اسم المقرر

مبادئ الإحصاء

د. سعيد سيف الدين

جامعة الملك فيصل
عمادة التعلم الإلكتروني والتعليم عن بعد

الحمد لله رب العالمين ، والصلاة والسلام على خاتم الأنبياء والمرسلين سيدنا ونبينا محمد بن عبد الله وعلى آله وصحبه أجمعين

المحاضرة السادسة

[تابع] الباب الثاني
التوزيعات التكرارية

عناصر المحاضرة

تابع مراجعة عامة على الباب الثاني [التوزيعات التكرارية]

حيث نتابع المراجعة العامة التي بدأناها في المحاضرة الماضية [المحاضرة الخامسة] وذلك بعرض عدد من التمرينات المحلولة والتي روعي في أسئلتها أن تكون موضوعية [إختيارات متعددة] وبنفس الأسلوب التي ستوضع بها أسئلة إختبارات نهاية الفصل الدراسي وأيضاً أسئلة الواجبات حتى يألف كل طالب وطالبة على كلٍ من أسئلة الاختبار النهائي وأسئلة الواجبات

لكن ما أنصح به ألا نهمل الأسئلة التقليدية [مثل المثالين السابقين (٢-٥) ، (٢-٦)] حيث أن هذا النوع من الأمثلة التقليدية هو الأساس الذي بدونه لا نستطيع التعامل مع أسئلة الاختيار المتعدد

تمارين محلولة على "تمثيل البيانات الكمية المتصلة"

س ١ : التكرار النسبي لفئة من الفئات هو :

- ○ النسبة بين الحد الأعلى للفئة ومجموع التكرارات
- ○ خارج قسمة تكرار الفئة على طولها
- ● نسبة تكرار الفئة إلى مجموع التكرارات
- ○ النسبة بين الحد الأدنى للفئة ومجموع التكرارات

ملحوظات :

- تكرار الفئة النسبي والذي نرمز له بالرمز $\bar{f}$ هو $\bar{f} = \frac{f}{\sum f}$
- كثافة التكرار هو التكرار مقسوماً على طول الفئة .
- لا معنى للإجابتين الأولى والأخيرة .

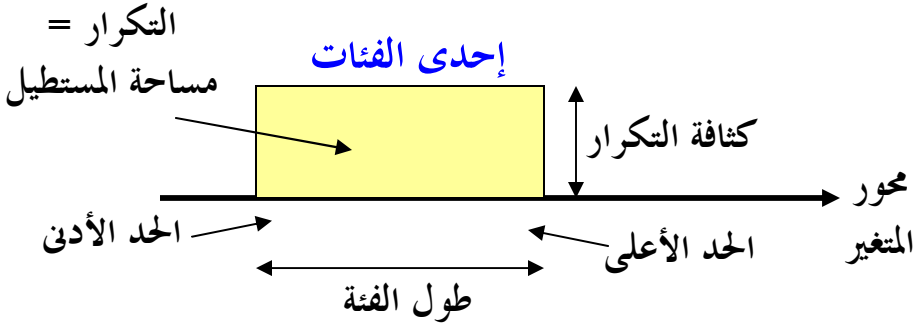
س ٢ : في المدرج التكراري تكون مساحة أي مستطيل من المستطيلات هي :

- ● تكرار الفئة التي يمثلها المستطيل
- ○ التكرار النسبي للفئة التي يمثلها المستطيل
- ○ كثافة تكرار الفئة التي يمثلها المستطيل
- ○ طول الفئة التي يمثلها المستطيل

ملحوظة : تكون الإجابة **الصحيحة** هي الإجابة **الثالثة** إذا كان السؤال عن **ارتفاع المستطيل** وليس مساحته ، وتكون الإجابة **الصحيحة** هي الإجابة **الرابعة** إذا كان السؤال عن **طول قاعدة المستطيل** وليس مساحته ، ولا معنى في هذا السؤال للإجابة الثانية .

تذكر :

أنه في المدرج التكراري تُمثل كل فئة بمستطيل قاعدته مرسومة على المحور الأفقي (محور المتغير) بين الحدين الأدنى والأعلى للفئة [أي طول القاعدة = طول الفئة] ، ومساحته تمثل تكرار الفئة ، وارتفاعه يساوي كثافة تكرار الفئة [تكرار الفئة مقسوماً على طولها] . لمزيد من التفاصيل ، **أنظر شريحة ١٥ من المحاضرة الرابعة .**



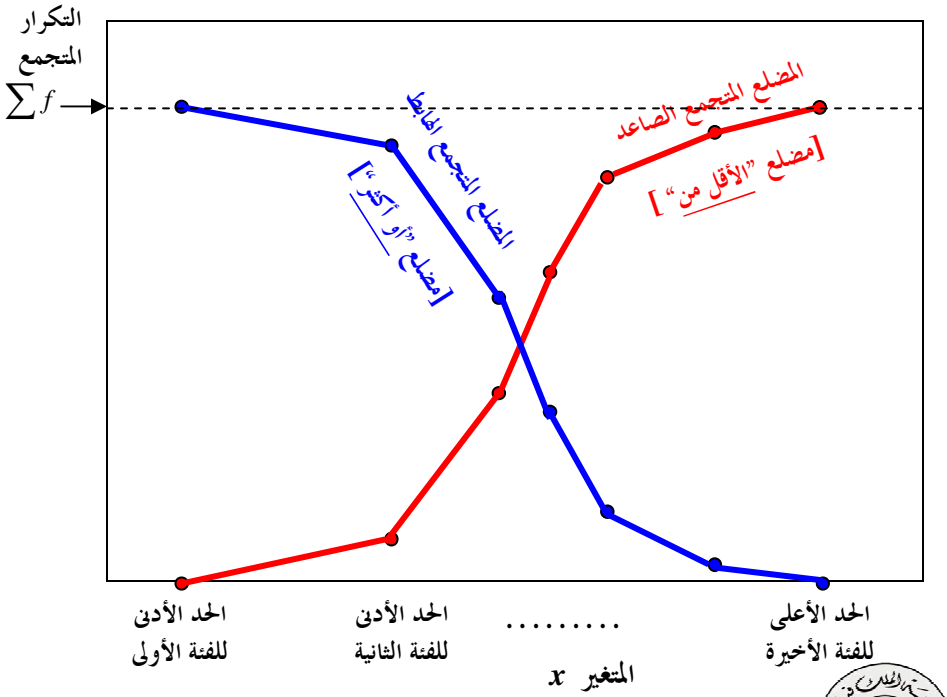
تمارين محلولة على "تمثيل البيانات الكمية المتصلة"

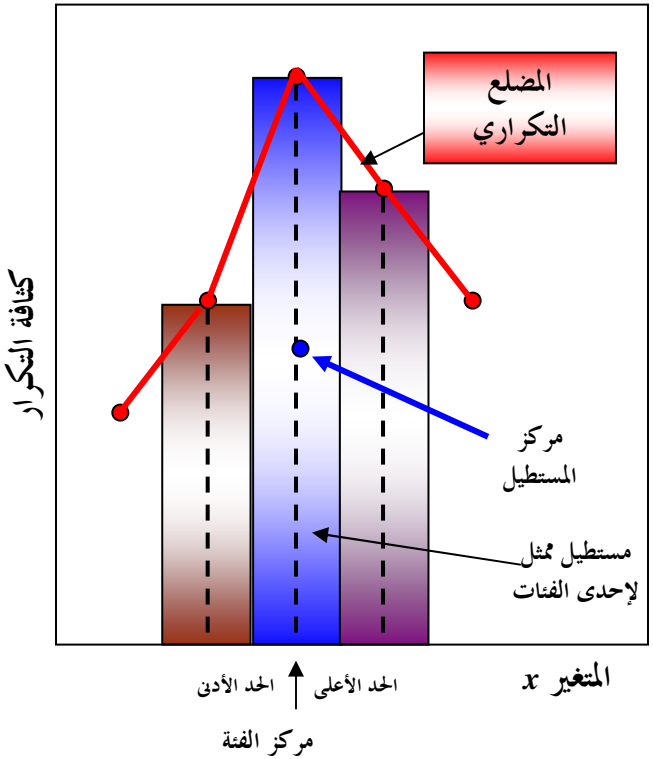
س ٣ : في المضلع التكراري تُمثل كل فئة بنقطة إحداثياتها :

- ○ الحد الأدنى للفئة والتكرار المتجمع لجميع قيم المتغير الأقل من هذا الحد .
- ○ الحد الأدنى للفئة والتكرار المتجمع لجميع قيم المتغير الأكبر من أو تساوي هذا الحد .
- ○ مركز المستطيل الممثل لتلك الفئة في المدرج التكراري .
- ● مركز الفئة وكثافة تكرارها .

لمزيد من المراجعة يمكن الرجوع للشرائح ١٨ ، ١٩ [المحاضرة الرابعة] ، والشرائح ٦ ، ١٠ [المحاضرة الخامسة]

تذكر :





ملحوظة : تكون الإجابة **الصحيحة** هي الإجابة **الأولى** إذا كان السؤال عن **المضلع التكراري المتجمع الصاعد** وليس عن المضلع التكراري ، وتكون الإجابة **الصحيحة** هي الإجابة **الثانية** إذا كان السؤال عن **المضلع التكراري المتجمع الهابط** وليس عن المضلع التكراري ، ولا معنى في هذا السؤال للإجابة الثالثة .

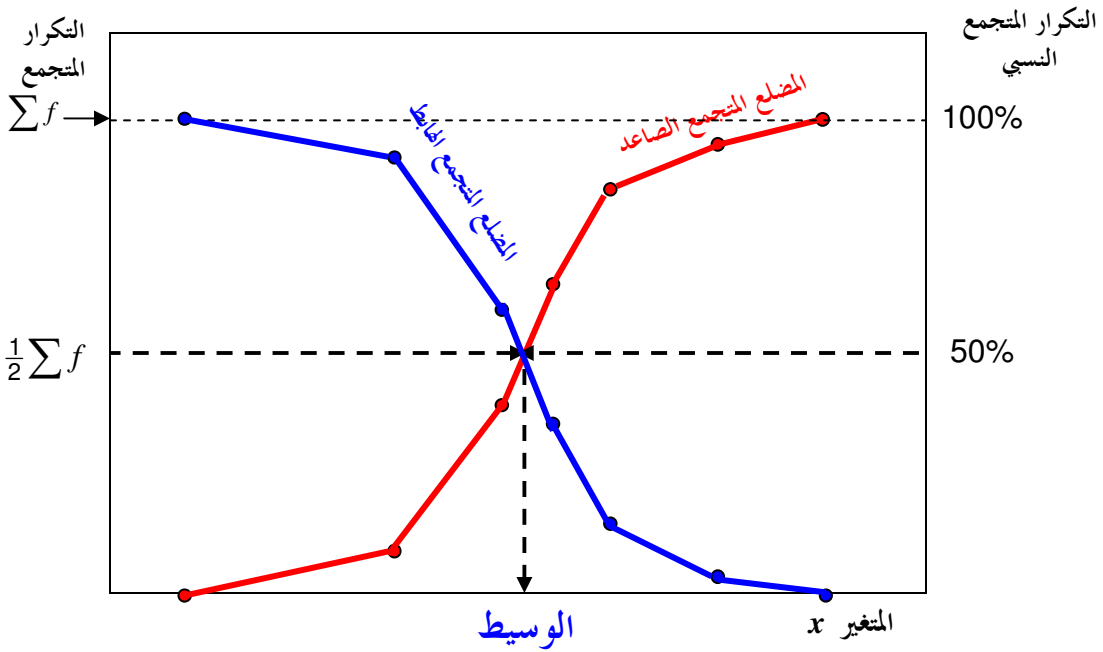
تمارين محلولة على "تمثيل البيانات الكمية المتصلة"

لمزيد من المراجعة يمكن
الرجوع للشريحة ١٣
[المحاضرة الخامسة]

س ٤ : الوسيط لمجموعة من البيانات المرتبة ترتيباً تصاعدياً أو تنازلياً هو :

- قيمة للمتغير يناظرها تكرار متجمع قدره $\frac{1}{2}\sum f$ حيث $\sum f$ هو مجموع التكرارات
- قيمة للمتغير يناظرها تكرار نسبي قدره 50% .
- نقطة تقاطع المضلعين التكراريين المتجمعين الصاعد والهابط .
- قيمة للمتغير تقسم مجموعة البيانات إلى مجموعتين متساويتين في العدد .

تذكر :



ملحوظة :

مثل هذا النوع من الأسئلة [حيث من الممكن أن تكون هناك أكثر من إجابة صحيحة] ~~مرفوض~~ ، وبالتالي لن يكون هناك مثل هذا النوع من الأسئلة في اختبار نهاية الفصل . ولكن ميزة هذا السؤال الوحيدة هي أنه يُعطي أكثر من تعريف للوسيط

تمارين محلولة على "تمثيل البيانات الكمية المتصلة"

س ٥ : في التوزيع التكراري المبين للمتغير الكمي المتصل x

الفئة	المتغير x	التكرار f
الأولى	$0 \le x < 20$	10
الثانية	$\ldots \le x < \ldots$	15
الثالثة	$30 \le x < \ldots$	20
الرابعة	$50 \le x < 60$	5

(أ) مجموع التكرارات $\sum f$ يساوي :

○ 100 ○ 200 ○ 1 ● 50

(ب) التكرار النسبي للفئة الرابعة يساوي :

○ 0.2 ○ 0.3 ● 0.1 ○ 0.4

(ج) مركز الفئة الأولى عند x تساوي :

○ 0 ● 10 ○ 15 ○ 20

(د) كثافة تكرار الفئة الرابعة تساوي :

○ 0.1 ● 0.5 ○ 5 ○ 55

(هـ) الحد الأعلى للفئة الثالثة هو :

○ 20 ○ 30 ● 50 ○ 40

(و) مركز الفئة الثانية عند x تساوي :

● 25 ○ 30 ○ 35 ○ 15

هامش للإجابة :

(أ) $\sum f = 10+15+20+5 = 50$

(ب) $\bar{f} = \frac{f}{\sum f} = \frac{5}{50} = 0.1$

(ج) مركز الفئة الأولى = $\frac{\text{حدها الأدنى + حدها الأعلى}}{2}$

$\frac{0+20}{2} = \frac{20}{2} = 10$

(د) طول الفئة الرابعة = حدها الأعلى − حدها الأدنى

$60 - 50 = 10$

∴ كثافة تكرار الفئة الرابعة = $\frac{\text{تكرارها}}{\text{طولها}} = \frac{5}{10} = 0.5$

(هـ) الحد الأعلى للفئة الثالثة = الحد الأدنى للفئة الرابعة = 50

(و) الحد الأدنى للفئة الثانية = الحد الأعلى للفئة الأولى = 20

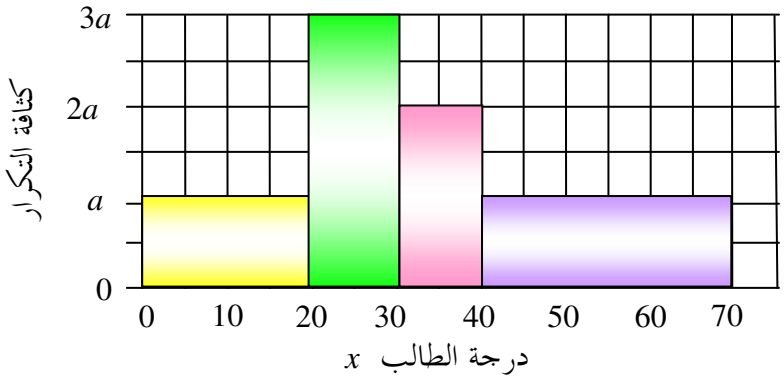
الحد الأعلى للفئة الثانية = الحد الأدنى للفئة الثالثة = 30

∴ مركز الفئة الثانية = $\frac{\text{حدها الأدنى + حدها الأعلى}}{2}$

$\frac{20+30}{2} = \frac{50}{2} = 25$

تمارين محلولة على "تمثيل البيانات الكمية المتصلة"

س ٦ : في المدرج التكراري المبين للمتغير المتصل x [الذي يمثل درجة مجموعة من الطلاب في مقرر الإحصاء] :



(أ) إذا كانت $a = 0.5$ فإن العدد الكلي للطلاب يساوي :

50 ● 75 ○ 100 ○ 125 ○

(ب) وإذا كان عدد الطلاب يساوي 150 فإن قيمة a تساوي :

0.5 ○ 1 ○ 1.5 ● 2 ○

هامش للإجابة :

(أ) مساحة أي مستطيل تمثل تكرار الفئة ، وبالتالي مجموع المساحات = مجموع التكرارات [أي المجموع الكلي للطلاب] . مع مراعاة أن مساحة أي مستطيل تساوي حاصل ضرب **طول قاعدته × ارتفاعه** ، يكون العدد الكلي للطلاب هو :

$$20\times a+10\times 3a+10\times 2a+30\times a$$

الفئة الأولى — الفئة الثانية — الفئة الثالثة — الفئة الرابعة

أي : $20a+30a+20a+30a=100a$

وبالتعويض عن $a = 0.5$ يكون العدد الكلي للطلاب هو :

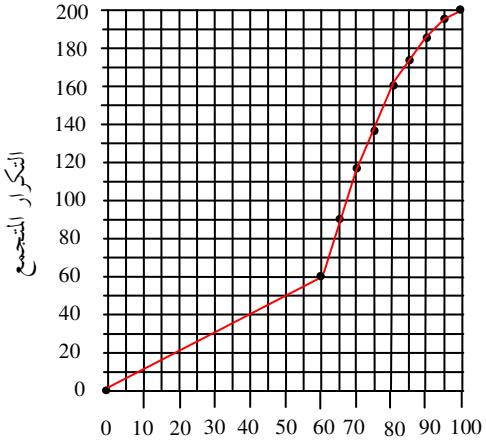
$$100a=100\times 0.5=50$$

(ب) بنفس الأسلوب السابق ، نحسب مجموع مساحات المستطيلات [بدلالة a (وسبق حسابها فكان الناتج $100a$)] ونساوي الناتج بـ 150 [عدد الطلاب] فنحصل على قيمة a :

$$100a = 150 \qquad \therefore \quad a=\frac{150}{100}=1.5$$

تمارين محلولة على "تمثيل البيانات الكمية المتصلة"

س ٧ : الشكل المرافق يبين المضلع التكراري المتجمع الصاعد لدرجات 200 طالب في مقرر الإحصاء ، بالاسترشاد بهذا المضلع أجب على الآتي :



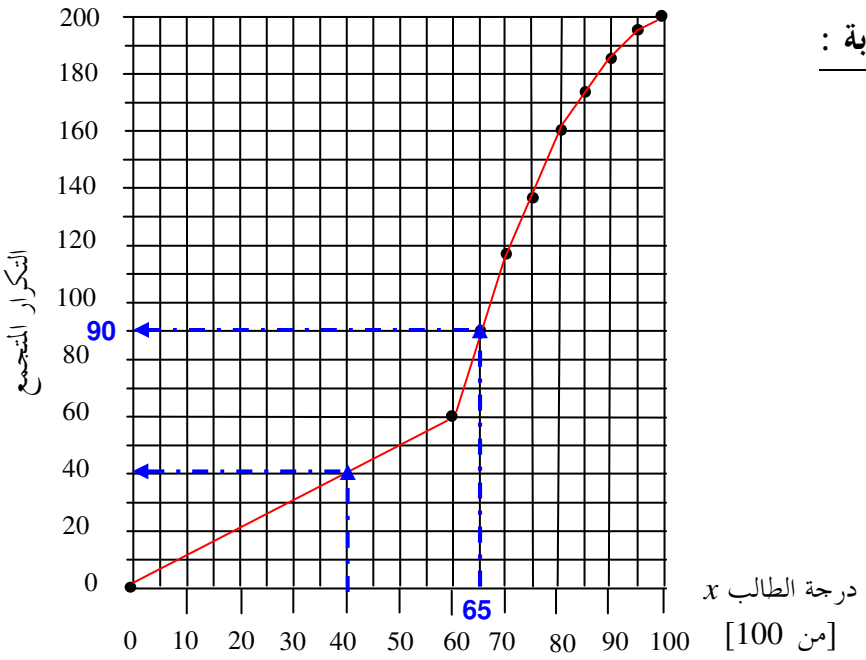
(أ) عدد الطلاب الحاصلين على درجة أقل من 40 يساوي

20% ○ 40 ● 160 ○ 80% ○

(ب) نسبة الطلاب الحاصلين على تقدير +D على الأقل هي

55% ● 45 ○ 40% ○ 65% ○

هامش للإجابة :



(أ) من الدرجة 40 [على المحور الأفقي] نرسم خطاً رأسياً حتى المضلع ثم خطاً أفقياً تجاه التكرار المتجمع ونرصد التكرار المناظر [وهو 40] . وحيث أن المضلع هو مضلع "الأقل من" والمطلوب "أقل من" يكون التكرار المرصود [40] هو النتيجة المطلوبة .

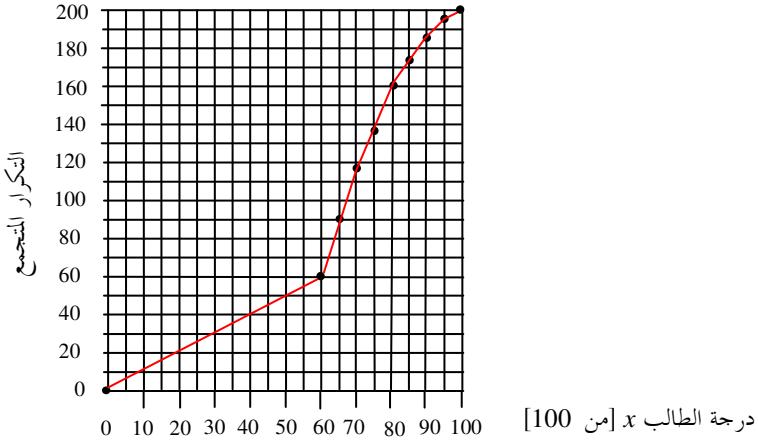
(ب) تقدير +D على الأقل [أي درجة أكبر من أو تساوي 65 من 100] . من الدرجة 65 (على المحور الأفقي) نرسم خطاً رأسياً حتى المضلع ثم خطاً أفقياً ونرصد التكرار المتجمع [وهو 90] . وحيث أن المضلع هو مضلع "الأقل من" والمطلوب هو "الأكبر من أو تساوي" فيكون العدد المطلوب هو :

110 = 90 – 200 ونسبتهم المئوية $\frac{110}{200}\times 100 = 55\%$

تمارين محلولة على "تمثيل البيانات الكمية المتصلة"

(ج) عدد الطلاب الناجحين والحاصلين على درجة أقل من **80** هو :

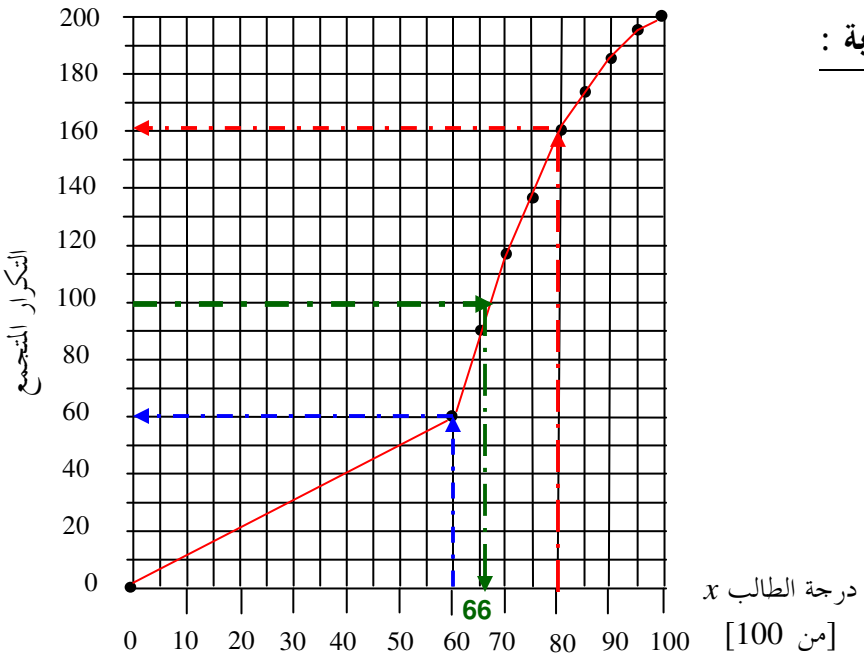
120 ○ 100 ● 80 ○ 60 ○



(د) الوسيط **M** لدرجات الطلاب هي (تقريباً) الدرجة :

66 ● 55 ○ 50 ○ 34 ○

هامش للإجابة :



(ج) ناجح [أي حاصل على درجة 60 فأكثر] ، إذن من الدرجتين 80 , 60 [على المحور الأفقي] نرسم خطين رأسيين حتى المضلع ثم خطين أفقيين تجاه التكرار المتجمع ونرصد التكرارين المناظرين [وهما 160 , 60] . فيكون العدد المطلوب هو : $160 - 60 = 100$

(د) الوسيط M هي قيمة المتغير x التي يناظرها تكرار متجمع قدره :

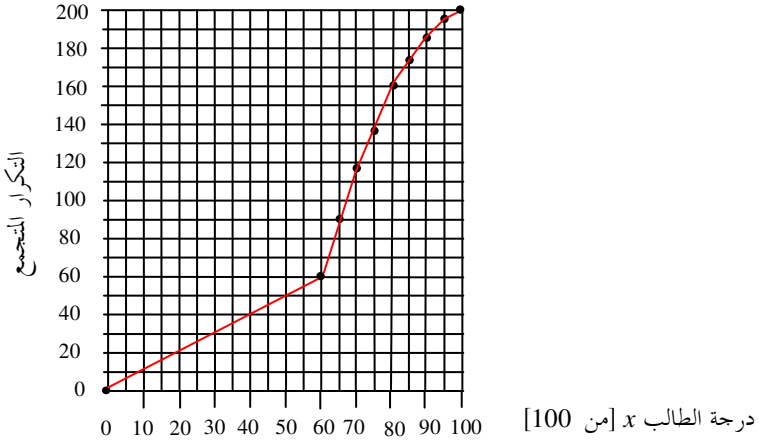
$$\frac{\sum f}{2} = \frac{200}{2} = 100$$

من التكرار المتجمع 100 على المحور الرأسي نرسم خطاً أفقياً حتى المضلع ثم خطاً رأسياً ونرصد قيمة المتغير فتكون النتيجة المرصودة [وهي بالتقريب **66**] هي **وسيط** الدرجات .

تمارين محلولة على "تمثيل البيانات الكمية المتصلة"

(هـ) الدرجة Q_1 التي تقسم الطلبة إلى مجموعتين بحيث تقع درجات **25%** من الطلبة تحتها هي (تقريباً) :

○ 25 ● 50 ○ 75 ○ 77.5

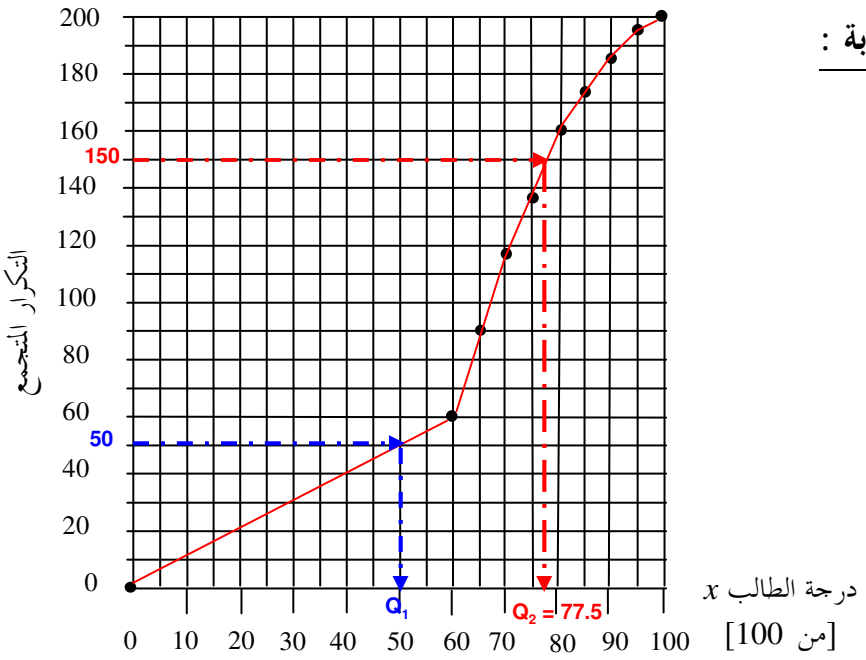


(و) أما الدرجة Q_3 التي تقسم الطلبة إلى مجموعتين بحيث تقع درجات **25%** من الطلبة فوقها فهي (تقريباً) :

● 77.5 ○ 75 ○ 50 ○ 25

ملحوظة : تُسمى القيمة Q_1 **بالربيع الأول** لمجموعة البيانات ، Q_3 **بالربيع الثالث** للبيانات ، في حين يكون الوسيط M هو **الربيع الثاني** كما سنرى في الباب القادم بإذن الله

هامش للإجابة :



(هـ) 25% من الطلبة تعني عدداً من الطلبه قدره : $\frac{25}{100} \times 200 = 50$

بنفس الطريقة التي اتبعناها مع الوسيط : من التكرار المتجمع 50 على المحور الرأسي نرسم خطاً أفقياً حتى المضلع ثم خطاً رأسياً ونرصد قيمة المتغير فتكون النتيجة المرصودة [وهي **50**] هي القيمة Q_1 المطلوبة .

(و) 25% من الطلبة [أي 50 طالب] درجاتهم **أكثر من أو تساوي** الدرجة Q_3 تعني أن 75% من الطلبة [أي 150 طالب] درجاتهم **أقل من** هذه الدرجة . إذن بنفس الأسلوب السابق [ولكن من تكرار متجمع 150 بدلاً من 50 نحصل على : $Q_3 =$ **77.5**

تمت بحمد الله