اسم المقرر

مبادئ الإحصاء

د. سعيد سيف الدين

جامعة الملك فيصل

عمادة التعلم الإلكتروني والتعليم عن بعد

الحمد لله رب العالمين ، والصلاة والسلام على خاتم الأنبياء والمرسلين سيدنا ونبينا محمد بن عبد الله وعلى آله وصحبه أجمعين

المحاضرة السابعة

الباب الثالث
مقاييس النزعة المركزية

عناصر المحاضرة

- التعريف بمقاييس النزعة المركزية
- الوسط الحسابي

التعريف بمقاييس النزعة المركزية

(١) المتوسطات ومقاييس النزعة المركزية

المتوسط هو قيمة نموذجية يمكن أن تمثل مجموعة من البيانات بحيث تعطي دلالة معينة لتلك البيانات ، بمعنى أنه عندما ينظر الباحث (أو القارئ لتلك البيانات) ويريد أن يبحث عن شيء يربط هذه البيانات فإن تلك المتوسطات يمكن أن تعطيه بعضاً مما يريده .

وحيث أن مثل هذه القيم (المتوسطات) تميل إلى الوقوع في المركز داخل مجموعة البيانات (عند ترتيبها حسب قيمها) ، فإن هذه المتوسطات تُسمى أيضاً **بمقاييس النزعة المركزية** .

وهناك صور عديدة من هذه المقاييس وإن كان الأكثر شيوعاً :

- الوسط الحسابي (أو باختصار الوسط) .
- الوسيط
- المنوال (أو الشائع)

وغيرها ، وكل منها له مميزاته وعيوبه وهذا يعتمد على البيانات والهدف من استخدامه .

التعريف بمقاييس النزعة المركزية

وإلى جانب كونه ممثلاً لمجموعة البيانات يجب أيضاً أن تتوافر في المتوسط عدة شروط ، منها :

- أن يمكن تحديد قيمته بالضبط وتكون عملية حسابه سهلة إلى حد كبير .
- أن يأخذ في الاعتبار جميع البيانات .

ومن الجدير بالذكر أن بعض هذه المقاييس يمكن تحديدها حسابياً بسهولة ، وبعضها يمكن تحديدها بيانياً بسهولة ، والبعض يمكن تحديده حسابياً وبيانياً بسهولة ، لكننا في هذا المقرر سنكتفي بالطريقة الأبسط (للطالب) عند تحديد هذه المقاييس ، وهذه الطريقة الأبسط ستختلف من مقياس لآخر .

(٢) أهمية حساب مقاييس النزعة المركزية

عند معرفتنا بتلك المتوسطات (مقاييس النزعة المركزية) يصبح أمامنا فرصة كبيرة لأن :

- ننظر لمتوسط مجموعة من البيانات لنعرف الكثير عن خصائص تلك المجموعة .
- نعقد مقارنة بين عدة مجموعات من البيانات في وقت واحد وذلك من خلال مقارنة متوسطات تلك المجموعات بعضها ببعض .

الوسط الحسابي

(١) تعريف الوسط الحسابي

يُعرف الوسط الحسابي [وسنرمز له بالرمز $\bar{x}$] لمجموعة من البيانات $x_1 , x_2 , ... , x_n$ [قيم المتغير x وعددها n] كالآتي :

الوسط الحسابي = $\dfrac{\text{مجموع قيم البيانات}}{\text{عددها}}$ أي $\bar{x} = \dfrac{\sum x}{n}$

س ١ : درجات خمسة طلاب في مقرر ما [الدرجة العظمى 20] هي : **10 , 12 , 7 , 2 , 9** . أوجد الوسط الحسابي لدرجاتهم .

ج ١ :

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{9+2+7+12+10}{5} = \frac{40}{5} = 8$$

من هذا المثال **البسيط** يمكن ملاحظة **الخصائص العامة** التالية للوسط الحسابي :

- يمكن تحديد قيمة الوسط الحسابي بالضبط ، كما أن طريقة تحديده سهلة .
- يأخذ في الاعتبار جميع البيانات .
- لا يتأثر بترتيب البيانات .
- لا يُشترط أن يكون الوسط الحسابي عدداً صحيحاً ولا يُشترط أن يكون إحدى قيم البيانات ولكنه قيمة تقع بين أقل قيمة في البيانات وأكبر قيمة فيها .
- يتأثر بالقيم المتطرفة في البيانات [كما يتضح من السؤالين التاليين] .

س ٢ : احسب الوسط الحسابي للقيم :

10 , 15 , 12 , 13 , 9

ج ٢ :

$$\frac{10+15+12+13+9}{5}=\frac{59}{5}=\underline{\underline{11.8}}$$

س ٣ : احسب الوسط الحسابي للقيم :

10 , 15 , 12 , 13 , 900

ج ٣ :

$$\frac{10+15+12+13+900}{5}=\frac{950}{5}=\underline{\underline{190}}$$

- حاصل ضرب قيمة الوسط الحسابي في عدد البيانات = مجموع قيم البيانات

وهذا واضح من تعريف الوسط الحسابي :

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} \quad \xrightarrow[\text{أن}]{\text{تعني}} \quad n \times \bar{x} = \sum x$$

فمثلاً

9 | 2 | 7 | 12 | 10

خمس درجات وسطها الحسابي 8

$$\underbrace{5 \times 8}_{=40} = \underbrace{9+2+7+12+10}_{=40}$$

- إذا أضفنا عدد ثابت c لكل قيمة من قيم البيانات ، فإن :

الوسط الحسابي الجديد = الوسط الحسابي القديم + العدد الثابت c

بيانات قديمة: 9 | 2 | 7 | 12 | 10 — خمس درجات وسطها الحسابي 8

إضافة 1 لكل قيمة

بيانات جديدة: 10 | 3 | 8 | 13 | 11 — خمس درجات وسطها الحسابي 9 [= 1 + 8]

- إذا ضربنا كل قيمة من قيم البيانات في عدد ثابت c ، فإن :

الوسط الحسابي الجديد = الوسط الحسابي القديم x العدد الثابت c

بيانات قديمة: 9 | 2 | 7 | 12 | 10 — خمس درجات وسطها الحسابي 8

ضرب كل قيمة في 1.1

بيانات جديدة: 9.9 | 2.2 | 7.7 | 13.2 | 11 — خمس درجات وسطها الحسابي 8.8 [= 1.1 x 8]

سلي نفسك بهذا السؤال : اعتبر نفسك مدرساً للطلاب الخمسة المذكورين في س ١ [كانت درجاتهم (من 20) كالتالي : 10 , 12 , 7 , 2 , 9] وأردت أن تحسن من الوسط الحسابي لدرجاتهم ، أيهما أفضل : أن نزيد درجة كل طالب 5 درجات أم نزيد درجة كل طالب 50% من قيمتها ؟ علل إجابتك .

أضف إجابتك هنا واحتفظ بهذه الصفحة كصفحة من صفحات المحاضرة :

(٢) حساب الوسط الحسابي لبيانات كمية متقطعة ذات تكرارات

س : أوجد الوسط الحسابي للأرقام :

5 , 5 , 5 , 5 , 5 , 5 , 3 , 3 , 6 , 6 , 4 , 4 , 4 , 4 , 4 , 2 , 2 , 8 , 8 , 8

ج : بتطبيق مباشر للتعريف :

$$\bar{x} = \frac{(5+5+5+5+5+5)+(3+3)+(6+6)+(4+4+4+4+4)+(2+2)+(8+8+8)}{20} = \frac{96}{20} = 4.8$$

لاحظ أن الرقم 5 متكرر 6 مرات ، الرقم 3 مرتان ، والرقم 6 مرتان ، والرقم 4 متكرر 5 مرات ، والرقم 2 مرتان ، والرقم 8 ثلاث مرات ، وبالتالي يمكن عمل العملية الحسابية السابقة كالآتي :

$$\bar{x} = \frac{(6 \times 5) + (2 \times 3) + (2 \times 6) + (5 \times 4) + (2 \times 2) + (3 \times 8)}{6 + 2 + 2 + 5 + 2 + 3}$$

$$= \frac{30+6+12+20+4+24}{20} = \frac{96}{20} = \underline{\underline{4.8}}$$

وهذا يمكن إنجازه بيسر من خلال الجدول التكراري للبيانات كالتالي :

$$\frac{30+6+12+20+4+24}{20}=\frac{96}{20}$$

نعمل هذا العمود : حاصل ضرب كل قيمة في تكرارها

x

المتغير x	التكرار f	fx
5	6	30
3	2	6
6	2	12
4	5	20
2	2	4
8	3	24
	20	96

$\sum f = 20$ $\sum fx = 96$

ده الجدولَ التكراري بتاعنا [مُعطى أو نعمله]

$\therefore$

$$\bar{x}=\frac{\sum fx}{\sum f}=\frac{96}{20}=4.8$$

أي أنه في حالة البيانات الكمية المتقطعة ذات التكرارات يمكن حساب الوسط الحسابي من العلاقة :

$$\bar{x}=\frac{\sum fx}{\sum f}$$

حيث $\sum f$ هو مجموع التكرارات

$\sum fx$ هو مجموع حاصل ضرب كل قيمة في تكرارها

س : من مائة رقم يتكرر الرقم 4 عشرون مرة ، والرقم 5 أربعون مرة ، والرقم 6 ثلاثون مرة ، والباقي كانوا الرقم 7 . احسب الوسط الحسابي للمائة رقم .

ج : بتكوين الجدول التكراري للأرقام المذكورة ، ثم بضرب كل قيمة في تكرارها والتجميع [عمود fx] يكون الوسط الحسابي للأرقام المذكورة هو :

$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{\sum f} = \frac{530}{100} = 5.3$$

الجدول التكراري		
المتغير x	التكرار f	fx
4	20	80
5	40	200
6	30	180
7	10	70
	100	530
	$\sum f = 100$	$\sum fx = 530$

(٣) حساب الوسط الحسابي لبيانات كمية متصلة

عندما نتعامل مع بيانات متصلة تُعطى فيها قيم المتغير على صورة فترات ، فيمكن اعتبار أن جميع القيم داخل الفترة مطابقة لمركز الفئة ، وبالتالي يمكن استخدام الصيغة السابقة لحساب الوسط الحسابي :

$$\bar{x} = \frac{\sum f\, x_0}{\sum f}$$

حيث $\sum f$ هو مجموع التكرارات ، $\sum f\, x_0$ هو مجموع حاصل ضرب مركز كل فئة في تكرار الفئة

فمثلاً في المثال التوضيحي (٢–٤) [شريحة ٤ – المحاضرة الرابعة] يكون الوسط الحسابي لأطوال سيقان الأزهار (بوحدات السنتيمتر) هو :

$$\bar{x} = \frac{\sum f\, x_0}{\sum f} = \frac{1585}{50} = \underline{\underline{31.7}}$$

الجدول التكراري

الفئة	المتغير x (الطول)	التكرار f	مركز الفئة x_0	fx_0
الأولى	$0 \le x < 20$	4	10	40
الثانية	$20 \le x < 30$	16	25	400
الثالثة	$30 \le x < 35$	12	32.5	390
الرابعة	$35 \le x < 40$	10	37.5	375
الخامسة	$40 \le x < 50$	6	45	270
السادسة	$50 \le x < 60$	2	55	110
		$\sum f = 50$		$\sum f\, x_0 = 1585$

وفي مثال (٢–٦) [شريحة ١٦ – المحاضرة الخامسة] يكون الوسط الحسابي للأجر السنوي للعاملين (بآلاف الريالات) هو :

$$\bar{x} = \frac{\sum f\, x_0}{\sum f} = \frac{5025}{60} = \underline{\underline{83.75}}$$

الجدول التكراري

الفئة	المتغير (الأجر) x	التكرار f	مركز الفئة x_0	fx_0
الأولى	$50 \le x < 60$	6	55	330
الثانية	$60 \le x < 70$	9	65	585
الثالثة	$70 \le x < 80$	15	75	1125
الرابعة	$80 \le x < 90$	12	85	1020
الخامسة	$90 \le x < 100$	9	95	855
السادسة	$100 \le x < 120$	6	110	660
السابعة	$120 \le x < 180$	3	150	450
		$\sum f = 60$		$\sum f\, x_0 = 5025$

من كل ما سبق يمكن استعراض مزايا وعيوب الوسط الحسابي كالتالي :

- يمكن تحديد قيمة الوسط الحسابي بالضبط ، كما أن طريقة تحديده سهلة [ميزة].
- يأخذ في الاعتبار جميع البيانات [ميزة] .
- لا يتأثر بترتيب البيانات [ميزة] .
- يتأثر بالقيم المتطرفة في البيانات [عيب] .
- لا يمكن حسابه بالرسم ، أي بيانياً [عيب] .

سلي نفسك لغاية ما نتقابل بإذن الله

(١) درجات طالب في ست امتحانات هي : 78 , 87 , 68 , 72 , 91 , 84 . أوجد الوسط الحسابي لهذه الدرجات . [الإجابة : 80]

(٢) أوجد الوسط الحسابي للقياسات : 40.6 , 39.8 , 39.2 , 40.3 , 39.5 , 40.2 , 39.7 , 39.2 , 40.9 , 38.8 . [الإجابة : 39.82]

(٣) (أ) الأجر الشهري لأربعة موظفين (بالريال) هو : 30000 , 6500 , 6000 , 5000 . أوجد الوسط الحسابي للأجور [الإجابة 11875 ريال]

(ب) هل يمكن القول بأن هذا الأجر ممثل للأجور ؟ . علل إجابتك . [الإجابة : لا] . علل أنت بقى . .

(٤) مجموعة من الأرقام مكونة من ست ستات ، سبع سبعات ، ثماني ثمانيات ، وتسع تسعات ، وعشر عشرات . ما هو الوسط الحسابي للأرقام ؟ [الإجابة : 8.25]

(٥) الجدول المرافق يعطي التوزيع التكراري لأوزان 100 طالب بوحدات الكيلوجرام . أوجد الوسط الحسابي للوزن ..

الوزن x (بالكيلو)	60 -	62 -	66 -	68 -	72 - 74
عدد الطلاب f	5	18	42	27	8

[الإجابة : 67.45]

تمت بحمد الله