.1
0.3	+	0.37	+	0.23 + 0.1 = 1

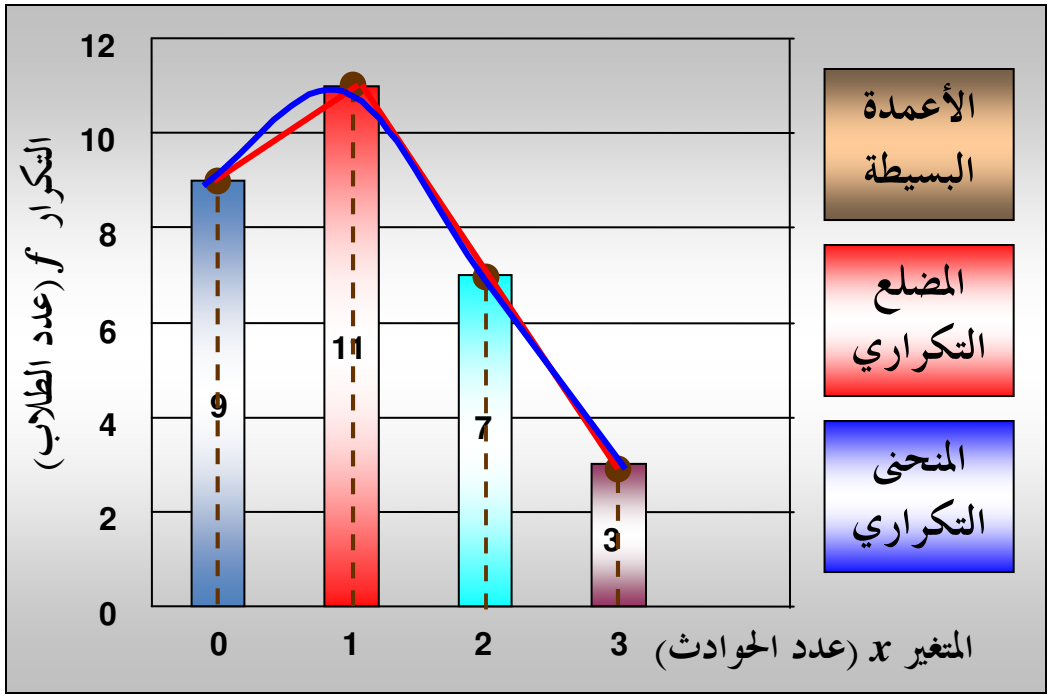
$\sum \bar{f}$

0.366666666 ≅ 0.37

0.233333333 ≅ 0.23

x	f	$\bar{f}$	الزاوية المركزية
0	9	30%	(9 ÷ 30) x 360 = 108°
1	11	37%	(11 ÷ 30) x 360 = 132°
2	7	23%	(7 ÷ 30) x 360 = 84°
3	3	10%	(3 ÷ 30) x 360 = 36°
	30	100%	360°
	$\sum f$	$\sum \bar{f}$	مجموع الزوايا





مراجعة لكل ما تم شرحه ويخص البيانات المتصلة

مثال (٢–٦) : الجدول التالي يبين الأجر السنوي [بآلاف الريالات السعودية] لـــ 60 عاملاً في إحدى الشركات :

الدخل x (بالآلف)	50 -	60 -	70 -	80 -	90 -	100 -	120 - 180
عدد العمال f	6	9	15	12	9	6	3

(أ) أوجد المدى R للأجور .

(ب) اعرض البيانات السابقة باستخدام طريقة الدائرة ، المدرج التكراري ، المضلع التكراري .

(ج) كون كلاً من الجدولين التكراري المتجمع الصاعد والتكراري المتجمع الهابط .

(د) ارسم المضلع التكراري المتجمع الصاعد ومنه قدر عدد العاملين الذين يحصلون على أجر :

(١) أقل من 88 ألف سنوياً (٢) 96 ألف سنوياً أو أكثر

(٣) لا يقل عن 63 ألف سنوياً ولا يزيد عن 75 ألف سنوياً

(هـــ) قدر قيمة الوسيط M للأجور .

(أ) المدى R للأجور : ذكرنا في حالة البيانات الكمية المتقطعة أن المدى هو الفرق بين أكبر قيمة في البيانات وأصغر قيمة فيها . نفس الشيء في حالة البيانات الكمية المتصلة ، ولكن هنا [في حالة البيانات الكمية المتصلة] : تكون أكبر قيمة هي الحد الأعلى للفئة الأخيرة [= 180] ، وأصغر قيمة هي الحد الأدنى للفئة الأولى [= 50] .

$$R = 180 - 50 = 130$$

والمعلومات التالية هي التي يمكن أن نحتاجها للرد على الجزء (ب) بالكامل

الجدول التكراري النسبي

الجدول التكراري

الفئة	المتغير (الأجر) x	التكرار f	التكرار النسبي	الزاوية المركزية	طول الفئة c	مركز الفئة x_0	كثافة التكرار	النقطة
الأولى	$50 \le x < 60$	6	10%	36°	10	55	0.6	(55 , 0.6)
الثانية	$60 \le x < 70$	9	15%	54°	10	65	0.9	(65 , 0.9)
الثالثة	$70 \le x < 80$	15	25%	90°	10	75	1.5	(75 , 1.5)
الرابعة	$80 \le x < 90$	12	20%	72°	10	85	1.2	(85 , 1.2)
الخامسة	$90 \le x < 100$	9	15%	54°	10	95	0.9	(95 , 0.9)
السادسة	$100 \le x < 120$	6	10%	36°	20	110	0.3	(110 , 0.3)
السابعة	$120 \le x < 180$	3	5%	18°	60	150	0.05	(150 , 0.05)
		$\sum f = 60$	$\sum \bar{f} = 100\%$	المجموع = 360°				

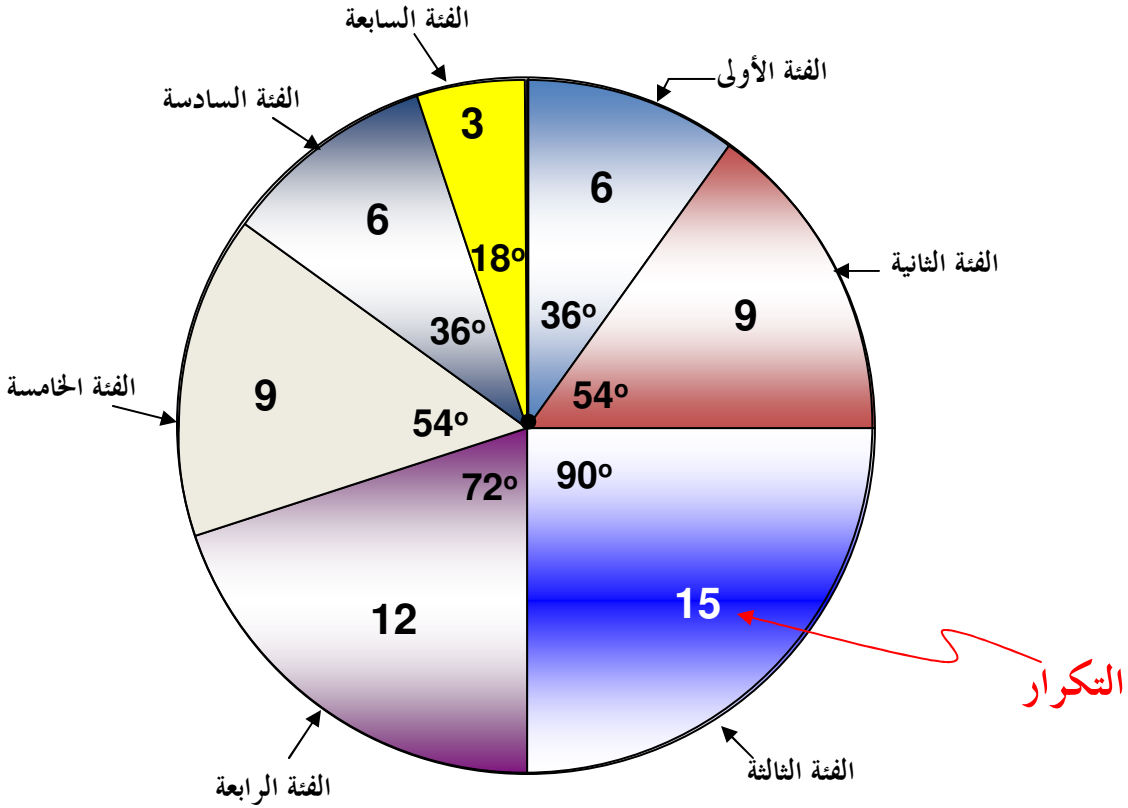
نحتاجه في طريقة الدائرة

نحتاجه في المضلع التكراري

نحتاج إليهما في المدرج التكراري

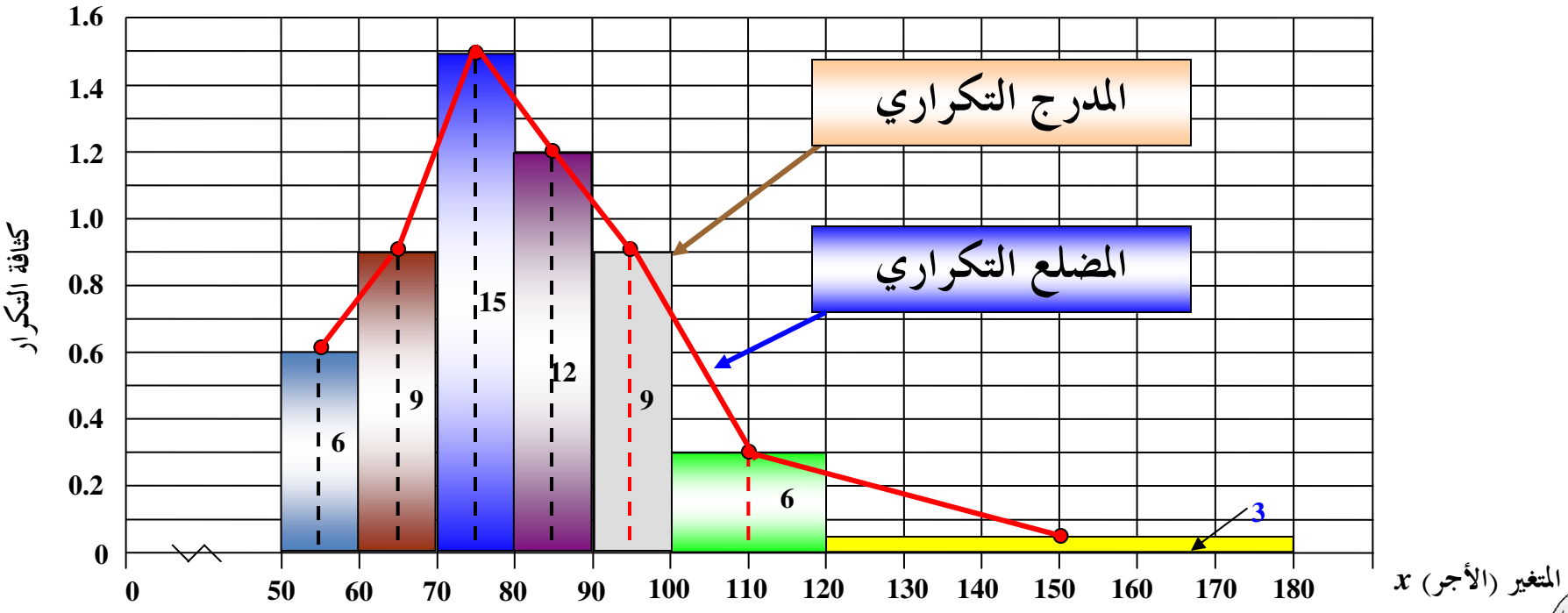
(ب) عرض البيانات بطريقة الدائرة :

الفئة	الجدول التكراري: المتغير (الأجر) x	التكرار f	الزاوية المركزية
الأولى	$50 \le x < 60$	6	36^o
الثانية	$60 \le x < 70$	9	54^o
الثالثة	$70 \le x < 80$	15	90^o
الرابعة	$80 \le x < 90$	12	72^o
الخامسة	$90 \le x < 100$	9	54^o
السادسة	$100 \le x < 120$	6	36^o
السابعة	$120 \le x < 180$	3	18^o
		$\sum f = 60$	المجموع = 360^o



المدرج التكراري والمضلع التكراري

الجدول التكراري						
الفئة	المتغير (الأجر) x	التكرار f	طول الفئة c	مركز الفئة	كثافة التكرار	النقطة
الأولى	$50 \le x < 60$	6	10	55	0.6	(55 , 0.6)
الثانية	$60 \le x < 70$	9	10	65	0.9	(65 , 0.9)
الثالثة	$70 \le x < 80$	15	10	75	1.5	(75 , 1.5)
الرابعة	$80 \le x < 90$	12	10	85	1.2	(85 , 1.2)
الخامسة	$90 \le x < 100$	9	10	95	0.9	(95 , 0.9)
السادسة	$100 \le x < 120$	6	20	110	0.3	(110 , 0.3)
السابعة	$120 \le x < 180$	3	60	150	0.05	(150 , 0.05)
		$\sum f = 60$				



(ج) الجدول التكراري المتجمع الصاعد والجدول التكراري المتجمع الهابط

الجدول التكراري		
الفئة	المتغير (الأجر) x	التكرار f
الأولى	$50 \le x < 60$	6
الثانية	$60 \le x < 70$	9
الثالثة	$70 \le x < 80$	15
الرابعة	$80 \le x < 90$	12
الخامسة	$90 \le x < 100$	9
السادسة	$100 \le x < 120$	6
السابعة	$120 \le x < 180$	3
		$\sum f = 60$

التوزيع التكراري المتجمع الصاعد

المتغير x	التكرار المتجمع	التكرار النسبي المتجمع
< 50	0	0%
< 60	6	10%
< 70	15	25%
< 80	30	50%
< 90	42	70%
< 100	51	85%
< 120	57	95%
< 180	60	100%

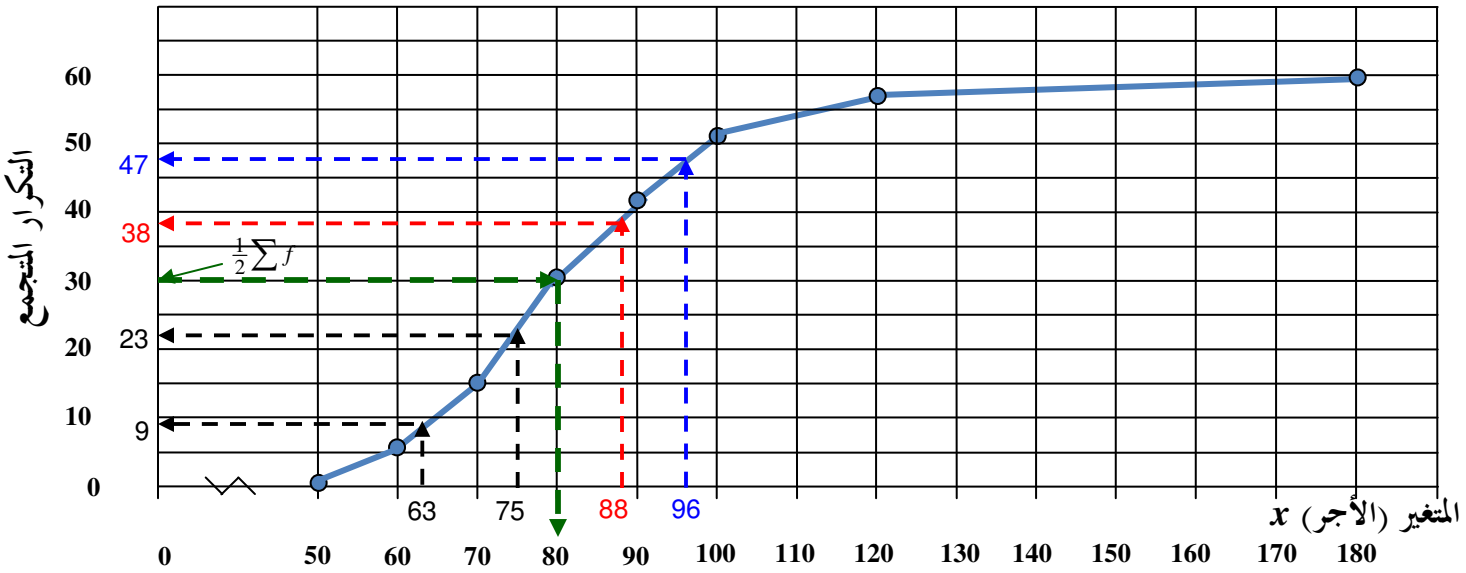
التوزيع التكراري المتجمع الهابط

المتغير x	التكرار المتجمع	التكرار النسبي المتجمع
≥ 50	60	100%
≥ 60	54	90%
≥ 70	45	75%
≥ 80	30	50%
≥ 90	18	30%
≥ 100	9	15%
≥ 120	3	5%
≥ 180	0	0%

مجموعها $= \sum f = 60$

(د) المضلع التكراري المتجمع الصاعد

المضلع التكراري المتجمع الصاعد [منحنى الـ "أقل من"]



التوزيع التكراري المتجمع الصاعد		
المتغير x	التكرار المتجمع	النقطة
< 50	0	(50 , 0)
< 60	6	(60 , 6)
< 70	15	(70 , 15)
< 80	30	(80 , 30)
< 90	42	(90 , 42)
< 100	51	(100 , 51)
< 120	57	(120 , 57)
< 180	60	(180 , 60)

(١) عدد العاملين الذين يحصلون على أقل من 88 ألف سنوياً حوالي : **38**

(٢) عدد العاملين الذين يحصلون على 96 ألف سنوياً أو أكثر حوالي : **60 – 47 = 13**

(٣) عدد العاملين الذين يحصلون على أجر لا يقل عن 63 ألف ولا يزيد عن 75 ألف سنوياً حوالي :

23 – 9 = 14

(هـ) الوسيط M : هي قيمة x المناظرة لتكرار متجمع قدره $\frac{1}{2}\sum f$ [أي 30] : $M = 80$

تمت بحمد الله