اسم المقرر

مبادئ الإحصاء

د. سعيد سيف الدين

جامعة الملك فيصل

عمادة التعلم الإلكتروني والتعليم عن بعد

الحمد لله رب العالمين ، والصلاة والسلام على خاتم الأنبياء والمرسلين سيدنا ونبينا محمد بن عبد الله وعلى آله وصحبه أجمعين

المحاضرة الثالثة عشرة

الباب السادس

تحليل الارتباط

عناصر المحاضرة

- مقدمة
- الارتباط الخطي وشكل الانتشار
- معامل الارتباط

مقدمة

في دراستنا للأبواب السابقة كنا نتعامل مع بيانات ذات متغير واحد [كنا نرمز له بالرمز x] ورأينا كيف نتعامل مع هذه البيانات من حيث :

جمع البيانات	تنظيمها وعرضها	استخراج مقاييس خاصة بها
	عن طريق الجداول أو بالرسم	• مقاييس نزعة مركزية الوسط الحسابي – الوسيط – المنوال • مقاييس تشتت المدى – الانحراف المتوسط – الانحراف المعياري – الانحراف الربيعي – الانحراف المئيني • مقاييس التواء معامل بيرسون الأول للالتواء – معامل بيرسون الثاني للالتواء – معامل الالتواء الربيعي – معامل الالتواء المئيني • مقاييس تفرطح معامل التفرطح المئيني

كل ذلك من خلال القسم الأول من علم الإحصاء وهو "**علم الإحصاء الوصفي**"

أما استخراج نتائج مما سبق أو توقع تنبوءات واتخاذ قرارات فيختص به الجزء الثاني من علم الإحصاء وهو "**علم الإحصاء الاستقرائي**" أو "**علم الاستدلال الإحصائي**" وهو ما لم ندرسه

أما في هذا الباب فسنتعامل مع بيانات يمثلها متغير [ليكن x] وبيانات أخرى يمثلها متغير آخر [ليكن y] ونبحث في الآتي :

(١) هل هناك علاقة بين هاتين المجموعتين من البيانات أم لا :

فإذا كانت هناك علاقة نقول أن المتغيرين x , y مرتبطان وإلا فهما غير مرتبطين

(٢) مدى قوة هذه العلاقة [إن وُجدت] : هل هي قوية جداً أم قوية أم متوسطة أم ضعيفة أم ضعيفة جداً

(٣) نوع هذه العلاقة [إن وُجدت] : هل هي طردية أم عكسية

العلاقة الطردية

كلما زادت قيمة x زادت أيضاً قيمة y

مثال : كلما زادت الإعلانات عن منتج معين زاد حجم المبيعات

العلاقة العكسية

كلما زادت قيمة x نقصت قيمة y

مثال : كلما زادت الكمية المعروضة في السوق من منتج معين قل سعر المنتج

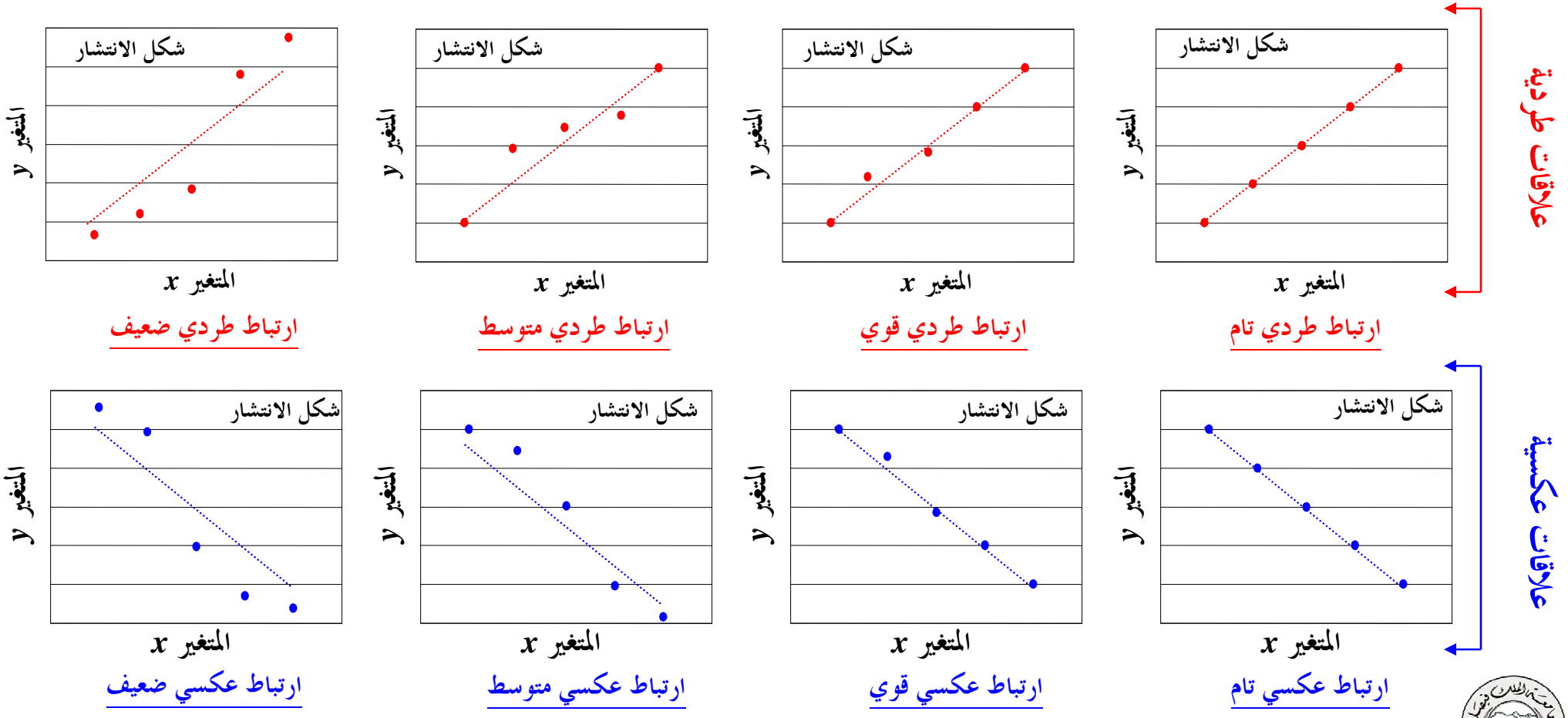
وكأمثلة لهذا النوع من الدراسة إيجاد العلاقة بين :

- البيانات عن الكمية المعروضة في السوق من منتج معين وسعر هذه السلعة
- البيانات عن حجم الإعلانات عن منتج معين وحجم المبيعات

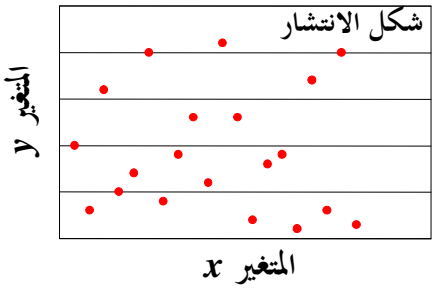
الارتباط الخطي وشكل الانتشار

نفرض أن لدينا بيانات ... , x_3 , x_2 , x_1 عن متغير x ويناظرها بيانات ... , y_3 , y_2 , y_1 عن متغير آخر y ، وعلى ورقة رسم بياني اخترنا محورين : الأفقي (يخص المتغير x) والرأسي (يخص المتغير y) وقمنا بتوقيع النقاط .... , (x_3, y_3) , (x_2, y_2) , (x_1, y_1)

فإننا نحصل بذلك على ما يُسمى بـــ "**شكل الانتشار**" لبيانات المتغيرين . ومن شكل الانتشار يمكن بمجرد النظر تحديد ما إذا كان هناك ارتباط بين المتغيرين y , x وتحديد نوع هذه العلاقة (إن وُجدت) وأيضاً (وإلى حدٍ ما) مدى قوة هذا الارتباط .



- فإذا أمكن رسم خط مستقيم يمر بجميع نقاط شكل الانتشار سُمي الارتباط "**ارتباط تام**" [طردي أو عكسي]
- وإذا أمكن رسم خط مستقيم بحيث تكون انحرافات النقاط عنه ضعيفة جداً ، سُمي الارتباط "**ارتباط قوي**" [طردي أو عكسي]
- أما إذا زادت الانحرافات عن الخط المستقيم ولكن بشكل معقول ، سُمي الارتباط "**ارتباط متوسط**" [طردي أو عكسي]
- وإذا زادت الانحرافات عن الخط المستقيم بشكل كبير إلى حد ما ، سُمي الارتباط "**ارتباط ضعيف**" [طردي أو عكسي]



- أما إذا لم يكن هناك ما يشير إلى وجود علاقة بين المتغيرين ، فإننا نقول إنه لا يوجد ارتباط بينهما أو أنهم **غير مرتبطين**

ويُقاس الارتباط بين متغيرين y , x بما يُسمى بـــ "**معامل الارتباط**" [وسنرمز له بالرمز r] وقيمته تكون محصورة بين 1 - ، 1 + :

- فإذا كانت قيمته موجبه دل ذلك على أن الارتباط طردي
- وإذا كانت قيمته سالبة دل ذلك على أن الارتباط عكسي
- وإذا كانت قيمته صفراً دل ذلك على عدم وجود ارتباط

هذا بخصوص نوع الارتباط [طردي أم عكسي أم معدوم]

أما بخصوص قوة الارتباط فتحدده القيمة المطلقة لمعامل الارتباط كما يوضحه الجدول التالي :

القيمة المطلقة لمعامل الارتباط	قوة الارتباط
0	لا يوجد ارتباط
$0 < r \leq 0.4$	ارتباط ضعيف
$0.4 < r \leq 0.6$	ارتباط متوسط
$0.6 < r < 1$	ارتباط قوي
1	ارتباط تام
> 1	كلام فارغ

التفسير الوحيد أن هناك خطأ في الحسابات ←

ونعود ونذكر أن الإشارة الموجبة لمعامل الارتباط تعني أن الارتباط طردي ، والإشارة السالبة تعني أنه عكسي

فمثلاً ، إذا كان :

- $r = 0.45$ ← فهذا يعني ارتباط طردي متوسط
- $r = 0.84$ ← فهذا يعني ارتباط طردي قوي
- $r = -0.9$ ← فهذا يعني ارتباط عكسي قوي
- $r = -0.22$ ← فهذا يعني ارتباط عكسي ضعيف
- $r = 1.3$ ← فهذا يعني خطأ في الحسابات
- $r = -1$ ← فهذا يعني ارتباط عكسي تام

وهكذا

معامل الارتباط

كما سبق وذكرنا أنه يمكن قياس نوع وقوة الارتباط بما يُسمى بمعامل الارتباط ، وهناك أكثر من معامل للارتباط ولكننا سنكتفي بدراسة ما يُسمى بـــ "**معامل سبيرمان للارتباط**" والذي يُسمى أيضاً بـــ "**معامل ارتباط الرتب**" والذي يتحدد من خلال الخطوات التالية :

نفرض أن لدينا مجموعة من n من أزواج القيم $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3), \ldots$

١. قم بترتيب قيم x ترتيباً تصاعدياً ، ثم أعط لكل قيمة من القيم رتبة تبدأ من الرتبة **1** (للقيمة الصغرى) ، ثم **2** (للتي تليها) ، ... وهكذا حتى نصل إلى القيمة الأخيرة والتي تكون رتبتها n [عدد القيم] .

٢. بنفس الأسلوب ، قم بترتيب قيم y ترتيباً تصاعدياً ، ثم أعط لكل قيمة من القيم رتبة تبدأ من الرتبة **1** (للقيمة الصغرى) ، ثم **2** (للتي تليها) ، ... وهكذا حتى نصل إلى القيمة الأخيرة والتي تكون رتبتها n [عدد القيم] .

٣. احسب الفروقات D بين رتبة كلٍ زوج من أزواج x , y .

٤. احسب معامل الارتباط من العلاقة :

$$r = \text{معامل سبيرمان للارتباط أو معامل ارتباط الرتب} = 1 - \frac{6 \times \sum D^2}{n \times (n^2 - 1)}$$

مثال : الجدول التالي يوضح أداء ٦ طلاب في الاختبار النهائي لكلٍ من مقرري مهارات التعليم والإحصاء ، المطلوب حساب معامل ارتباط الرتب بين درجات الطلاب الست في المقررين

مهارات التعليم	82	35	90	23	72	100
الإحصاء	91	54	100	17	81	76

ليكن المتغير x هو درجات الطلاب في مقرر مهارات التعليم ، وليكن المتغير y هو درجات الطلاب في مقرر الإحصاء ، قم بتدوين درجات الطلاب في العمودين 2 , 1 من الجدول المقابل :

- قم بترتيب قيم x تصاعدياً ثم أعط كل قيمة رتبتها .

قيم x	23	35	72	82	90	100
رتب x	1	2	3	4	5	6

ثم دون هذه الرتب أمام القيم المناظرة لها [عمود 3] .

- قم بترتيب قيم y تصاعدياً ثم أعط كل قيمة رتبتها .

قيم y	17	54	76	81	91	100
رتب y	1	2	3	4	5	6

ثم دون هذه الرتب أمام القيم المناظرة لها [عمود 4] .

- قم بحساب الفروقات بين رتب x , y [عمود 5]
- قم بحساب مربعات هذه الفروقات [عمود 6] ثم مجموعها

ثم احسب معامل الارتباط

عمود 1	عمود 2	عمود 3	عمود 4	عمود 5	عمود 6
قيم x	قيم y	رتب x	رتب y	فرق الرتب D	D^2
82	91	4	5	4 – 5 = -1	1
35	54	2	2	2 – 2 = 0	0
90	100	5	6	5 – 6 = -1	1
23	17	1	1	1 – 1 = 0	0
72	81	3	4	3 – 4 = -1	1
100	76	6	3	6 – 3 = 3	9
					$\sum D^2 = 12$

$n = 6$

$$r = 1 - \frac{6 \times \sum D^2}{n \times (n^2 - 1)} = 1 - \frac{6 \times 12}{6 \times (36 - 1)} = 1 - \frac{72}{6 \times 35}$$

$$= 1 - \frac{72}{210} = 1 - 0.34 = 0.66$$

وواحدة واحدة

وهذا يعني أن هناك ارتباط طردي قوي بين درجات الطلاب في المقررين

بهذا نكون قد أنهينا المقرر [كمادة علمية] "حمداً لله" ويتبقى لنا أن ننبه لبعض الإرشادات الخاصة بالاختبار النهائي ، وهذا ما سنتناوله بإذن الله في المحاضرة المباشرة القادمة [المحاضرة المباشرة الثانية]

كما أود أن أنبه أنه خلال أسبوع من هذه المحاضرة سيكون هناك تجميع للتعاريف والقوانين [ملخص] لما تناولناه في هذا المقرر أرجو أن يكون معيناً مفيداً للمراجعة ليلة الاختبار النهائي ، ويمكن أن تجده في مجلد فرعي من مجلد "المحتوي" للمقرر تحت عنوان "المراجعة النهائية"

لكنه سيكون مفيداً لمن اطلع على جميع المحاضرات أول بأول ولا يصلح لمذاكرة المقرر لأول مرة

كما سيكون هناك أيضاً [في نفس مجلد المراجعة النهائية] تدريبات على كل الأبواب التي تناولناها بأسلوب مشابه لمسائل الاختبار النهائي

وأرجو ألا يسألني أحد (من فضلكم) السؤال " هل الاختبار حا ييجي من هذه التدريبات ؟ "

بالتوفيق والنجاح بإذن الله

د. سعيد سيف الدين

تمت بحمد الله