اسم المقرر

مبادئ الإحصاء

د. سعيد سيف الدين

جامعة الملك فيصل

عمادة التعلم الإلكتروني والتعليم عن بعد

الحمد لله رب العالمين ، والصلاة والسلام على خاتم الأنبياء والمرسلين سيدنا ونبينا محمد بن عبد الله وعلى آله وصحبه أجمعين

المحاضرة التاسعة

[تابع] الباب الثالث
مقاييس النزعة المركزية

عناصر المحاضرة

- المنوال
- العلاقة بين المتوسطات الثلاثة : الوسط ، الوسيط ، المنوال
- مقارنة بين المتوسطات الثلاثة : الوسط ، الوسيط ، المنوال
- مراجعة على كل ما تقدم من المحاضرة السابعة حتى المنوال

من خلال مسائل "سلي نفسك" المتروكة لسعادتك

المنوال

تعريف المنوال [الشائع] :

يُعرف المنوال لمجموعة من القيم على أنه القيمة التي تتكرر أكثر من غيرها أو القيمة الأكثر شيوعاً [لذا يُسمى في بعض الأحيان بالـــ "الشائع"] . وأحياناً يُرمز للمنوال بالرمز $\hat{X}$

فمثلاً :

مجموعة القيم 18 16 12 11 10 10 9 9 9 7 5 2 2 لها منوال 9

ومجموعة القيم 16 15 12 10 8 5 3 9 ليس لها منوال [أو عديمة المنوال]

ومجموعة القيم 9 7 7 7 5 5 4 4 4 3 2 لها منوالان 7 , 4

أي أن مجموعة القيم قد تكون وحيدة المنوال [لها منوال واحد] ، وقد تكون عديدة المنوال [منوالان أو أكثر] وقد تكون عديمة المنوال [لا يوجد لها منوال]

أما مجموعة القيم 7 7 6 6 5 5 4 4 فقد تتسرع وتقول أنها رباعية المنوال ومناوالها : 4 , 5 , 6 , 7

لكن [حيث أن جميع القيم لها نفس التكرار] هذه المجموعة الأخيرة عديمة المنوال

والمنوال [مقارنةً بالوسط الحسابي والوسيط] به العديد من العيوب منها :

- أنه لا يأخذ في الاعتبار جميع البيانات ولكنه يهتم فقط بالقيم الأكثر تكراراً .
- أنه قد لا يتواجد أو قد يكون هناك أكثر من منوال للبيانات .

إلا أنه أيضاً يتميز ببعض المزايا منها :

- أنه أسرع في تحديده من الوسط والوسيط
- من الممكن تحديده للتوزيعات التكرارية للبيانات المنفصلة سواء كانت تلك البيانات كمية متقطعة أو نوعية [والبيانات الأخيرة (النوعية) لا يمكن حساب الوسط الحسابي لها أو الوسيط]

بيانات منفصلة

درجات طلاب في مقرر الإحصاء	
عدد الطلاب	درجة الطالب
28	12
24	14
39	16
9	18

بيانات كمية متقطعة

لها منوال وحيد وهو "الدرجة 16"

درجات طلاب في مقرر الإنجليزي	
عدد الطلاب	درجة الطالب
23	12
30	14
30	16
17	18

بيانات كمية متقطعة

لها منوالان وهما "16 , 14"

درجات طلاب في مقرر الفقه	
عدد الطلاب	درجة الطالب
25	12
25	14
25	16
25	18

بيانات كمية متقطعة

ليس لها منوال

سيارات في أحد المواقف	
عدد السيارات	لون السيارة
10	أحمر R
23	أزرق B
12	أبيض W
5	أصفر Y

بيانات نوعية

لها منوال وهو "اللون الأزرق"

وماذا عن التوزيعات التكرارية للبيانات الكمية المتصلة

الموضوع في غاية البساطة :

- حدد **الفئة المنوالية** [وهي الفئة التي يناظرها أكبر كثافة تكرار]
- حدد **المنوال** [وهو (تقريباً) مركز الفئة المنوالية]

فمثلاً في التوزيع التكراري المبين [مثال (٢-٤)/المحاضرة ٤/شريحة ٤]

	الجدول التكراري				
	المتغير x	التكرار f	طول الفئة c	مركز الفئة x_0	كثافة التكرار
الفئة لأولى	$0 \le x < 20$	4	20	10	0.2
الفئة الثانية	$20 \le x < 30$	16	10	25	1.6
الفئة الثالثة	$30 \le x < 35$	12	5	32.5	2.4
الفئة الرابعة	$35 \le x < 40$	10	5	37.5	2
الفئة الخامسة	$40 \le x < 50$	6	10	45	0.6
الفئة السادسة	$50 \le x < 60$	2	10	55	0.2
		$\sum f = 50$			

أكبر كثافة تكرار

إذن الفئة المنوالية هي **الفئة الثالثة**

والمنوال = **32.5**

وبالرغم من هذه البساطة إلا أن هناك **تنبيه** و **تحذير**

بالنسبة للتنبيه : فالطريقة السابقة [اعتبار أن مركز الفئة المنوالية هو المنوال] هي طريقة تقريبية ، لكن هناك طرق أخرى حسابية وبيانية تعطي تقريباً أكثر دقة ، لكننا لن نتطرق لهذه الطرق في هذا المكان وذلك للتبسيط

وبالنسبة للتحذير : فالفئة المنوالية هي الفئة التي يناظرها أكبر كثافة تكرار وليس أكبر تكرار ، ويتفق اللفظان "أكبر كثافة تكرار" و "أكبر تكرار" فقط إذا كانت أطوال الفئات واحدة .

فمثلاً في المثال السابق ، إذا قلنا أن الفئة المنوالية هي الفئة المناظرة لأكبر تكرار فستكون تلك الفئة هي الفئة الثانية [وهذا خطأ جسيم] في حين أن الفئة المنوالية هي الفئة الثالثة [كما سبق وبينا] .

الجدول التكراري

	المتغير x	التكرار f	طول الفئة c	مركز الفئة x_0	كثافة التكرار
الفئة لأولى	$0 \le x < 20$	4	20	10	0.2
الفئة الثانية ← الفئة المنوالية [خطأ جسيم]	$20 \le x < 30$	16	10	25	1.6
الفئة الثالثة ← الفئة المنوالية [كده صح]	$30 \le x < 35$	12	5	32.5	2.4
الفئة الرابعة	$35 \le x < 40$	10	5	37.5	2
الفئة الخامسة	$40 \le x < 50$	6	10	45	0.6
الفئة السادسة	$50 \le x < 60$	2	10	55	0.2
		$\sum f = 50$			

وإليك بعض الحالات التي قد **تخدعك**

س : في كل حالة من الحالات التالية حدد المنوال

حالة (١) [أنظر الجدول التكراري (١)] :

	الجدول التكراري (١)				
	x	f	طول الفئة	مركز الفئة	كثافة التكرار
الفئة لأولى	$0 \le x < 20$	4	20	10	0.2
الفئة الثانية	$20 \le x < 30$	18	10	25	1.8
الفئة الثالثة	$30 \le x < 45$	18	15	37.5	1.2
الفئة الرابعة	$45 \le x < 55$	8	10	50	0.8

إذا اعتمدنا في ردنا على التكرار فستكون الإجابة :

التوزيع : ثنائي المنوال ، والفئات المنوالية هي الثانية والثالثة ،

والمنوالان هما 25 و 37.5 [مراكز فئات المنوال] . **خطأ**

أما الإجابة الصحيحة فهي التي تعتمد على كثافة التكرار وليس التكرار :

التوزيع : وحيد المنوال ، والفئة المنوالية هي الثانية ، والمنوال هو 25 [مركز الفئة المنوالية] . **كده صح [يحميك يا بني]**

حالة (٢) [أنظر الجدول التكراري (٢)] :

	الجدول التكراري (٢)				
	x	f	طول الفئة	مركز الفئة	كثافة التكرار
الفئة لأولى	$0 \le x < 20$	4	20	10	0.2
الفئة الثانية	$20 \le x < 60$	8	40	40	0.2
الفئة الثالثة	$60 \le x < 70$	2	10	75	0.2
الفئة الرابعة	$70 \le x < 75$	1	5	72.5	0.2

إذا اعتمدنا في ردنا على التكرار فستكون الإجابة :

التوزيع : وحيد المنوال ، والفئة المنوالية هي الثانية ، والمنوال

هو 40 [مركز الفئة المنوالية] . **خطأ**

أما الإجابة الصحيحة فهي التي تعتمد على كثافة التكرار وليس التكرار :

التوزيع : عديم المنوال [أي ليس هناك منوال] **كده صح [يحميك يا بنتي]**

حالة (٣) [أنظر الجدول التكراري (٣)] :

	الجدول التكراري (٣)				
	x	f	طول الفئة	مركز الفئة	كثافة التكرار
الفئة لأولى	$0 \le x < 5$	4	5	2.5	0.8
الفئة الثانية	$5 \le x < 15$	16	10	10	1.6
الفئة الثالثة	$15 \le x < 20$	8	5	17.5	1.6
الفئة الرابعة	$20 \le x < 60$	20	40	40	0.5

إذا اعتمدنا في ردنا على التكرار فستكون الإجابة :

التوزيع : وحيد المنوال ، والفئة المنوالية هي الرابعة ، والمنوال هو 40 [مركز الفئة المنوالية] . خطأ

أما الإجابة الصحيحة فهي التي تعتمد على كثافة التكرار وليس التكرار :

التوزيع : ثنائي المنوال ، والفئات المنوالية هي الثانية و الثالثة ، والمنوالان هما 10 و 17.5 [مراكز الفئات المنوالية] .

كده صح [برافو عليك يا بنتي]

حالة (٤) [أنظر الجدول التكراري (٤)] :

	الجدول التكراري (٤)				
	x	f	طول الفئة	مركز الفئة	كثافة التكرار
الفئة لأولى	$0 \le x < 10$	18	10	5	1.8
الفئة الثانية	$10 \le x < 20$	20	10	15	2
الفئة الثالثة	$20 \le x < 30$	25	10	25	2.5
الفئة الرابعة	$30 \le x < 40$	12	10	35	1.2

إذا اعتمدنا في ردنا على التكرار فستكون الإجابة :

التوزيع : وحيد المنوال ، والفئة المنوالية هي الثالثة ، والمنوال هو 25 [مركز الفئة المنوالية] . صح

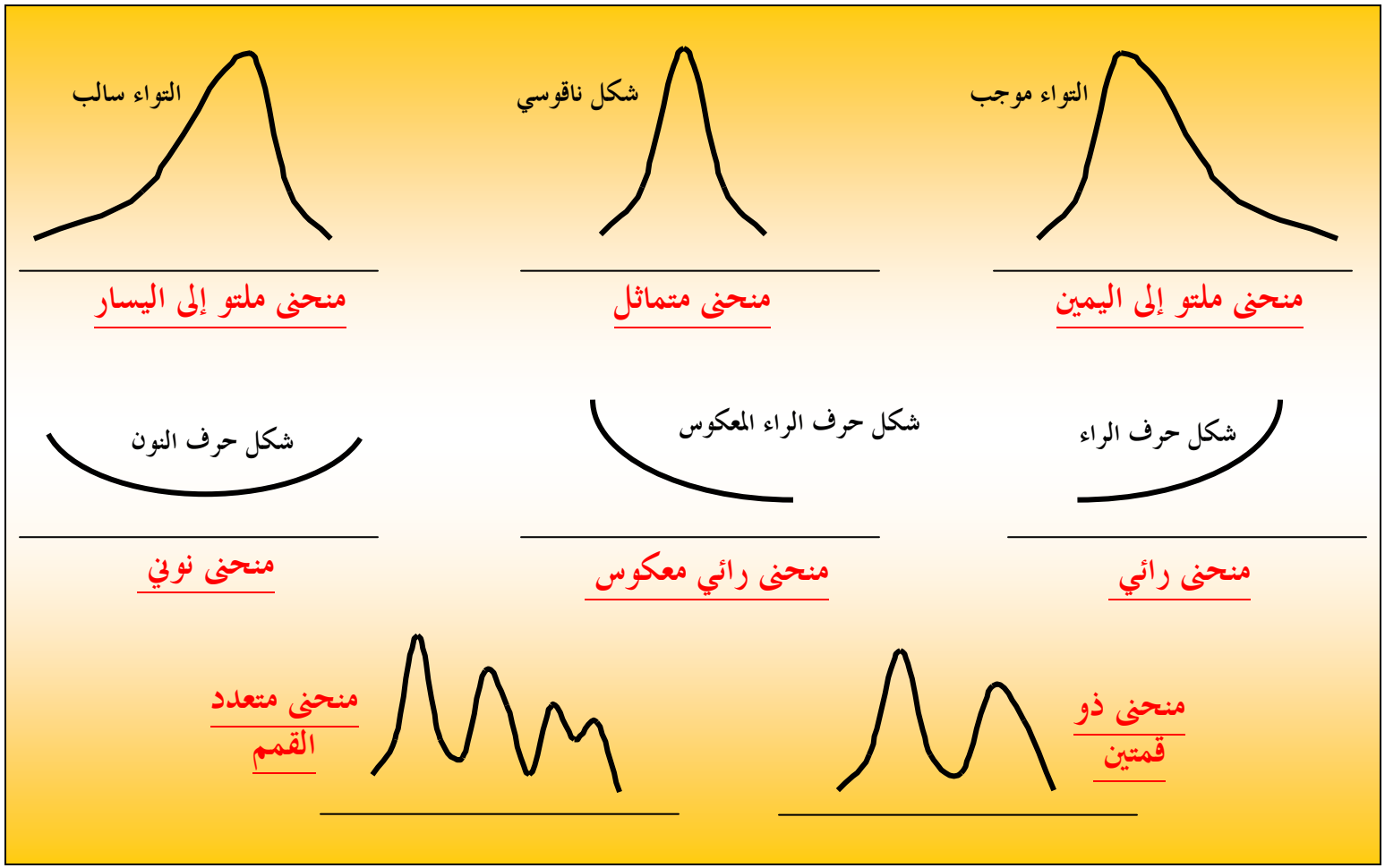
طيب ليه هنا صح ؟ لأن الفئات متساوية الأطوال ، وبالتالي الفئة ذات أكبر كثافة تكرار هي نفسها الفئة ذات أكبر تكرار

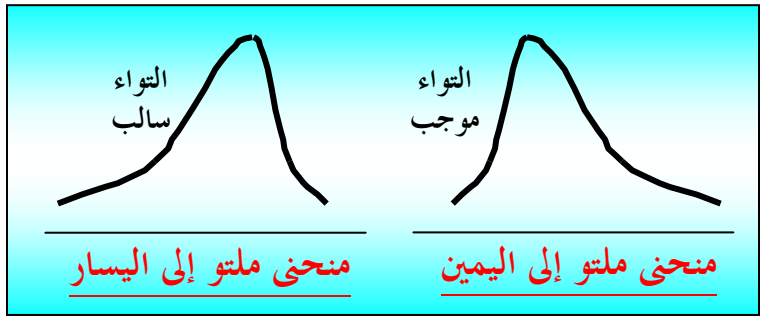
تأكد من ذلك بنفسك يا بني

العلاقة بين المتوسطات الثلاثة : الوسط ، الوسيط و المنوال

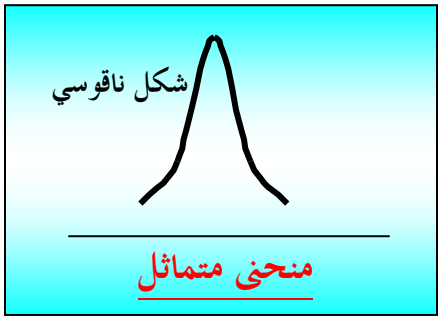
علاقة اعتبارية (تقريبية) بين المتوسطات الثلاثة : الوسط والوسيط والمنوال

المنحنيات التكرارية التي تظهر في الناحية العملية تأخذ أشكالاً مميزة كالأشكال التالية :





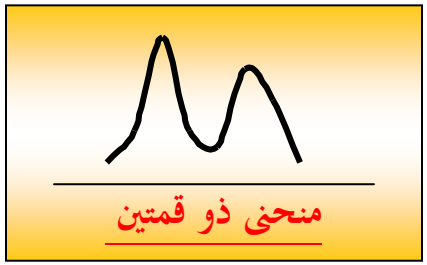
قد يكون المنحنى قريباً من التماثل لكن أحد طرفيه يمتد أكثر من الآخر على جانبي مركز النهاية العظمي . فإذا كان الطرف الأيمن أطول يكون المنحنى في هذه الحالة ملتوياً إلى اليمين ، بينما لو كان العكس صحيحاً يكون ملتوياً إلى اليسار



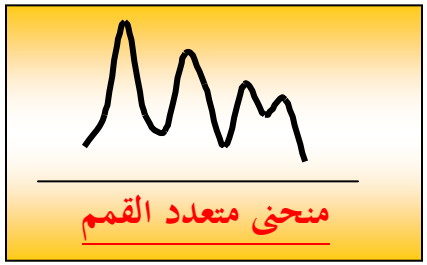
في المنحنى التكراري المتماثل تكون النهاية العظمى في المنتصف وتكون المشاهدات المتساوية البعد عن مركز النهاية العظمى لها نفس التكرارات

في المنحنيات ذات الشكل الرائي أو الرائي المعكوس فإن نقطة النهاية العظمى للمنحنى تقع عند أحد طرفي المنحنى

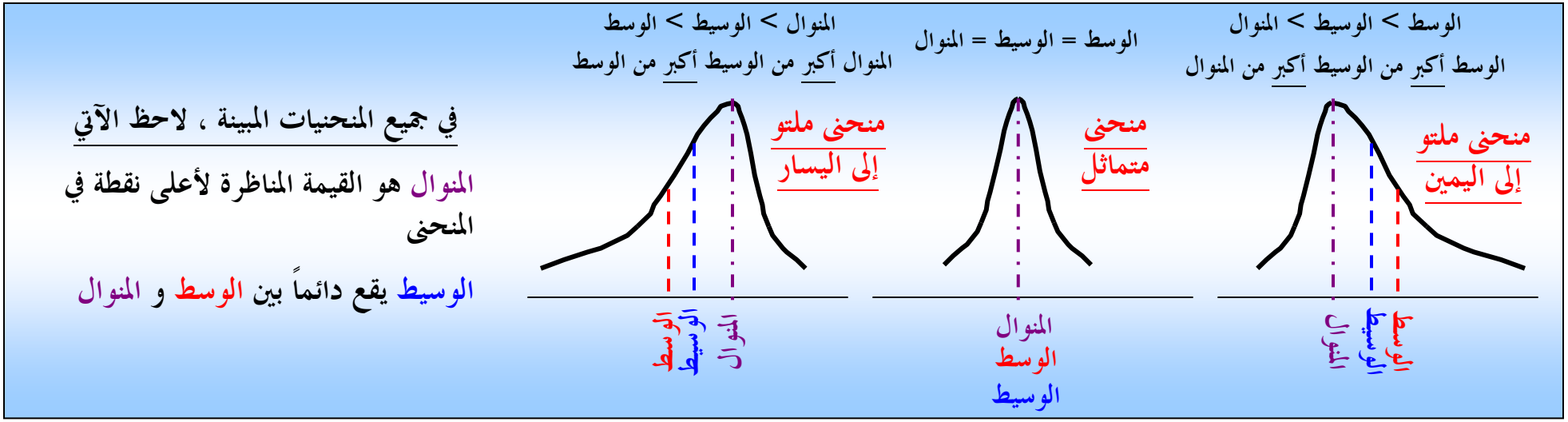
والمنحنى النوني له نهاية عظمى عند كلٍ من طرفيه



والمنحنى ذو القمتين له نهايتان عظمتان



والمنحنى متعدد القمم له أكثر من نهايتين عظمتين



والمنحنيات التكرارية **وحيدة المنوال والبسيطة الالتواء** تحقق العلاقة الاعتبارية التالية :

$$\text{الوسط} - \text{المنوال} = ٣ \times (\text{الوسط} - \text{الوسيط})$$

وهذه العلاقة يمكن وضعها على أي صورة من الصور التالية

$$\text{الوسط} = \frac{(٣ \times \text{الوسيط}) - \text{المنوال}}{٢}$$

وهذه الصورة مفيدة عندما يكون الوسيط و المنوال معلومان ونريد معرفة الوسط الحسابي

$$\text{المنوال} = (٣ \times \text{الوسيط}) - (٢ \times \text{الوسط})$$

وهذه الصورة مفيدة عندما يكون الوسط الحسابي و الوسيط معلومان ونريد معرفة المنوال

$$\text{الوسيط} = \frac{(٢ \times \text{الوسط}) + \text{المنوال}}{٣}$$

وهذه الصورة مفيدة عندما يكون الوسط الحسابي و المنوال معلومان ونريد معرفة الوسيط

- فمثلاً إذا كان المنوال لمجموعة من القيم = 95 ، والوسيط لها = 85 ، فإن :

$$\text{الوسط} = \frac{(٣ \times \text{الوسيط}) - \text{المنوال}}{٢} = \frac{(٣ \times ٨٥) - ٩٥}{٢} = \frac{٢٢٥ - ٩٥}{٢} = \frac{١٦٠}{٢} = ٨٠$$

- وإذا كان الوسط الحسابي لمجموعة من القيم = 80 ، والوسيط لها = 85 ، فإن :

$$\text{المنوال} = (٣ \times \text{الوسيط}) - (٢ \times \text{الوسط}) = (٣ \times ٨٥) - (٢ \times ٨٠) = ٢٥٥ - ١٦٠ = ٩٥$$

- وإذا كان الوسط الحسابي لمجموعة من القيم = 80 ، والمنوال لها = 95 ، فإن :

$$\text{الوسيط} = \frac{(٢ \times \text{الوسط}) + \text{المنوال}}{٣} = \frac{(٢ \times ٨٠) + ٩٥}{٣} = \frac{١٦٠ + ٩٥}{٣} = \frac{٢٥٥}{٣} = ٨٥$$

سؤال متروك إجابته لك : المنحنى التكراري للبيانات المذكورة في أيٍ من الأمثلة السابقة :

◯ ملتو لليمين ◯ ملتو لليسار ◯ متماثل

الإجابة موجودة في الصفحة السابقة [على وجه التحديد] وعليك استخراجها

مقارنة بين المتوسطات الثلاثة : الوسط ، الوسيط ، المنوال

الوسط الحسابي

مزاياه :

- سهولة حسابه
- يأخذ في الاعتبار جميع البيانات
- لا يحتاج إلى ترتيب معين للبيانات

عيوبه :

- يتأثر بشدة بالقيم المتطرفة
- لا يمكن إيجاده بالرسم [بيانياً]
- لا يمكن حسابه في حالات التوزيعات التكرارية المفتوحة

الأكثر استخداماً

الوسيط

مزاياه :

- سهولة حسابه حسابياً أو بيانياً
- لا يتأثر بالقيم المتطرفة
- يمكن حسابه في حالة التوزيعات التكرارية المفتوحة

عيوبه :

- يحتاج إلى ترتيب للبيانات أولاً
- لا يأخذ في الاعتبار جميع البيانات

يفضل استخدامه في الحالات التي لا نستطيع فيها حساب الوسط الحسابي

المنوال

مزاياه :

- سهولة حسابه
- لا يتأثر كثيراً بالقيم المتطرفة
- لا يحتاج لترتيب البيانات

عيوبه :

- قد لا يتواجد وقد يكون له أكثر من قيمة

أقل مقاييس النزعة المركزية استخداماً

يمكن حسابها للبيانات الكمية

في بعض الحالات يمكن تحديده للبيانات النوعية

سلي نفسك لغاية ما نتقابل بإذن الله

في كلٍ من المسائل من (١) حتى (٥) أوجد الوسط الحسابي $\bar{x}$ ، الوسيط M ، المنوال $\hat{X}$.

(١) 3 , 5 , 2 , 6 , 5 , 9 , 5 , 2 , 8 , 6 الإجابة : $\bar{x}=5.1, M=5, \hat{X}=5$

(٢) 5 , 4 , 8 , 3 , 7 , 2 , 9 الإجابة : $\bar{x}=5.4, M=5, \hat{X}=-$ [الـ "–" تعني "غير موجود]

(٣) 18.3 , 20.6 , 19.3 , 22.4 , 20.2 , 18.8 , 19.7 , 20.0 الإجابة : $\bar{x}=19.2, M=19.9, \hat{X}=-$

(٤) 85 , 76 , 93 , 82 , 94 الإجابة : $\bar{x}=86, M=85, \hat{X}=-$

(٥) 6 [ست مرات] ، 7 [سبع مرات] ، 8 [ثماني مرات] ، 9 [تسع مرات] ، 10 [عشر مرات] الإجابة : $\bar{x}=8.25, M=8, \hat{X}=10$

---

(٦) الجدول التكراري المرافق يبين توزيع أقطار رؤوس مسامير x [بالمليمتر] منتجة بواسطة شركة ما . احسب الوسط الحسابي ، الوسيط ، والمنوال للأقطار

الإجابة : $\bar{x}=26.20, M=85, \hat{X}=22.50$

	الجدول التكراري	
	x	f
الفئة لأولى	$10 \le x < 15$	3
الفئة الثانية	$15 \le x < 20$	7
الفئة الثالثة	$20 \le x < 25$	16
الفئة الرابعة	$25 \le x < 30$	12
الفئة الخامسة	$30 \le x < 35$	9
الفئة السادسة	$35 \le x < 40$	5
الفئة السابعة	$40 \le x < 45$	2
		54

مراجعة على الباب الثالث

مقاييس النزعة المركزية [المحاضرات ٧ ، ٨ ، ٩]

من خلال مسائل "سلي نفسك" المتروكة لسعادتك في المحاضرات ٧ ، ٨ ، ٩

يُرجى قبل الانتقال للشريحة التالية أن يكون الطالب/الطالبة قد راجع المحاضرات من السابعة حتى الشريحة الحالية حتى تكون المراجعة القادمة مجدية . وبالله التوفيق

سؤال [سلي نفسك] – المحاضرة ٧ – شريحة ٩ : اعتبر نفسك مدرساً للطلاب الخمسة المذكورين في س ١ [كانت درجاتهم (من 20) كالتالي : 10 , 12 , 7 , 2 , 9] وأردت أن تحسن من الوسط الحسابي لدرجاتهم ، أيهما أفضل : أن نزيد درجة كل طالب 5 درجات أم نزيد درجة كل طالب 50% من قيمتها ؟ علل إجابتك .

بالمقارنة : فإن إضافة 5 درجات لكل طالب ستحسن الوسط الحسابي للدرجات بصورة أفضل من زيادة كل درجة من الدرجات بنسبة 50% من قيمتها

الوسط الحسابي لدرجات الطلاب هو : $\bar{x}=\frac{\sum x}{n}=\frac{9+2+7+12+10}{5}=\frac{40}{5}=8$

وعند إضافة 5 لكل درجة يصبح الوسط الجديد : 8 + 5 = 13

أما إذا أضفنا لكل درجة 50% من قيمتها ، أي ضربنا كل قيمة في $1.5=\frac{150}{100}$

يصبح الوسط الجديد : 8 x 1.5 = 12 . إذن الأسلوب الأول أفضل لتحسين الوسط الحسابي .

أم وليد بقى واحدة متمكنة حا تحل إزاي حا تحل كده

تصفيق حاد من أبو وليد

سلي نفسك : المحاضرة ٧ – شريحة ١٤ – س ٢ : ما هو الوسط الحسابي للقياسات

38.8 , 40.9 , 39.2 , 39.7 , 40.2 , 39.5 , 40.3 , 39.2 , 39.8 , 40.6

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{38.8 + 40.9 + 39.2 + 39.7 + 40.2 + 39.5 + 40.3 + 39.2 + 39.8 + 40.6}{10} = \frac{398.2}{10} = \underline{\underline{39.82}}$$

سلي نفسك : المحاضرة ٧ – شريحة ١٤ – س ٣ : الوسط الحسابي للأجور : **30000 , 6500 , 6000 , 5000** هو :

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{5000 + 6000 + 6500 + 30000}{4} = \frac{47500}{4} = \underline{\underline{11875}}$$

وهو لا يمكن أن يكون ممثلاً للأجور نظراً لتأثره بالقيمة (المتطرفة) **30000**

سلي نفسك : المحاضرة ٧ – شريحة ١٤ – س ٤ : الوسط الحسابي لـــ **6** ستات ، **7** سبعات ، **8** ثمانيات ، **9** تسعات ، **10** عشرات

هو :

$$\bar{x} = \frac{\sum f x}{\sum f} = \frac{(6\times6) + (7\times7) + (8\times8) + (9\times9) + (10\times10)}{6 + 7 + 8 + 9 + 10} = \frac{36 + 49 + 64 + 81 + 100}{40} = \frac{330}{40} = \underline{\underline{8.25}}$$

ويمكنك الحل بعمل جدول تكراري [لكن لا يستدعي الأمر ذلك] .

x	f	fx
6	6	36
7	7	49
8	8	64
9	9	81
10	10	100
	40	330
	$\sum f = 40$	$\sum fx = 330$

$$\bar{x} = \frac{\sum f x}{\sum f} = \frac{330}{40} = \underline{\underline{8.25}}$$

سلي نفسك : المحاضرة ٧ – شريحة ١٤ – س ٥ :

للبيانات المجمعة (بيانات كمية متصلة) المعطاة [والمبينة أمامك] يمكن حساب الوسط الحسابي كالتالي :

الجدول التكراري

الفئة	المتغير x (الطول)	التكرار f	مركز الفئة x_0	fx_0
الأولى	$60 \le x < 62$	5	61	305
الثانية	$62 \le x < 66$	18	64	1152
الثالثة	$66 \le x < 68$	42	67	2814
الرابعة	$68 \le x < 72$	27	70	1890
الخامسة	$72 \le x < 74$	8	73	584
		$\sum f = 100$		$\sum f x_0 = 6745$

$$\bar{x} = \frac{\sum f x_0}{\sum f} = \frac{6745}{100} = \underline{\underline{67.45}}$$

سلي نفسك : المحاضرة ٩ – شريحة ١٥ :

أوجد الوسط الحسابي $\bar{x}$ ، الوسيط M ، المنوال $\hat{X}$ للبيانات التالية :

(١) 3 , 5 , 2 , 6 , 5 , 9 , 5 , 2 , 8 , 6

(٢) 5 , 4 , 8 , 3 , 7 , 2 , 9

(٣) 18.3 , 20.6 , 19.3 , 22.4 , 20.2 , 18.8 , 19.7 , 20.0

(٤) 85 , 76 , 93 , 82 , 94

(٥) 6 [ست مرات] ، 7 [سبع مرات] ، 8 [ثماني مرات] ، 9 [تسع مرات] ، 10 [عشر مرات]

(١) 3 , 5 , 2 , 6 , 5 , 9 , 5 , 2 , 8 , 6

الوسط : $\bar{x}=\frac{3+5+2+6+5+9+5+2+8+6}{10}=\underline{\underline{5.1}}$

الوسيط : البيانات الأصلية : 3 , 5 , 2 , 6 , 5 , 9 , 5 , 2 , 8 , 6

البيانات بعد ترتيبها تصاعدياً : 2 , 2 , 3 , 5 , 5 , 5 , 6 , 6 , 8 , 9 [عددها 10 (زوجي) ، إذن الوسيط هو الوسط الحسابي للقيمتين الخامسة و السادسة]

$\therefore \quad M=\frac{5+5}{2}=\underline{\underline{5}}$

المنوال : القيمة الأكثر تكراراً : 3 , 5 , 2 , 6 , 5 , 9 , 5 , 2 , 8 , 6 $\leftarrow \quad \hat{X}=\underline{\underline{5}}$

---

(٢) 5 , 4 , 8 , 3 , 7 , 2 , 9

الوسط : $\bar{x}=\frac{5+4+8+3+7+2+9}{7}=5.42857\cong\underline{\underline{5.43}}$

الوسيط : البيانات بعد الترتيب : 2 , 3 , 4 , 5 , 7 , 8 , 9 [عددها 7 (فردي) ، إذن الوسيط هو القيمة الرابعة] $\therefore \quad M=\underline{\underline{5}}$

المنوال : القيمة الأكثر تكراراً : لا يوجد

---

(٣) 18.3 , 20.6 , 19.3 , 22.4 , 20.2 , 18.8 , 19.7 , 20.0

الوسط : $\bar{x}=\frac{18.3+20.6+19.3+22.4+20.2+18.8+19.7+20}{8}=19.9125\cong\underline{\underline{19.91}}$

الوسيط : البيانات بعد الترتيب : 18.3 , 18.8 , 19.3 , 19.7 , 20 , 20.2 , 20.6 , 22.4 [عددها 8 (زوجي) ، إذن الوسيط هو الوسط الحسابي للقيمتين الرابعة و الخامسة]

$\therefore \quad M=\frac{19.7+20}{2}=\underline{\underline{19.85}}$

المنوال : القيمة الأكثر تكراراً : لا يوجد

(٤) 85 , 76 , 93 , 82 , 94

الوسط : $\bar{x} = \frac{85+76+93+82+94}{5} = \underline{\underline{86}}$

الوسيط : البيانات بعد الترتيب : 76 , 82 , **85** , 93 , 94 [عددها 5 (فردي) ، إذن الوسيط هو القيمة الثالثة] $\therefore \quad M = \underline{\underline{85}}$

المنوال : القيمة الأكثر تكراراً : لا يوجد

---

(٥) 6 [ست مرات] ، 7 [سبع مرات] ، 8 [ثماني مرات] ، 9 [تسع مرات] ، 10 [عشر مرات]

الوسط = 8.25

x	f
6	6
7	7
8	8
9	9
10	10
	40

$\sum f = 40$

[سبق حله/شريحة ١٨/هذه المحاضرة]

الوسيط : عدد القيم n هنا هو مجموع التكرارات [أي $\sum f = 40$] زوجي ، وبالتالي هناك قيمتان في المنتصف ترتيبهما 21 , 20 ، وبالتالي يكون الوسيط هو الوسط الحسابي للقيمتين العشرين و الواحد وعشرين

وهاتان القيمتان هما 8 , 8 [كيف عرفتهما] ؟ $\therefore \quad M = \frac{8+8}{2} = \underline{\underline{8}}$

عرفتهما كده :

القيم مرتبة ⟵	6	6	6	6	6	6	7	7	7	7	7	7	7	8	8	8	8	8	8	8	8	9	9	.....
رتبتها ⟵	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	.....

+7 +8

لأن أصغر القيم هو 6 ومتكررة ست مرات ، إذن سيتم ترتيبهم من الأول إلى السادس ، يلي القيم 6 القيمة 7 وتكرارها سبع ، إذن سيتم ترتيبهم من السابع حتى الثالث عشر ، يلي القيم 7 القيمة 8 وتكرارها ثمانية ، إذن سيتم ترتيبهم من الرابع عشر حتى الواحد والعشرون ، إذن القيم ذات الترتيب 21 , 20 ستكون 8 , 8 .

المنوال : هو القيمة الأكثر تكراراً : $\hat{X} = \underline{\underline{10}}$

سلي نفسك : المحاضرة ٩ – شريحة ١٥ : الجدول التكراري المرافق يبين توزيع أقطار رؤوس مسامير x (بالملليمتر) منتجة بواسطة إحدى الشركات . المطلوب حساب الوسط الحسابي والوسيط والمنوال للأقطار .

	x	f	x_0	fx_0
الفئة لأولى	$10 \le x < 15$	3	12.5	37.5
الفئة الثانية	$15 \le x < 20$	7	17.5	122.5
الفئة الثالثة	$20 \le x < 25$	16	22.5	360
الفئة الرابعة	$25 \le x < 30$	12	27.5	330
الفئة الخامسة	$30 \le x < 35$	9	32.5	292.5
الفئة السادسة	$35 \le x < 40$	5	37.5	187.5
الفئة السابعة	$40 \le x < 45$	2	42.5	85
		54		1415

الوسط : لتحديد الوسط ، لابد من تحديد مراكز الفئات أولاً ثم اتباع نفس الخطوات السابق اتباعها في الشريحة (١٩) من هذه المحاضرة ، فيكون :

$$\bar{x} = \frac{\sum f\, x_0}{\sum f} = \frac{1415}{54} = 26.2037037 \cong \underline{\underline{26.20}}$$

المنوال : هنا الفئات متساوية الطول وبالتالي تكون الفئة المنوالية هي الفئة التي يناظرها أكبر تكرار [لأن "أكبر تكرار" يناظره في هذا السؤال "أكبر كثافة تكرار"]

	x	f	
الفئة لأولى	$10 \le x < 15$	3	
الفئة الثانية	$15 \le x < 20$	7	
الفئة الثالثة	$20 \le x < 25$	16	← الفئة المنوالية
الفئة الرابعة	$25 \le x < 30$	12	
الفئة الخامسة	$30 \le x < 35$	9	
الفئة السادسة	$35 \le x < 40$	5	
الفئة السابعة	$40 \le x < 45$	2	
		54	

واخد بالك وواخدة بالك

إذن الفئة المنوالية هنا هي الفئة الثالثة ومركزها [22.5] هو تقريباً المنوال

الوسيط : حسابياً [طريقة الاستكمال]

الفئة	x	f
لأولى	$10 \le x < 15$	3
الثانية	$15 \le x < 20$	7
الثالثة	$20 \le x < 25$	16
الرابعة	$25 \le x < 30$	12
الخامسة	$30 \le x < 35$	9
السادسة	$35 \le x < 40$	5
السابعة	$40 \le x < 45$	2
		54

- احسب $\frac{1}{2}\sum f$: $\frac{1}{2}\sum f = \frac{54}{2} = 27$
- نبدأ بالصفر [في ذهننا]
- نزود على الصفر السابق تكرار الفئة الأولى [3] ينتج 3 [وهي أقل من 27]
- نزود على الـ 3 السابقة تكرار الفئة الثانية [7] ينتج 10 [ما زال أقل من 27]
- نزود على الـ 10 السابقة تكرار الفئة الثالثة [16] ينتج 26 [ما زال أقل من 27]
- نزود على الـ 26 السابقة تكرار الفئة الرابعة [12] ينتج 38 [أكبر من 27]

إذن الفئة الرابعة هي الفئة الوسيطية

حدها الأدنى 25 وطولها 5 [= 25 – 30] ، وتكرارها 12

- التكرار المتجمع السابق = مجموع تكرارات الفئات الأولى والثانية والثالثة

$= 3 + 7 + 16 = 26$

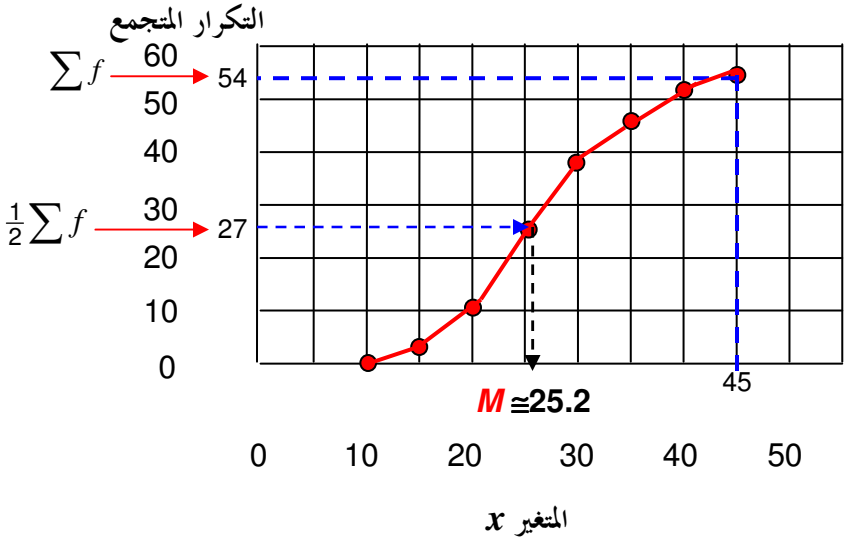
$$M = 25 + \left[\frac{(27-26)}{12} \times 5\right] = 25 + \left[\frac{1}{12} \times 5\right] = 25 + 0.41666$$

$$= 25.416666 \cong 25.42$$

الوسيط : بيانياً [المضلع التكراري المتجمع الصاعد]

النقطة	f متجمع	x
(10 , 0)	0	$x < 10$
(15 , 3)	3	$x < 15$
(20 , 10)	10	$x < 20$
(25 , 26)	26	$x < 25$
(30 , 38)	38	$x < 30$
(35 , 47)	47	$x < 35$
(40 , 52)	52	$x < 40$
(45 , 54)	54	$x < 45$

- نكون الجدول التكراري المتجمع الصاعد .
- ومنه نرسم المضلع المتجمع الصاعد.
- تكون قيمة الوسيط هي قيمة المتغير x المناظرة لتكرار متجمع قدره $\frac{1}{2}\sum f = 27$



الوسيط : حسابياً [طريقة الاستكمال]

الفئة	x	f
لأولى	$10 \le x < 15$	3
الثانية	$15 \le x < 20$	7
الثالثة	$20 \le x < 25$	16
الرابعة	$25 \le x < 30$	12
الخامسة	$30 \le x < 35$	9
السادسة	$35 \le x < 40$	5
السابعة	$40 \le x < 45$	2
		54

- احسب $\frac{1}{2}\sum f$: $\frac{1}{2}\sum f = \frac{54}{2} = 27$
- نبدأ بالصفر [في ذهننا]
- نزود على الصفر السابق تكرار الفئة الأولى [3] ينتج 3 [وهي أقل من 27]
- نزود على الـ 3 السابقة تكرار الفئة الثانية [7] ينتج 10 [ما زال أقل من 27]
- نزود على الـ 10 السابقة تكرار الفئة الثالثة [16] ينتج 26 [ما زال أقل من 27]
- نزود على الـ 26 السابقة تكرار الفئة الرابعة [12] ينتج 38 [أكبر من 27]

إذن الفئة الرابعة هي الفئة الوسيطية

حدها الأدنى 25 وطولها 5 [= 25 – 30] ، وتكرارها 12

- التكرار المتجمع السابق = مجموع تكرارات الفئات الأولى والثانية والثالثة

26 = 3 + 7 + 16 =

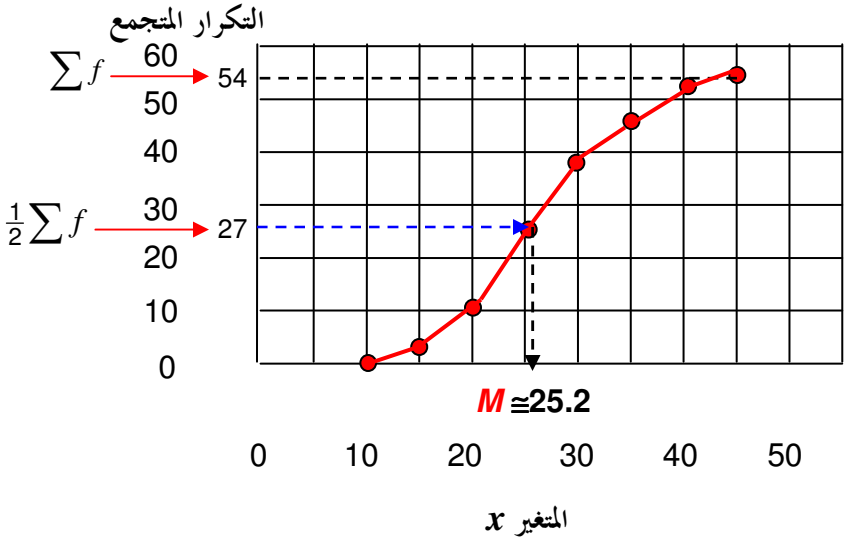
$$M = 25 + \left[\frac{(27-26)}{12} \times 5\right] = 25 + \left[\frac{1}{12} \times 5\right] = 25 + 0.41666$$

$$= 25.416666 \cong 25.42$$

الوسيط : بيانياً [المضلع التكراري المتجمع الصاعد]

النقطة	f متجمع	x
(10 , 0)	0	$x < 10$
(15 , 3)	3	$x < 15$
(20 , 10)	10	$x < 20$
(25 , 26)	26	$x < 25$
(30 , 38)	38	$x < 30$
(35 , 47)	47	$x < 35$
(40 , 52)	52	$x < 40$
(50 , 54)	54	$x < 50$

- نكون الجدول التكراري المتجمع الصاعد .
- ومنه نرسم المضلع المتجمع الصاعد.
- تكون قيمة الوسيط هي قيمة المتغير x المناظرة لتكرار متجمع قدره $\frac{1}{2}\sum f = 27$



تمت بحمد الله