المحـــاضرة التـاسـعـة

المقاييس الإحصائية للبيانات المبوبة

أولا: الوسط الحسابي والتشتت حوله

يقصد بالبيانات المبوبة تلك البيانات التي تم وضعها في صورة جداول تكرارية.

البيانات الغير مبوبة هي البيانات الخام التي نحصل عليها من وسائل جمع البيانات مباشرة دون عملية تبويب أو تصنيف لها .

والجداول التكرارية للمتغير الكمى المتقطع يمكن تحويلها لتكون بيانات غير مبوبة و نتعامل معها كما سبق توضيح ذلك في المحاضرة السابقة ، إلا أن الأمر يختلف بالنسبة للمتغير الكمى المتصل حيث يصعب ذلك ولابد من التعامل معها كما هي على صورتها الجدولية.

سيتم عرض لكيفية حساب كلا من مقاييس النزعة المركزية ومقاييس التشتت فى ثلاث حالات للجداول التكرارية وهي:

- الجداول المنتظمة
- الجداول غير المنتظمة
- الجداول المفتوحة

الجداول المنتظمة : هي تلك الجداول التى تكون فيها أطوال الفئات جميعها متساوية .

أولاً : الوسط الحسابي والتشتت حوله :

الوسط الحسابي هو القيمة التى إذا أخذها جميع المفردات لكان مجموعها يساوى مجموع القيم الأصلية، ويمكن حساب الوسط الحسابي او المتوسط الحسابى كما يلي:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{l} x_i f_i}{\sum_{i=1}^{l} f_i}$$

أو

$$\bar{x} = \frac{\sum x \times f}{\sum \times f}$$

$\bar{x}$ الوسط الحسابي

l عدد الفئات

f_i تكرار الفئة i

x_i مركز الفئئة i وهى تساوى (الحد الأعلى للفئة + الحد الأدنى للفئة) ÷ ٢

ويتم حساب التشتت حول المتوسط الحسابى من خلال الآتي:

أ - متوسط الانحرافات المطلقة *AAD*:

وهو يقيس انحراف القيم عن وسطها الحسابى بغض النظر عن اشارة ذلك الانحراف حيث يتم حسابه من خلال المعادلة التالية : ملاحظة جميع القوانين متشابهه فقط وضحناها بصيغ مختلفة ..

$$AAD = \frac{\sum_{i=1}^{l} |x_i - \bar{x}| f_i}{\sum_{i=1}^{l} f_i}$$

أو

$$AAD = \frac{\sum |x - \bar{x}| f}{\sum f}$$

أو

$$AAD = \frac{\sum (f|x - \bar{x}|)}{\sum f}$$

ب - التباين σ^2 :

وهو متوسط مجموع مربع انحرافات القيم عن وسطها الحسابى. ويتم حسابه من خلال المعادلة التالية:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{l} (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum_{i=1}^{l} f_i}$$

أو

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f}$$

أو

$$\sigma^2 = \frac{\sum (f(x - \bar{x})^2)}{\sum f}$$

ملاحظة جميع القوانين متشابهه فقط وضحناها بصيغ مختلفة ...

جـ - الانحراف المعياري σ :

هو الجذر التربيعى للتباين ، ويمكن حسابه من خلال المعادلة التالية:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

مثال: البيانات التالية توضح توزيع مجموعة من المدرسين العاملين في مجال التربية وفقا لفئات أعمارهم فكانت النتائج كما يلى:

فئات العمر	٢٠ –	٣٠ –	٤٠–	٥٠ – ٦٠
عدد العمال	١٠	٣٠	٥٠	٢٠

المطلوب: حساب التالي:

- الوسط الحسابى
- التباين
- الانحراف المعياري
- متوسط الانحرافات المطلقة

الفئات	التكرارات f	مركز الفئة x	$x \times f$	الوسط الحسابي $\overline{x}$	$(x-\overline{x})$	$(x-\overline{x})^2$	$f\,(x-\overline{x})^2$	$(x-\overline{x})$f
20 -	10	25	250	42,27	- 17,27	298,25	298,25	172,7
30 -	30	35	1050	42,27	-7,27	52,58	1582,5	218,1
40 -	50	45	2250	42,27	+ 2,73	7,45	372,5	136,5
50 – 60	20	55	1100	42,27	+12,73	162,05	3241	254,6
	$\sum f = 110$		$\sum xf = 4650$		40 نجمعها بدون إشارات		8181,5	781,9

توضيح للجدول : الفئات متساوية إذن الجدول منتظم (كيف عرفنا أن الفئات متساوية ؟؟ نشوف الفرق بين ٢٠ و ٣٠ – ٣٠ و ٤٠ – ٤٠ و ٥٠)

الفئات والتكرارات نأخذها من الجدول و نطع مجموع التكرارات ،،

مركز الفئة نطبق عليه القانون :

$$\text{مركز الفئة} = \frac{\text{الحد الأدنى للفئة + الحد الأعلى لنفس الفئة}}{2}$$

$$= \frac{40+30}{2} = 35 \qquad = \frac{30+20}{2} = 25$$

$$= \frac{60+50}{2} = 55 \qquad = \frac{50+40}{2} = 45$$

الوسط الحسابي $\overline{x} = \frac{\sum xf}{\sum f}$

$= \frac{4650}{110} = 42,27$

(f) × (x)

250 = 10 × 25

1050 = 30 × 35

2250 = 50 × 45

1100 = 20 × 55

،، $(x-\overline{x})$

24,27 – 25 = -17,27

24,27 – 35 = - 7,27

24,27 – 45 = + 2,73

24,27 – 55 = + 12,73

،، $(x-\overline{x})^2$

298,25 = $(-17,27)^2$

52,85 = $(-7,27)^2$

7,45 = $(2,73)^2$

162,05 = $(12,73)^2$

،،، $f\,(x-\overline{x})^2$

2982,5 = 298,25 × 10

1585,5 = 52,82 × 20

372,5 = 7,45 × 50

3241 = 162,05 × 20

،،، $(x-\overline{x})$f 172,7 = 17,27 × 10

218,1 = 7,27 × 20 ،،،، 136,5 = 2,73 × 50

254.6 = 12.73 × 20

التباين .. $\sigma^2 = \frac{\sum(f\,|x-\bar{x}|^2)}{\sum f}$ ..

$74{,}38 = \frac{8181{,}5}{110}$

الانحراف المعياري : $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

$8{,}62 = \sqrt{74{,}38}$

متوسط الانحرافات المطلقة $AAD = \frac{\sum(f\,|x-\bar{x}|)}{\sum f}$

$\frac{781{,}9}{110} = 7{,}108$

المحاضرة العـاشـرة

المقاييس الإحصائية للبيانات المبوبة

ثانيا : الوسيط والتشتت حوله

الوسيط هو القيمة التى يصغرها عدد من القيم يتساوى مع العدد الذى يكبر هذه القيمة .

(أي أنه القيمة التي تقع في الوسط عند ترتيب البيانات تصاعدياً أو تنازلياً) ..

ولحساب الوسيط من البيانات المبوبة هناك ثلاث خطوات يجب إتباعها وهي:

- إيجاد الجدول التكرارى المتجمع الصاعد
- إيجاد ترتيب الوسيط من خلال المعادلة التالية:

$$k_{Med} = n/2$$

- إيجاد قيمة الوسيط من خلال المعادلة التالية:

$$Med = \mathrm{L}_{\mathrm{Med}} + \frac{k_{Med} - F_a}{F_b - F_a} \times I$$

حيث أن :

Med قيمة الوسيط ..

L_{Med} الحد الأدنى لبداية الفئة الوسيطية ..

K_{Med} ترتيب الوسيط ..

F_{a} التكرار المتجمع السابق للفئة الوسيطية ..

F_{b} التكرار المتجمع اللاحق للفئة الوسيطية ..

I طول الفئة الوسيطية ..

مثال: فى بيانات المثال السابق توزيع مجموعة من المدرسين العاملين فى مجال التربية وفقا لفئات اعمارهم ،

فئات العمر	٢٠ –	٣٠ –	٤٠ –	٥٠ – ٦٠
عدد العمال	١٠	٣٠	٥٠	٢٠

المطلوب: حساب قيمة الوسيط؟

الحل :

الخطوة الأولى : إيجاد الجدول التكراري المتجمع الصاعد .

الفئات	التكرارات F	التكرار المتجمع الصاعد
20 -	10	10
30 -	30	40
40 -	50	90
50 – 60	20	110
	$\sum f = 110$	

الخطوة الثانية : إيجاد ترتيب الوسيط . من خلال المعادلة $k_{Med} = n/2$

55 = 2 ÷ 110

الخطوة الثالثة : إيجاد قيمة الوسيط من خلال المعادلة . $Med = \mathrm{L}_{\mathrm{Med}} + \frac{k_{Med} - F_a}{F_b - F_a} \times I$

توضيح :

L_{Med} الحد الأدنى لبداية الفئة الوسيطية عرفنا أن الفئة الوسيطية المحدده بالبني بالجدول يعني قيمتها 40

K_{Med} ترتيب الوسيط عرفناه من الخطوة الثانية ، ومنه عرفنا الفئة الوسيطية 55 بين 90 – 40

$\mathrm{f_a}$ التكرار المتجمع السابق للفئة الوسيطية يعني 40

f_b التكرار المتجمع اللاحق للفئة الوسيطية يعني 90

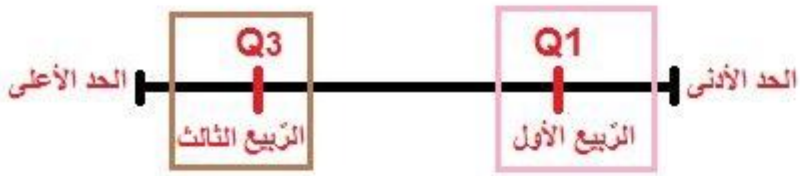
I طول الفئة الوسيطية يعني 10

نبدأ نعوض بالمعادلة .. $Med = 40 + \left(\frac{55-40}{90-40}\right) \times 10$

$Med = 40 + 3$ <<< $Med = 40 + 130 \times 10$ <<< $Med = 40 + \frac{15}{50} \times 10$

$\therefore Med = 43$

رسم توضيحي لحساب نصف المدى الربيعي :



الرُبيع الادنى (الأول):

يُعبر الرُبيع الأول Q1 عن تلك القيمة التى يكون قبلها عدد المشاهدات ربع العدد الكلى للمشاهدات والمشاهدات بعده تمثل ثلاث ارباع العدد الكلى للمشاهدات محل الدراسة.

لذلك يتم حسابه كما فى حالة الوسيط مع اختلاف أن ترتيب الرُبيع الاول Q1 هو (n / 4)

$$Q_1 = \mathrm{L}_{Q_1} + \frac{\frac{n}{4} - F_a}{F_b - F_a} \times I_{Q_1}$$

الرُبيع الأعلى (الثالث):

يُعبر الرُبيع الثالث Q3 عن تلك القيمة التى يكون قبلها عدد المشاهدات ثلاث ارباع العدد الكلى للمشاهدات والمشاهدات بعده تمثل ربع العدد الكلى للمشاهدات محل الدراسة.

لذلك يتم حسابه كما فى حالة الوسيط مع اختلاف أن ترتيب الرُبيع الثالث Q3 هو (3 n / 4)

$$Q_3 = \mathrm{L}_{Q_3} + \frac{\frac{3(n)}{4} - F_a}{F_b - F_a} \times I_{Q_3}$$

يعني لو رسمنا رسم توضيحي ..

ويمكن إيجاد كلا من الرُبيع الأدنى (الاول) Q1 و الرُبيع الاعلى (الثالث) Q3 بنفس خطوات حساب الوسيط إلا أن الامر المختلف هنا هو الترتيب حيث يكون كالتالي:

	Q1	Q3
الترتيب	$k_{Q1} = n/4$	$k_{Q3} = 3n/4$

مثال: في بيانات المثال السابق توزيع مجموعة من المدرسين العاملين في مجال التربية وفقا لفئات أعمارهم،

فئات العمر	٢٠ –	٣٠ –	٤٠ –	٥٠ – ٦٠
عدد العمال	١٠	٣٠	٥٠	٢٠

المطلوب: حساب كل من:

- قيمة الرّبيع الاول
- قيمة الرّبيع الثالث

الفئات	التكرارات f	التكرار المتجمع الصاعد (ك . م . ص)
20 -	10	10
30 -	30	40
40 -	50	90
50 – 60	20	110
	$\sum f = 110$	

قيمة الرُبيع الأول : الفئة محدده باللون البني بالجدول

$K_{Q_1} = n \div 4$ << 110 ÷ 4 = 27,5 .. نشوف موقعها بين الفئات ..

$L_{Q_1} = 10$ ،،،،، $I_{Q_3} = 10$ لأن الفئات متساوية ..

$F_a = 10$ ،،،،، $F_b = 40$ ،،،

$$Q_1 = L_{Q_1} + \frac{\frac{n}{4} - F_a}{F_b - F_a} \times I_{Q_1}$$

نعوض بالقانون :

$$Q_1 = 10 + \left(\frac{27{,}5 - 10}{40 - 10}\right) \times 10$$ ..

$$Q_1 = 35{,}83$$

قيمة الرّبيع الثالث : الفئة محدده باللون الأزرق بالجدول ..

$K_{Q_3} = 3\,(n) \div 4$ << 3 (110) / 4 = 82,5 .. نشوف موقعها بين الفئات ..

$L_{Q_3} = 10$ ،،،،، $I_{Q_3} = 10$ لأن الفئات متساوية ..

$F_a = 10$ ،،،،، $F_b = 40$ ،،،

نعوض بالقانون :

$$Q_3 = L_{Q_3} + \frac{\frac{3(n)}{4} - F_a}{F_b - F_a} \times I_{Q_3}$$

$$Q_3 = 10 + \left(\frac{82{,}5 - 40}{90 - 40}\right) \times 10$$ ،،، $Q_3 = 48{,}5$ ..

حساب قيمة العُشير $P_{0.10}$:

وبنفس الطريقة السابقة يمكن الحصول على العشير $P_{0.10}$ وهو تلك القيمة التى يكون قبلها ١٠ % من مفردات المجتمع و ٩٠ % منها أكبر منه. والاختلاف يكون فقط فى الترتيب حيث أن ترتيب العشير هو:

$$k_{P_{0.10}} = n/10 \qquad P_{0,10} = \mathrm{L}_{P0,10} + \frac{K_{P0,10} - F_a}{F_b - F_a} \times I_{P_{0,10}}$$

مثال: فى بيانات المثال السابق توزيع مجموعة من المدرسين العاملين فى مجال التربية وفقا لفئات أعمارهم،

٥٠ – ٦٠	٤٠ –	٣٠ –	٢٠ –	فئات العمر
٢٠	٥٠	٣٠	١٠	عدد العمال

المطلوب: حساب قيمة العُشير؟

الفئات	التكرارات f	ك . م . ص .
20 -	10	10
30 -	30	40
40 -	50	90
50 - 60	20	110
	$\sum f = 110$	

$K_{P0.10} = n \div 10$ >> 110 ÷ 10 = >> 11 .. نشوف مكانها بالجدول (حددتها باللون الوردي)

$L_{P0,10} = 30$ ،،،، $F_a = 10$ ،،،، $F_b = 40$ ،،،، $I_{P_{0,10}} = 10$ لأن الفئات متساوية ....

نعوض بالقانون :

$$P_{0,10} = \mathrm{L}_{P0,10} + \frac{\frac{n}{10} - F_a}{F_b - F_a} \times I_{P_{0,10}}$$

$$P_{0,10} = 30 + \left(\frac{11-10}{40-10}\right) \times 10 \quad <<< \quad P_{0,10} = 30,33$$

حساب قيمة المئين $P_{0.01}$:

وبنفس الطريقة السابقة يمكن الحصول على المئويي $P_{0.01}$ وهو تلك القيمة التى يكون قبلها 1 % من مفردات المجتمع و 99 % منها أكبر منه ، والاختلاف بينه وبين ما سبق حسابه من الوسيط والربيع الأول أو الربيع الثالث أو العُشير يكون فقط فى الترتيب حيث أن ترتيب المئويين هو :

$$k_{P_{0.01}} = n/100 \qquad P_{0,01} = \mathrm{L}_{P0,01} + \frac{\frac{n}{100} - F_a}{F_b - F_a} \times I_{P_{0,01}}$$

مثال: فى بيانات المثال السابق توزيع مجموعة من المدرسين العاملين فى مجال التربية وفقا لفئات أعمارهم،

فئات العمر	٢٠ –	٣٠ –	٤٠ –	٥٠ – ٦٠
عدد العمال	١٠	٣٠	٥٠	٢٠

المطلوب: حساب قيمة المنين؟

ك . م . ص	التكرارات f	الفئات
10	10	20 -
40	30	30 -
90	50	40 -
110	20	50 - 60
	$\sum f$ = 110	

$K_{p_{0,01}} = n \div 100$ ،،، 110 ÷ 100 = 1,1 .. نشوف ترتيبها بالجدول محدده باللون الأحمر بالجدول

$L_{p_{0,01}} = 20$ ،،،، $F_a = 0$ لماذا 0 لأننا فرضنا فئة سابقة للفئة الأولى تكرارها صفر في التكرار المتجمع الصاعد نستطيع افتراض فئة . الفئة تكون الفئات 10 ، التكرارات صفر ، التكرار المتجمع الصاعد صفر ،،،، $F_b = 10$ ،،،، $I_{p_{0,01}} = 10$ لأن الفئات متساوية ....

نعوض بالقانون :

$$P_{0,01} = L_{P0,01} + \frac{\frac{n}{100} - F_a}{F_b - F_a} \times I_{P_{0,01}}$$

$P_{0,01} = 20 + \left(\frac{1,1-0}{10-0}\right) \times 10$ ،، $P_{0,01} = 21,1$

وعلى ذلك نكون قد حصلنا على مقاييس النزعة المركزية التى تصف تركز البيانات عند أي نسبة من مفردات البيانات محل الدراسة فى حالة البيانات المبوبة والتى كانت كما يلي:

المقياس	P0.01	$P_{0.10}$	Q1	Med	Q3
القيمة	٢١.١	٣٠.٣٣٣	٣٥.٨٣٣٣	٤٣	٤٨.٥

نصف المدى الرُبيعى Inter Quartile Range :

بسبب العيب الموجود فى مقياس التشتت (المدى) وتأثرة بالقيم الشاذة أدى ذلك للجوء إلى مقياس آخر يسمى (نصف المدى الربيعى IQR) والذى يستبعد القيم المتطرفة من الطرفين، حيث يعتمد فى حسابه على كلا من الرُبيع الأول Q1 والرُبيع الثالث Q3 ويتم حسابه من خلال المعادلة التالية:

$$IQR = \frac{Q3 - Q1}{2}$$

مثال: فى بيانات المثال السابق توزيع مجموعة من المدرسين العاملين فى مجال التربية وفقا لفئات أعمارهم،

فئات العمر	٢٠ –	٣٠ –	٤٠ –	٥٠ – ٦٠
عدد العمال	١٠	٣٠	٥٠	٢٠

المطلوب: حساب قيمة نصف المدى الرُبيعي؟

نطبق الخطوات السابقة :

الفئات	التكرارات f	التكرار المتجمع الصاعد (ك . م . ص)
20 -	10	10
30 -	30	40
40 -	50	90
50 – 60	20	110
	$\sum f = 110$	

قيمة الرُبيع الأول : الفئة محدده باللون البني بالجدول

$K_{Q_1} = n \div 2$ << 110 ÷ 4 = 27,5 .. نشوف موقعها بين الفئات ..

$L_{Q_1} = 10$ ،،،،، $I_{Q_3} = 10$ لأن الفئات متساوية ..

$F_a = 10$ ،،،،، $F_b = 40$ ،،،

$$Q_1 = L_{Q_1} + \frac{\frac{n}{4} - F_a}{F_b - F_a} \times I_{Q_1}$$

نعوض بالقانون :

$$Q_1 = 10 + \left(\frac{27,5 - 10}{40 - 10}\right) \times 10 \quad ..$$

$$Q_1 = 35,83$$

قيمة الرّبيع الثالث : الفئة محدده باللون الأزرق بالجدول ..

$K_{Q_3} = 3\,(n) \div 4$ << 3 (110) / 4 = 82,5 .. نشوف موقعها بين الفئات ..

$L_{Q_3} = 10$ ،،،،، $I_{Q_3} = 10$ لأن الفئات متساوية ..

$F_a = 10$ ،،،،، $F_b = 40$ ،،،

نعوض بالقانون :

$$Q_3 = L_{Q_3} + \frac{\frac{3(n)}{4} - F_a}{F_b - F_a} \times I_{Q_3}$$

$$Q_3 = 10 + \left(\frac{82,5 - 40}{90 - 40}\right) \times 10 \quad ،،، \quad Q_3 = 48,5 \; ..$$

ثم نحسب نصف المدى الرُبيعي : نعوض بالقانون مباشرة ،،

$$IQR = \frac{Q3 - Q1}{2}$$

$$IQR = \frac{48{,}5 - 35{,}83}{2} = \frac{12{,}67}{2} = 6{,}335$$

ثالثاً : المنوال :

المنوال هو تلك القيمة الأكثر شيوعا أو تكرارا. وفى حالة البيانات المبوبة يمكن حسابه باستخدام المعادلة التالية:

$$Mod = L_{Mod} + \frac{D1}{D1 + D2} \times I$$

Mod قيمة المنوال ،،

L_{Mod} الحد الأدنى لفئة المنوال ،،

$D1$ يساوى تكرار فئة المنوال – تكرار الفئة السابقة ،،

$D2$ يساوى تكرار فئة المنوال – تكرار الفئة اللاحقة ،،

I طول الفئة المنوالية ،،

مثال: فى بيانات المثال السابق توزيع مجموعة من المدرسين العاملين فى مجال التربية وفقا لفئات أعمارهم.

فئات العمر	٢٠ –	٣٠ –	٤٠ –	٥٠ – ٦٠
عدد العمال	١٠	٣٠	٥٠	٢٠

المطلوب: حساب قيمة المنوال ؟

بالبداية نطلع الفئة الأكثر تكراراً بالجدول التكرارات عدد العمال

الفئة (-40) تكرارها (50) هذي الفئة الأكثر تكراراً .. يعني 40 هي المنوال ..

تكرار الفئة السابقة لها 30 ،، وتكرار الفئة اللاحقة 20 ،،

نطلع D1 .. $D1$ يساوى تكرار فئة المنوال – تكرار الفئة السابقة

D1 = 50 – 30 = 20

نطلع D2 .. $D2$ يساوى تكرار فئة المنوال – تكرار الفئة اللاحقة

D2 = 50 – 20 = 30

نشوف طول الفئة المنوالية .. الفرق بين ٢٠ و ٣٠ .. ٣٠ و ٤٠ .. ٤٠ و ٥٠ .. ٥٠ و ٦٠ ..

الفرق بينهم 10 >> I طول الفئة المنوالية = 10

L_{Mod} الحد الأدنى لفئة المنوال = 40

نطبق بالقانون : $Mod = L_{Mod} + \frac{D1}{D1 + D2} \times I$ $Mod = 40 + \frac{20}{20 + 30} \times 10$

$Mod = 40 + \frac{20}{50} \times 10$ >> $Mod = 40 + 0{,}4 \times 10$ >> $Mod = 40 + 4$ >> $Mod = 44$ المنوال = 44

الجداول غير المنتظمة:

وهي تلك الجدوال التى يكون فيها أطوال الفئات غير متساوية ويكفى وجود فئة واحدة فقط طولها غير متساوى مع باقى الفئات لجعل الجدول غير منتظم.

ويتم حساب المقاييس الإحصائية التى سبق عرضها فى حالة الجداول المنتظمة بنفس الطريقة فيما عدا المنوال،

ويتعين علينا عند حساب المنوال تعديل التكرارات قبل حسابه وكذلك قبل رسم المدرج التكرارى وذلك لأن حجم التكرارات فى تلك الحالة قد يسبب اتساع أو ضيق في أعمدة فئات التوزيع ولذلك يتم التخلص من تأثير طول الفئة بإيجاد التكرار المعدل ، ويتم ذلك من خلال المعادلة التالية:

التكرار المعدل = التكرار الأصلى للفئة ÷ طول الفئة

مثال: البيانات التالية توضح توزيع مجموعة من الموظفين وفقا لفئات دخلهم الشهري بالألف ريال فكانت كما يلي:

فئات الدخل	٣ –	٥ –	٨ –	١٠ – ١٥
عدد الموظفين	٢٠	٥٠	١٥	١٥

المطلوب حساب:

١ – الوسط الحسابى
٢ – متوسط الانحرافات المطلقة
٣ – التباين
٤ – الانحراف المعيارى
٥ – الوسيط
٦ – الرّبيع الأول
٧ – الرّبيع الثالث
٨ – العُشير
٩ – المئوين
١٠ – نصف المدى الرّبيعي
١١ – المنوال

الفئات	التكرارات f	مركز الفئة x	X f	الوسط الحسابي	$(x-\bar{x})$	$(x-\bar{x})^2$	$f(x-\bar{x})^2$	$f(x-\bar{x})$	ك.م.ص
3 -	20	4	80	6,61	2,61	6,81	136,2	52,2	20
5 -	50	6,5	325	6,61	- 0,11	0,01	0,5	5,5	70
8 -	15	9	135	6,61	2,39	5,71	85,65	35,8	85
15 - 10	15	12,5	187,5	6,61	5,89	34,69	526,35	88, 35	100
	$\sum f = 100$		$\sum xf = 727,5$		11	47,22	748,7	181, 9	

١- الوسط الحسابي : نطبق القانون ‹‹ $\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f}$ ‹‹ $\frac{727,5}{100} = 7,275$

٢- متوسط الانحرافات المطلقه : نطبق القانون ‹‹ $AAD = \frac{\sum(f\,|x-\bar{x}|)}{\sum f}$ ‹‹ $\frac{181,9}{100} = 1,82$

٣- التباين : نطبق القانون ‹‹ $\sigma^2 = \frac{\sum(f\,|x-\bar{x}|^2)}{\sum f}$ ‹‹ $\frac{748,7}{100} = 7,487$

٤- الانحراف المعياري : نطبق القانون ‹‹ $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$ ‹‹ $\sqrt{7,489} = 2,74$

٥- الوسيط : اول خطوة إيجاد الجدول التكراري المتجمع الصاعد .. واضح بالجدول ‹‹ ك.م.ص ..
الخطوة الثانية إيجاد ترتيب الوسيط من خلال المعادله : $k_{Med} = n/2$ >> 100 ÷ 2 = 50
الـ 50 موجودة بالفئة الـ 5- تكرارها المتجمع الصاعد 70

الخطوة الثالثة إيجاد قيمة الوسيط من خلال المعادلة

$$Med = L_{Med} + \frac{k_{Med} - F_a}{F_b - F_a} \times I$$

$$5{,}92 = 0{,}92 + 5 \ll 5 + 0{,}46 \times 2 \ll 5 + \left(\frac{30}{65}\right) \times 2 \ll 5 + \left(\frac{50-20}{85-20}\right) \times 2 =$$

٦- الرّبيع الأول : $25 = 4 \div 100 \ll K_{Q_1} = n \div 4$

نعوض بالقانون

$$Q_1 = L_{Q_1} + \frac{\frac{n}{4} - F_a}{F_b - F_a} \times I_{Q_1}$$

$$5{,}2 = 2 \times 0{,}1 + 5 \ll 5 + \left(\frac{25-20}{70-20}\right) \times 2$$

٧- الرّبيع الثالث : $75 = 4 \div 3\,(100) \ll K_{Q_3} = 3\,(n) \div 4$

نعوض بالقانون :

$$Q_3 = L_{Q_3} + \frac{\frac{3(n)}{4} - F_a}{F_b - F_a} \times I_{Q_3}$$

$$7{,}2 = 5 + 2{,}2 = 5 + 1{,}1 \times 2 \ll 5 + \left(\frac{75-20}{70-20}\right) \times 2$$

٨- العشير : $10 = 100 \div 10 \ll K_{P0.10} = n \div 10$

نفرض فئة تكرارها صفر ..

2-	0	0

$L_{P0.10} = 2$,,,,, $f_a = 0$,,,,, $f_b = 0$,,, $I_{P0,10} = 2$

نعوض بالقانون :

$$P_{0,10} = L_{P0,10} + \frac{\frac{n}{10} - F_a}{F_b - F_a} \times I_{P_{0,10}}$$

$2 + \left(\frac{10-0}{0-0}\right) \times 2 \gg 2 + \cdots \times 2 = \cdots$ لم استطع التوصل للحل الصحيح أعتذر

٩- المئين : $1 = 100 \div 100 \ll K_{P0,1} = 100 \div n$

نعوض بالقانون :

$$P_{0,01} = L_{P0,01} + \frac{\frac{n}{100} - F_a}{F_b - F_a} \times I_{P_{0,01}}$$

$2 + \left(\frac{1-0}{0-0}\right) \times 2 \gg 2 + \cdots \times 2 =$ لم استطع التوصل للحل الصحيح اعتذر

١٠- نصف المدى الربيعي : نعوض بالقانون :

$$IQR = \frac{Q3 - Q1}{2}$$

$$\frac{7{,}2 - 5{,}2}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

١١- المنوال : نطبق قانون المنوال

التكرار المعدل = التكرار الأصلى للفئة ÷ طول الفئة

طول الفئة :

٣ - ٥ = ٢

٥ – ٨ = ٣

٨ – ١٠ = ٢

١٠ – ١٥ = ٥

التكرار المعدل :

٢٠ ÷ ٢ = ١٠

٥٠ ÷ ٣ = ١٦,٦٧

١٥ ÷ ٢ = ٧,٥

١٥ ÷ ٥ = ٣

نحدد الفئة المنواليه الأكثر تكراراً : هي 5

D1 = 16,67 – 10 = 6,67

D2 = 16,67 – 7,5 = 9,17

$I = 3$

نعوض بالقانون :
$$Mod = L_{Mod} + \frac{D1}{D1+D2} \times I$$

$$5 + \left(\frac{6{,}67}{6{,}67+9{,}17}\right) \times 3 \gg 5 + \left(\frac{6{,}67}{15{,}84}\right) \times 3 \gg 5 + 0{,}42 \times 3 \gg 5 + 1{,}26 = 6{,}26$$

الجداول المفتوحة:

وهى ذلك النوع من الجداول التى يكون فيها الحد الادنى للفئة الاولى غير محدد أو الحد الأعلى للفئة الأخيرة غير محدد أو كلاهما. وفى هذا النوع من الجداول يصعب حساب الوسط الحسابى والتباين والانحراف المعياري حيث لا يمكن تحديد مركز الفئة للفئات المفتوحة ، لذا فيعتبر من أنسب المقاييس الإحصائية فى تلك الحالة هى المقاييس الوسيطية والتى يقصد بها الوسيط والرُبيع الادنى والرُبيع الاعلى والعُشير والمئويين وكذلك لقياس التشتت يتم من خلال نصف المدى الربيعى.

مثال: البيانات تعبر عن أوزان مجموعة من الطلاب بالكيلوجرام في المرحلة الجامعية فكانت كما يلي:

فئات الوزن	أقل من ٥٠	٥٠ -	٦٠ -	٧٠ -	٨٠ فأكثر
عدد الطلاب	٥	١٠	٣٥	١٥	١٠

المطلوب:

حساب مقاييس النزعة المركزية والتشتت المناسبة ؟

نوجد الوسيط :

اول خطوة نوجد الجدول التكراري المتجمع الصاعد ..

التكرار المتجمع الصاعد	التكرارات	الفئات
5	5	50 -
15	10	60 -
50	35	70 -
65	15	80 -
75	10	80 فأكثر
	$\sum f = 75$	

ثانياً إيجاد ترتيب الوسيط $k_{Med} = n/2$ << 2 ÷ 75 = 37,5

نطبق بالقانون : $$Med = L_{Med} + \frac{k_{Med} - F_a}{F_b - F_a} \times I$$

$$60 + \frac{37,5 - 15}{50 - 15} \times 10 \gg 60 + 0,64 \times 10 \gg 60 + 6,4 = 66,4$$

الربيع الأول : $K_{Q_1} = n \div 4$ << 18,75 = 75 ÷ 4

نطبق بالقانون : $$Q_1 = L_{Q_1} + \frac{\frac{n}{4} - F_a}{F_b - F_a} \times I_{Q_1}$$

$$60 + \frac{18,75 - 15}{50 - 15} \times 10 \gg 60 + 0,11 \times 10 \gg 1,1 + 60 = 61,1$$

الربيع الثالث : $K_{Q_3} = 3(n) \div 4$ ‹‹ 56,25 = 225 ÷ 4 = 3(75) ÷ 4

نطبق بالقانون : $$Q_3 = L_{Q_3} + \frac{\frac{3(n)}{4} - F_a}{F_b - F_a} \times I_{Q_3}$$

$$70 + \frac{56,25 - 50}{65 - 50} \times 10 \gg 70 + 0,42 \times 10 \gg 70 + 4,2 = 74,2$$

نصف المدى الربيعي : نطبق بالقانون مباشرة .. $$IQR = \frac{Q3 - Q1}{2}$$

$$\frac{47,2 - 61,1}{2} = 6,95$$