إعداد:
أ.فهـد البابطيـن
Speedy

دليل المبتدئين في اختبارات القدرات

www.test-q.com

جدول الضرب

جدول الضرب للعدد (١)	
١ × ١	١
١ × ٢	٢
١ × ٣	٣
١ × ٤	٤
١ × ٥	٥
١ × ٦	٦
١ × ٧	٧
١ × ٨	٨
١ × ٩	٩
١ × ١٠	١٠
١ × ١١	١١
١ × ١٢	١٢

جدول الضرب للعدد (٢)	
٢ × ١	٢
٢ × ٢	٤
٢ × ٣	٦
٢ × ٤	٨
٢ × ٥	١٠
٢ × ٦	١٢
٢ × ٧	١٤
٢ × ٨	١٦
٢ × ٩	١٨
٢ × ١٠	٢٠
٢ × ١١	٢٢
٢ × ١٢	٢٤

جدول الضرب للعدد (٣)	
٣ × ١	٣
٣ × ٢	٦
٣ × ٣	٩
٣ × ٤	١٢
٣ × ٥	١٥
٣ × ٦	١٨
٣ × ٧	٢١
٣ × ٨	٢٤
٣ × ٩	٢٧
٣ × ١٠	٣٠
٣ × ١١	٣٣
٣ × ١٢	٣٦

جدول الضرب للعدد (٤)	
٤ × ١	٤
٤ × ٢	٨
٤ × ٣	١٢
٤ × ٤	١٦
٤ × ٥	٢٠
٤ × ٦	٢٤
٤ × ٧	٢٨
٤ × ٨	٣٢
٤ × ٩	٣٦
٤ × ١٠	٤٠
٤ × ١١	٤٤
٤ × ١٢	٤٨

جدول الضرب للعدد (٥)	
٥ × ١	٥
٥ × ٢	١٠
٥ × ٣	١٥
٥ × ٤	٢٠
٥ × ٥	٢٥
٥ × ٦	٣٠
٥ × ٧	٣٥
٥ × ٨	٤٠
٥ × ٩	٤٥
٥ × ١٠	٥٠
٥ × ١١	٥٥
٥ × ١٢	٦٠

جدول الضرب للعدد (٦)	
٦ × ١	٦
٦ × ٢	١٢
٦ × ٣	١٨
٦ × ٤	٢٤
٦ × ٥	٣٠
٦ × ٦	٣٦
٦ × ٧	٤٢
٦ × ٨	٤٨
٦ × ٩	٥٤
٦ × ١٠	٦٠
٦ × ١١	٦٦
٦ × ١٢	٧٢

جدول الضرب للعدد (٧)	
٧ × ١	٧
٧ × ٢	١٤
٧ × ٣	٢١
٧ × ٤	٢٨
٧ × ٥	٣٥
٧ × ٦	٤٢
٧ × ٧	٤٩
٧ × ٨	٥٦
٧ × ٩	٦٣
٧ × ١٠	٧٠
٧ × ١١	٧٧
٧ × ١٢	٨٤

جدول الضرب للعدد (٨)	
٨ × ١	٨
٨ × ٢	١٦
٨ × ٣	٢٤
٨ × ٤	٣٢
٨ × ٥	٤٠
٨ × ٦	٤٨
٨ × ٧	٥٦
٨ × ٨	٦٤
٨ × ٩	٧٢
٨ × ١٠	٨٠
٨ × ١١	٨٨
٨ × ١٢	٩٦

جدول الضرب للعدد (٩)	
٩ × ١	٩
٩ × ٢	١٨
٩ × ٣	٢٧
٩ × ٤	٣٦
٩ × ٥	٤٥
٩ × ٦	٥٤
٩ × ٧	٦٣
٩ × ٨	٧٢
٩ × ٩	٨١
٩ × ١٠	٩٠
٩ × ١١	٩٩
٩ × ١٢	١٠٨

جدول الضرب للعدد (١٠)	
١٠ × ١	١٠
١٠ × ٢	٢٠
١٠ × ٣	٣٠
١٠ × ٤	٤٠
١٠ × ٥	٥٠
١٠ × ٦	٦٠
١٠ × ٧	٧٠
١٠ × ٨	٨٠
١٠ × ٩	٩٠
١٠ × ١٠	١٠٠
١٠ × ١١	١١٠
١٠ × ١٢	١٢٠

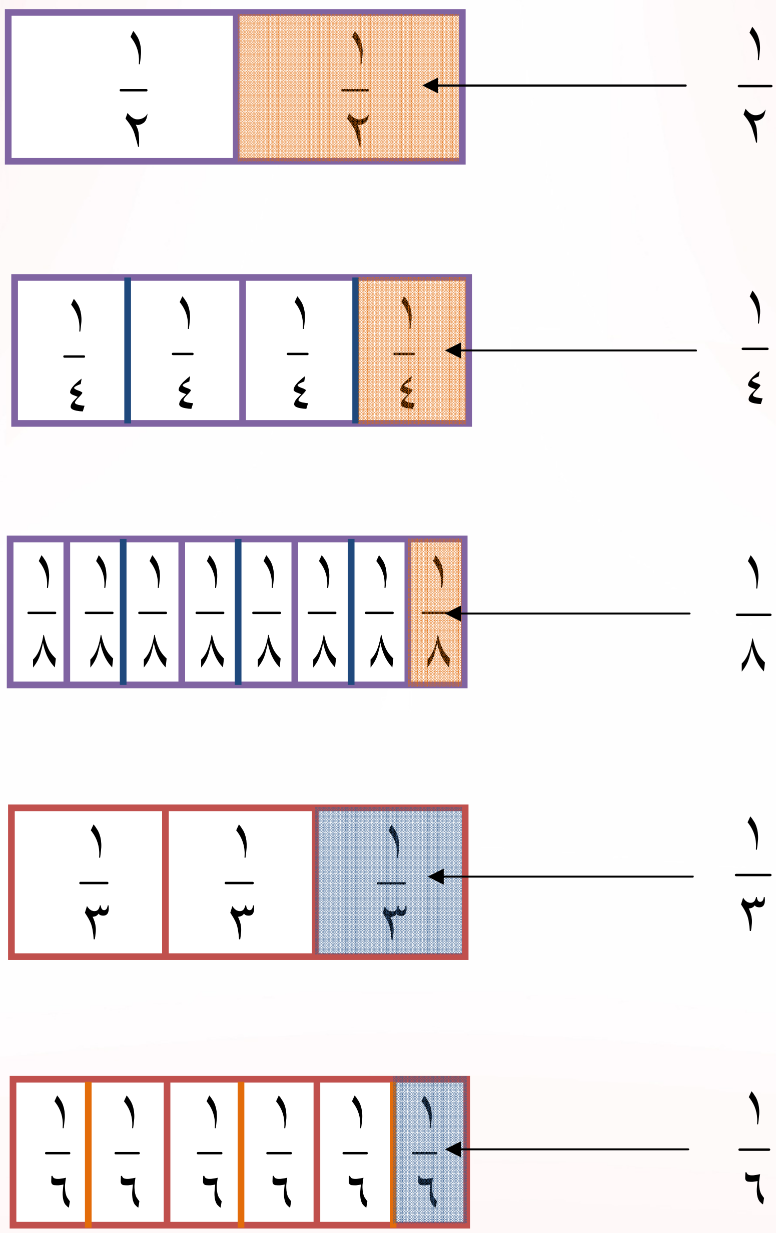
جدول الضرب للعدد (١١)	
١١ × ١	١١
١١ × ٢	٢٢
١١ × ٣	٣٣
١١ × ٤	٤٤
١١ × ٥	٥٥
١١ × ٦	٦٦
١١ × ٧	٧٧
١١ × ٨	٨٨
١١ × ٩	٩٩
١١ × ١٠	١١٠
١١ × ١١	١٢١
١١ × ١٢	١٣٢

جدول الضرب للعدد (١٢)	
١٢ × ١	١٢
١٢ × ٢	٢٤
١٢ × ٣	٣٦
١٢ × ٤	٤٨
١٢ × ٥	٦٠
١٢ × ٦	٧٢
١٢ × ٧	٨٤
١٢ × ٨	٩٦
١٢ × ٩	١٠٨
١٢ × ١٠	١٢٠
١٢ × ١١	١٣٢
١٢ × ١٢	١٤٤

وحدات القياس

وحدات الأطوال والمسافة		
١ كم	=	١٠٠٠ م
١ م	=	١٠ دسم
١ دسم	=	١٠ سم
وحدات الحجوم والسعة		
١ م^{٣}	=	١٠٠٠ دسم^{٣}
١ م^{٣}	=	١٠٠٠ لتر
١ دسم^{٣}	=	١ لتر
وحدات الأوزان		
١ طن	=	١٠٠٠ كيلو جرام
١ كيلو جرام	=	١٠٠٠ جرام

الكسور


١/٢ ١/٢
١/٢
١/٤ ١/٤ ١/٤ ١/٤
١/٤
١/٨ ١/٨ ١/٨ ١/٨ ١/٨ ١/٨ ١/٨ ١/٨
١/٨
١/٣ ١/٣ ١/٣
١/٣
١/٦ ١/٦ ١/٦ ١/٦ ١/٦ ١/٦
١/٦

أسس في القسمة :

قابلية الأعداد في القسمة

(١) يقبل العدد القسمة على ٢ إذا كان آحاده عدد زوجي أو ٠

(٢) يقبل العدد القسمة على ٣ إذا كان مجموع أعداده يقبل القسمة على ٣

(٣) يقبل العدد القسمة على ٥ إذا كان آحاده إما ٠ أو ٥

(٤) يقبل العدد القسمة على ٦ إذا كان يقبل القسمة على ٢ وَ ٣ في الوقت ذاته

(٥) يقبل العدد القسمة على ٩ إذا كان مجموع أعداده يقبل القسمة على ٩

أولاً : العمليات على الكسور

شرح عملية المقص في الجمع والطرح عند اختلاف المقامات :

نقوم خلالها بضرب بسط ومقام الأول في مقام الثاني

وبسط ومقام الثاني في مقام الأول

الجمع :

شرح العملية :

$$\frac{\text{أ}}{\text{ج}} \times \frac{\text{ب}}{\text{د}} = \frac{\text{أ د}}{\text{ج د}} + \frac{\text{ب ج}}{\text{ج د}} = \frac{\text{أ د} + \text{ب ج}}{\text{ج د}}$$

حيث أن ج ، د $\neq$ ٠

ملاحظة :

- قبل جمع أي كسرين يجب توحيد مقاماتهما
- عند توحيد المقامات نقوم بجمع البسط ولا نجمع المقام

مثال (١) :

$$\frac{٢}{٣} + \frac{١}{٢} = \frac{٢ \times ٢}{٣ \times ٢} + \frac{٣ \times ١}{٣ \times ٢} = \frac{٤}{٦} + \frac{٣}{٦} = \frac{٤ + ٣}{٦} = \frac{٧}{٦}$$

خطوات الحل :

- **تم توحيد المقامات لاختلافها عن طريق عملية المقص**
- **ثم تم إجراء عملية جمع عادية بين الكسرين بعد توحيد المقامات**

مثال (٢) :

$$\frac{٢}{٧} + \frac{٣}{٥} = \frac{٢ \times ٥}{٧ \times ٥} + \frac{٣ \times ٧}{٥ \times ٧} = \frac{١٠}{٣٥} + \frac{٢١}{٣٥} = \frac{١٠ + ٢١}{٣٥} = \frac{٣١}{٣٥}$$

خطوات الحل :

- **تم توحيد المقامات لاختلافها عن طريق عملية المقص**
- **ثم تم إجراء عملية جمع عادية بين الكسرين بعد توحيد المقامات**

الطرح :

شرح العملية :

$$\frac{\text{أ}}{\text{جـ}} - \frac{\text{ب}}{\text{د}} = \frac{\text{أ د}}{\text{جـ د}} - \frac{\text{ب جـ}}{\text{جـ د}} = \frac{\text{أ د} - \text{ب جـ}}{\text{جـ د}}$$

حيث أن جـ ، د $\neq$ ٠

ملاحظة :

- عملية الطرح مشابهة تماما في خطواتها لعملية الجمع عدا في مسألة طرح البسط .

مثال (١) :

$$\frac{٣}{٤} - \frac{٢}{٥} = \frac{٣ \times ٥}{٤ \times ٥} - \frac{٢ \times ٤}{٥ \times ٤} = \frac{١٥}{٢٠} - \frac{٨}{٢٠} = \frac{١٥ - ٨}{٢٠} = \frac{٧}{٢٠}$$

خطوات الحل :

- **تم توحيد المقامات لاختلافها عن طريق عملية المقص**
- **ثم تم إجراء عملية طرح عادية بين الكسرين بعد توحيد المقامات**

مثال (٢) :

$$\frac{١}{٢} - \frac{١}{٣} = \frac{١ \times ٣}{٢ \times ٣} - \frac{١ \times ٢}{٣ \times ٢} = \frac{٣}{٦} - \frac{٢}{٦} = \frac{٣ - ٢}{٦} = \frac{١}{٦}$$

خطوات الحل :

- **تم توحيد المقامات لاختلافها عن طريق عملية المقص**
- **ثم تم إجراء عملية طرح عادية بين الكسرين بعد توحيد المقامات**

الضرب :

شرح العملية :

$$\frac{\text{أ}}{\text{ج}} \times \frac{\text{ب}}{\text{د}} = \frac{\text{أ}}{\text{ج}} \times \frac{\text{ب}}{\text{د}} = \frac{\text{أ ب}}{\text{ج د}}$$

حيث أن ج ، د $\neq$ ٠

التبسيط : هو قسمة بسط ومقام الكسر على نفس العدد

مثال (١) :

$$\frac{٣}{٤} \times \frac{٢}{٣} = \frac{٣ \times ٢}{٤ \times ٣} = \frac{٦}{١٢} = \frac{٦ \div ٦}{١٢ \div ٦} = \frac{١}{٢}$$

خطوات الحل :

- **اجري ضرب عادي بين الكسرين**
- **تم تبسيط الناتج النهائي عن طريق قسمة البسط والمقام على ٦ كما هو موضح**

مثال (٢) :

$$\frac{٢}{٥} \times \frac{١}{٦} = \frac{٢ \times ١}{٥ \times ٦} = \frac{٢}{٣٠} = \frac{٢ \div ٢}{٣٠ \div ٢} = \frac{١}{١٥}$$

خطوات الحل :

- **اجري ضرب عادي بين الكسرين**
- **تم تبسيط الناتج النهائي بقسمة البسط والمقام على ٢ كما هو موضح**

القسمة :

$$\frac{أ}{جـ} \div \frac{ب}{د} = \frac{أ}{جـ} \times \frac{د}{ب} = \frac{أ\,د}{جـ\,ب}$$

حيث أن جـ ، د $\neq$ ٠

خطوات القسمة :

نقوم بقلب الكسر الثاني وتحويل العملية من القسمة إلى الضرب كما هو موضح أعلاه .

مثال (١) :

$$\frac{٣}{٤} \div \frac{٢}{٣} = \frac{٣}{٤} \times \frac{٣}{٢} = \frac{٣ \times ٣}{٤ \times ٢} = \frac{٩}{٨}$$

خطوات الحل :

- **تم قلب الكسر الثاني**
- **حولت العملية إلى ضرب**
- **اجري ضرب عادي بين الكسرين**

مثال (٢) :

$$\frac{٤}{٥} \div \frac{١}{٢} = \frac{٤}{٥} \times \frac{٢}{١} = \frac{٤ \times ٢}{٥ \times ١} = \frac{٨}{٥}$$

خطوات الحل :

- **تم قلب الكسر الثاني**
- **حولت العملية إلى ضرب**
- **اجري ضرب عادي بين الكسرين**

مثال (٣) :

$$\frac{١٢}{٥} \div \frac{٢}{١٠} = \frac{١٢}{٥} \times \frac{١٠}{٢} = \frac{١٢ \times ١٠}{٥ \times ٢} = \frac{١٢٠}{١٠} = \frac{١٢٠ \div ١٠}{١٠ \div ١٠} = \frac{١٢٠}{١} = ١٢٠$$

خطوات الحل :

- **تم قلب الكسر الثاني**
- **حولت العملية إلى ضرب**
- **اجري ضرب عادي بين الكسرين**
- **تم تبسيط الكسر بقسمة البسط والمقام على ١٠ كما هو موضح**

ثانياً : الكسور العشرية

تعريف :

يقصد بها الكسور التي تحوي في مقامها قوى العشرة

مثال :

$$\frac{٢}{١٠} = ٠٫٢$$

نلاحظ هنا عند التحويل من صيغة كسر عشري إلى صيغة عشرية أن عدد المنازل أيمن الفاصلة يساوي عدد أصفار قوى العشرة التي في المقام .

$$٠٫٠٥ = \frac{٥}{١٠٠}$$

نلاحظ هنا عند التحويل من صيغة عشرية إلى كسر عشري أن عدد أصفار قوى العشرة في المقام بعدد المنازل أيمن الفاصلة في الصيغة العشرية .

أمثلة :

(١) قم بكتابة الكسور العشرية التالية بصيغة عشرية :

أ- $\frac{٧٨}{١٠٠٠} = ٠٫٠٧٨$

ب- $\frac{٥٥٤٥}{١٠٠٠٠} = ٠٫٥٥٤٥$

ت- $\frac{١٤}{١٠} = ١٫٤$

(٢) قم بتحويل الأعداد العشرية التالية إلى كسور عشرية :

أ – $٠,٠٠٠٠٦٨ = \frac{٦٨}{١٠٠٠٠٠٠}$

ب – $٠,٠٠٥ = \frac{٥}{١٠٠٠}$

ت – $١,٣٤ = \frac{١٣٤}{١٠٠}$

ثالثاً : العمليات على الأعداد العشرية

ملاحظة :

عدد الخانات بعد الفاصلة يحسب من اليمين إلى اليسار .

الجمع والطرح

طريقة الحل :

أولاً : نوحد خانات أيمن الفاصلة بين العددين بإضافة أصفار يمين الفاصلة إلى العدد الأقل خانات أيمن الفاصلة .

ثانياً : نقوم بجمع أو طرح عاديين بين العددين .

ثالثاً : نضع الفاصلة في العدد الناتج بعدد الخانات التي كانت عليها في العددين أيمن الفاصلة .

اجمع :

١,٢٣٤ + ١٢,٣ =

خطوات الحل لهذه المسألة :

نلاحظ أن عدد الخانات أيمن الفاصلة في العدد الأول أكثر من عدد خانات العدد الثاني فنقوم بإضافة أصفار إلى العدد الثاني أيمن الأعداد بعد الفاصلة حتى يصبح العددان يحويان نفس عدد الخانات أيمن الفاصلة .

١,٢٣٤ + ١٢,٣٠٠ =

الآن توحد عدد الخانات أيمن الفاصلة نقوم بعملية جمع عادية بين العددين ثم نضع الفاصلة في العدد الناتج بعدد المنازل أيمن الفاصلة الموجودة في العددين .

١,٢٣٤ + ١٢,٣٠٠ = ١٣,٥٣٤

اطرح :

١٣,٠٥ – ١٢,٣ =

خطوات الحل لهذه المسألة :

نقوم بإضافة صفر إلى العدد الثاني حتى تتساوى الخانات أيمن الفاصلة للعددين .

١٣,٠٥ – ١٢,٣٠ =

نجري عملية طرح عادية ثم نضع الفاصلة بعدد الخانات أيمن الفاصلة التي كانت عليها في العددين .

١٣,٠٥ – ١٢,٣٠ = ٠,٧٥

الضرب

طريقة الحل :

أولاً : لا يهم تساوي الخانات بعد الفاصلة بين العددين .

ثانياً : نقوم بعملية ضرب عادية بين العددين .

ثالثاً : نضع الفاصلة في الناتج بعد عدد من الخانات يساوي لمجموع عدد الخانات للعددين .

مثال :

(١) ٠,٠٢ × ٠,٠٣ = ٠,٠٠٠٦

(٢) ٠,٤٥ × ٠,٣ = ٠,١٣٥

القسمة

طريقة الحل :

نقوم بضرب العددين سواء كانا عشريين أو أحدهما فقط ، في قوى العشرة بحيث يصبح العددان لا يحويان فاصلة ثم بعد ذلك نقوم بإجراء قسمة عادية بين العددين وقد يتضمن الناتج فاصلة بحسب العددين اللذان تجري بينهما القسمة .

مثال :

(١) ٥ ÷ ٢,٥ =

" نقوم بضرب العددين في ١٠ حتى نتخلص من الفاصلة الموجودة في العدد المقسوم عليه وبالتالي تكون العملية لا تحوي أي فاصلة "

(٥ × ١٠) ÷ (٢,٥ × ١٠) =

٥٠ ÷ ٢٥ = ٢

" إجراء قسمة عادية بين العددين ٥٠ وَ ٢٥ والناتج كما يلاحظ لم يحوي فاصلة "

(٢) ٢,٨ ÷ ٢ =

" نقوم بضرب العددين في ١٠ للتخلص من الفاصلة الموجودة في العدد المقسوم وبالتالي تكون العملية لا تحوي أي فاصلة "

(٢,٨ × ١٠) ÷ (٢ × ١٠) =

٢٨ ÷ ٢٠ = ١,٤

" إجراء قسمة عادية بين العددين ٢٨ وَ ٢٠ والناتج كما يلاحظ يحوي فاصلة عدد خانتها بحسب عملية القسمة "

رابعاً :

ضرب الأعداد وقسمتها على قوى العشرة

الضرب :

طريقة الحل :

نقوم بتحريك الفاصلة العشرية (إن وجدت) أو نضيف أصفار (في حالة عدم وجودها) إلى يمين العدد بعدد أصفار قوى العشرة .

مثال :

(١) $٥ \times ١٠^{٣} = ٥ \times ١٠٠٠ = ٥٠٠٠$

(٢) $٠٫٠٠٢ \times ١٠^{٢} = ٠٫٠٠٢ \times ١٠٠ = ٠٫٢$

القسمة :

طريقة الحل :

نقوم بتحريك الفاصلة العشرية إلى يسار العدد بعدد أصفار قوى العشرة .

مثال :

(١) $٤ \div ١٠^{٣} = ٤ \div ١٠٠٠ = ٠٫٠٠٤$

(٢) $٠٫٦ \div ١٠ = ٠٫٠٦$

خامساً : بعض الكسور وقيمها العشرية

$\frac{١}{٢} = ٠,٥$
$\frac{١}{٣} = ٠,٣٣$
$\frac{١}{٤} = ٠,٢٥$
$\frac{١}{٥} = ٠,٢$
$\frac{١}{٦} = ٠,١٦٦٦٦٦٦$
$\frac{١}{٧} = ٠,١٤٢٨٥٧$
$\frac{١}{٨} = ٠,١٢٥$
$\frac{١}{٩} = ٠,١١١١١١١١$
$\frac{١}{١٠} = ٠,١$

سادساً : النسبة المئوية

تعريف :

جزء من ١٠٠

قاعدة :

س ∈ ط

بحيث

(س ٪) = (س من ١٠٠) = (س : ١٠٠) = (س إلى ١٠٠) = ($\frac{س}{١٠٠}$)

مثال :

١٠٠ ٪ = (١٠٠ من ١٠٠) = (١٠٠ : ١٠٠) = (١٠٠ إلى ١٠٠) = ($\frac{١٠٠}{١٠٠}$) = ١

٧٥ ٪ = (٧٥ من ١٠٠) = (٧٥ : ١٠٠) = (٧٥ إلى ١٠٠) = ($\frac{٧٥}{١٠٠}$) = ($\frac{٣}{٤}$)

٥٠ ٪ = (٥٠ من ١٠٠) = (٥٠ : ١٠٠) = (٥٠ إلى ١٠٠) = ($\frac{٥٠}{١٠٠}$) = ($\frac{١}{٢}$)

٢٥ ٪ = (٢٥ من ١٠٠) = (٢٥ : ١٠٠) = (٢٥ إلى ١٠٠) = ($\frac{٢٥}{١٠٠}$) = ($\frac{١}{٤}$)

١٠ ٪ = (١٠ من ١٠٠) = (١٠ : ١٠٠) = (١٠ إلى ١٠٠) = ($\frac{١٠}{١٠٠}$) = ($\frac{١}{١٠}$)

قانون النسبة المئوية :

النسبة المئوية = $\frac{\text{الجزء}}{\text{الكل}}$

(١) اكتب النسب المئوية التالية على صورة عدد كسري :

أ- $٣٠\% = \frac{٣٠}{١٠٠} = \frac{٣}{١٠}$

ب- $٤٤\% = \frac{٤٤}{١٠٠} = \frac{١١}{٢٥}$

ت- $٨٠\% = \frac{٨٠}{١٠٠} = \frac{٤}{٥}$

(٢) حول الكسور التالية إلى نسب مئوية :

أ- $\frac{٣}{٥} = \frac{٣\times٢٠}{٥\times٢٠} = \frac{٦٠}{١٠٠} = ٦٠\%$

ب- $\frac{١}{٥٠} = \frac{١\times٢}{٥٠\times٢} = \frac{٢}{١٠٠} = ٢\%$

ت- $\frac{٢٠}{٢٥} = \frac{٢٠\times٤}{٢٥\times٤} = \frac{٨٠}{١٠٠} = ٨٠\%$

ملاحظة :

في حل هذا السؤال اعتمدنا على إيجاد العدد الذي إذا ضرب في المقام أعطى ١٠٠ ثم ضربناه في البسط والمقام حتى لا يتأثر الكسر

(٣) حول الأعداد العشرية التالية إلى نسبة مئوية :

أ- $٠,٠٥ = \frac{٥}{١٠٠} = ٥\%$

ب- $٠,٦ = ٠,٦٠ = \frac{٦٠}{١٠٠} = ٦٠\%$

ت- $٠,٣٥ = \frac{٣٥}{١٠٠} = ٣٥\%$

(٤) أوجد ٤٠ ٪ من $\frac{١}{٨}$ ؟

الحل :

$$٤٠ ٪ \times \frac{١}{٨} = \frac{٤٠}{١٠٠} \times \frac{١}{٨} = \frac{٢}{٥} \times \frac{١}{٨} = \frac{٢}{٤٠} = \frac{١}{٢٠}$$

(٥) أوجد ٥٠ ٪ من ٥٠٠٠ ؟

الحل :

$$٥٠ ٪ \times ٥٠٠٠ = \frac{٥٠}{١٠٠} \times ٥٠٠٠ = ٥٠ \times ٥٠ = ٢٥٠٠$$

(٦) سلعة ثمنها ٢٥٠ ريال أراد شخص بيعها بخصم ٢٠ ٪ . فإن قيمة الخصم هي ؟

الحل :

$$٢٠ ٪ \times ٢٥٠ = \frac{٢٠}{١٠٠} \times ٢٥٠ = ٢ \times ٢٥ = ٥٠$$

(٧) إذا كان ٦٪ من عدد ما يساوي ٣٠ . فإن هذا العدد ؟

الحل :

٦٪ × العدد = ٣٠

$\frac{٦}{١٠٠}$ × العدد = ٣٠ " عملية مقص "

٦ × العدد = ٣٠٠٠

العدد = $\frac{٣٠٠٠}{٦}$

العدد = ٥٠٠

(٨) إذا كان عدد طلاب مدرسة ٥٠ طالب . نجح منهم ٣٠ طالب ، فإن نسبة الناجحين هي ؟

الحل :

عدد الطلاب الكلي = ٥٠ طالب

عدد الطلاب الناجحين = ٣٠ طالب

$$\text{النسبة المئوية} = \frac{\text{الجزء}}{\text{الكل}}$$

$$\frac{\text{س}}{١٠٠} = \frac{٣٠}{٥٠}$$

٥٠ س = ٣٠٠٠

$$\text{س} = \frac{٣٠٠٠}{٥٠}$$

س = ٦٠

إذن النسبة المئوية لعدد الناجحين = ٦٠٪

التناسب

النوع الأول : التناسب الطردي

تعريف :

علاقة بين كميتين بحيث أن إحداهما تزيد بزيادة الأخرى
وتنقص بنقصان الأخرى وهكذا .

مثال الشرح :

إذا كان (أ) طن من الطحين يكفي قرية لمدة (ب) من الأيام ، فإذا كان لدينا كمية (جـ) طن من الطحين فإنها تكفي القرية لمدة (د) من الأيام .

الحل

عدد أطنان الطحين	عدد الأيام
أ	ب
جـ	د

" عملية التناسب الطردي نقوم بحلها لإيجاد المجهول عن طريق عمل ضرب على شكل مقص في التناسب كما هو موضح في الأعلى "

بحيث أن

$$\text{أ} \times \text{د} = \text{ب} \times \text{جـ}$$

فإن كان المجهول هو (جـ) قمنا بقسمة الطرفين على معاملها وهو (ب)

$$\text{جـ} = \frac{\text{أ} \times \text{د}}{\text{ب}}$$

وإن كان المجهول هو (د) قمنا بقسمة الطرفين على معاملها وهو (أ)

$$\text{د} = \frac{\text{جـ} \times \text{ب}}{\text{أ}}$$

ملاحظة :

التناسب الطردي يحل به مجموعة كثير من افكار الاسئلة من اهمها النسبة المئوية عندما يعطيك السؤال نسبة وما يقابلها ويطلب منك نسبة العدد المطلوب وتحل بالتناسب الطردي لانه كلما زادت النسبة زاد العدد لا محالة وكلما قل العدد قلت النسبة لا محالة ايضا

وسيأتي بعض الامثلة لحل النسبة المئوية بالتناسب الطردي

تنبيه :

يجب وضع المعطيات بالترتيب اثناء الحل فمثلا يكون الزمن اسفل الزمن والمسافة اسفل المسافة حتى نتوصل للحل السليم .

أمثلة :

ملاحظة : راح تحل جميع هذه الاسئلة بالطريقة التقليدية .

(١) إذا كان هناك ٤٠٠ سعر حراري في ٥٠ جرام من أحد الأطعمة ، فما عدد السعرات الحرارية في ٤٠ جرام من هذا الطعام ؟

الحل

هنا لاحظنا من طريقة السؤال أن عدد السعرات متلازم مع عدد الجرامات أي انه كلما زاد عدد الجرامات زادت السعرات وكلما قلت السعرات أيضا فالحل هنا يكون بالتناسب الطردي

نرمز للمطلوب بالرمز (أ)

السعرات الحرارية	جرامات الطعام
٤٠٠	٥٠
أ	٤٠

" عملية المقص كما قلنا سابقا لأنه تناسب طردي "

٥٠ × أ = ٤٠٠ × ٤٠ "بالقسمة على معامل (أ) ٥٠ "

$$\text{أ} = \frac{٤٠٠ \times ٤٠}{٥٠}$$

$$\text{أ} = \frac{١٦٠٠}{٥}$$

أ = ٣٢٠ سعرة حرارية

(٢) تقطع طائرة مسافة ٢٥ كيلو متراً في ٥ دقائق ، فكم كيلو متراً تقطعها في ساعة ؟

الحل

أولا : يجب أن ننتبه إلى توحيد الوحدات لأنه نلاحظ هنا الزمن كان دقائق مرة وساعات مرة فنقوم بتحويل الساعات إلى دقائق بالضرب في ٦٠ فتكون الساعة = ١ × ٦٠ = ٦٠ دقيقة

ثانيا : نحدد نوع التناسب بأنه طردي لأنه لو نلاحظ انه كلما زاد الزمن زادت المسافة التي تقطعها الطائرة إذن التناسب طردي .

نرمز للمطلوب بالرمز (أ)

عدد الكيلو مترات	الزمن
٢٥	٥
أ	٦٠

" عملية المقص لأنه تناسب طردي "

٥ × أ = ٢٥ × ٦٠ " بالقسمة على معامل أ (٥) "

أ = $\frac{٢٥ \times ٦٠}{٥}$

أ = ٥ × ٦٠

أ = ٣٠٠ كيلو متراً

(٣) يستطيع عامل دهن ٣ بيوت في ٥ أيام ، كم المدة التي يستغرقها لدهان ١٢ بيت ؟

الحل

العلاقة : تناسب طردي لأنه لو نلاحظ انه من المؤكد أن يحتاج لزمن أكبر حتى يقوم بانجاز بيوت أكثر

نرمز للمطلوب بالرمز (أ)

عدد البيوت	الأيام اللازمة
٣	٥
١٢	أ

" عملية المقص لأنه تناسب طردي "

٣ × أ = ٥ × ١٢ " بقسمة الطرفين على معامل أ (٣) "

أ = $\frac{٥ \times ١٢}{٣}$

أ = ٥ × ٤

أ = ٢٠ يوم

(٤) إذا كان ثمن ٦ صناديق موز يساوي ٤٢٠ ريال ، فكم يكون ٨ صناديق من نفس النوع ؟

الحل

العلاقة : تناسب طردي لأنه كلما زاد عدد الصناديق زاد السعر

نرمز للمطلوب بالرمز (أ)

عدد الصناديق	الثمن
٦	٤٢٠
٨	أ

" عملية مقص لأنه تناسب طردي "

٦ × أ = ٤٢٠ × ٨   " بقسمة الطرفين على معامل أ (٦) "

أ = $\frac{٨ \times ٤٢٠}{٦}$

أ = ٧٠ × ٨

أ = ٥٦٠ ريال

أمثلة النسبة المئوية :

(١) مدرسة بها ٤٢٠ تلميذاً تغيب في أحد الأيام ٤٢ تلميذ ، اوجد النسبة المئوية لعدد الغائبين ؟

الحل

العلاقة : مسائل النسبة دائما تكون تناسب طردي

نرمز للمطلوب بالرمز (أ)

عدد التلاميذ	النسبة التي يمثلونها
٤٢٠	١٠٠٪
٤٢	أ

" عملية مقص لأنه تناسب طردي "

$٤٢٠ \times \text{أ} = ٤٢ \times ١٠٠\%$ " بالقسمة على معامل أ (٤٢٠) "

$$\text{أ} = \frac{٤٢ \times ١٠٠\%}{٤٢٠}$$

$$\text{أ} = \frac{٤٢ \times ١٠\%}{٤٢}$$

$$\text{أ} = ١٠\%$$

(٢) إذا كان ٧٠٪ من طلاب الصف الثالث ثانوي اجتازوا اختبار الرياضيات ، فإذا علمت ان عدد الذين اجتازوا اختبار الرياضيات هو ١٠٥ ، فأوجد عدد الطلاب الكلي .

الحل

العلاقة : تناسب طردي لأنه نسبة مئوية

ملاحظة : هنا نلاحظ أن في صياغة السؤال يوجد مجهولان هما عدد الطلاب الكلي بالإضافة إلى نسبتهم لكن بما انه قال عدد الطلاب الكلي معناها يقصد مباشرة ١٠٠٪

نرمز للمطلوب بالرمز (أ)

عدد الطلاب	نسبتهم
١٠٥	٧٠٪
أ	١٠٠٪

" عملية مقص لأنه تناسب طردي "

٧٠٪ × أ = ١٠٥ × ١٠٠٪ " بالقسمة على معامل أ (٧٠٪) "

أ = ١٠٥×١٠٠٪ / ٧٠٪

أ = ١٠٥×١٠ / ٧

أ = ١٥ × ١٠

أ = ١٥٠ طالب

(٣) اشترى أحمد سلعة ، فخصم له التاجر ٢٠٪ من ثمنها ، فإذا كان مقدار الخصم يساوي ٥٠ ريال ، فإن ثمن السلعة بعد الخصم يساوي .

الحل

العلاقة : تناسب طردي لأنه نسبة مئوية

ملاحظة : هنا يوجد مجهولان هما الثمن والنسبة بعد الخصم لكن نحن نستطيع استخراج النسبة من السؤال حيث أن :

نسبة السلعة بعد الخصم = النسبة الكلية - نسبة الخصم

نسبة السلعة بعد الخصم = ١٠٠٪ - ٢٠٪

نسبة السلعة بعد الخصم = ٨٠٪

الآن أوجدنا نسبة الثمن بعد الخصم وأصبح المجهول هو الثمن

نرمز للمطلوب بالرمز (أ)

ثمن السلعة	النسبة
٥٠	٢٠٪
أ	٨٠٪

" عملية مقص لأنه تناسب طردي "

٢٠٪ × أ = ٥٠ × ٨٠٪ " بالقسمة على معامل أ (٢٠٪) "

أ = $\frac{٥٠ \times ٨٠٪}{٢٠٪}$

أ = ٥٠ × ٤

أ = ٢٠٠ ريال

التدرج المنتظم

تعريف :

علاقة طردية بين كميتين بحيث يكون معدل الزيادة أو النقصان ثابت من الجهتين .

الحل بالتدرج المنتظم في المسائل الطردية من أسهل طرق الحل على الإطلاق .

أمثلة :

(١) يستطيع خالد كتابة ٣٠ صفحة على جهاز الحاسب الآلي في ٣ ساعات ، فكم ساعة يلزمه من الوقت لكتابة ٤٥٠ صفحة ؟

الحل

عدد الصفحات		الزمن اللازم	
٣٠	———	٣	
٣٠ × ١٥	———	٣ × ١٥	" ضربنا الطرفين في ١٥ للوصول إلى ٤٥٠ صفحة "
٤٥٠	———	٤٥	

إذن الزمن اللازم لكتابتها هو ٤٥ ساعة .

(٢) ما النسبة المئوية للعدد ٩٠ من ٢٠٠ ؟

الحل

ملاحظة : هنا العدد ٢٠٠ يمثل ١٠٠٪

العـدد		نسبته	
٢٠٠	———	١٠٠٪	
٢	———	١٪	" قسمنا الطرفين على ١٠٠ "
٢ × ٤٥	———	١٪ × ٤٥	" ضربنا الطرفين في ٤٥ للوصول إلى ٩٠ في العدد "
٩٠	———	٤٥٪	

إذن العدد ٩٠ يمثل ٤٥٪ من العدد ٢٠٠ .

(٣) خلال عمله في خط الإنتاج أخرج أحمد ٥٪ من القطع التي مرت عليه بسبب تلفها ، إذا كان أحمد قد أخرج ٦ قطع . فكم قطعة مرت عليه ؟

الحل

ملاحظة : هنا عدد القطع التي مرت عليه تمثل ١٠٠٪

عدد القطع		نسبتها	
٦	———	٥٪	
٦ × ٢٠	———	٥٪ × ٢٠	" ضربنا الطرفين في ٢٠ للوصول إلى ١٠٠٪ "
١٢٠	———	١٠٠٪	

إذن عدد القطع التي مرت عليه هو ١٢٠ قطعة .

(٤) رجل استهلك ٦٠٪ من راتبه وبقي ٤٠٠٠ ريال ، إذاً الراتب كاملا يساوي :

الحل

٤٠٠٠ ريال تمثل الباقي

٤٠٠٠ = الراتب كامل - المستهلك

٤٠٠٠ = ١٠٠٪ - ٦٠٪

٤٠٠٠ = ٤٠٪

المبلغ		النسبة	
٤٠٠٠	———	٤٠٪	
١٠٠	———	١٪	" قسمنا الطرفين على ٤٠ "
١٠٠٠٠	———	١٠٠٪	" ضربنا الطرفين في ١٠٠ للوصول إلى ١٠٠٪ "

إذن المبلغ كاملاً يساوي ١٠٠٠٠ ريال .

النوع الثاني : التناسب العكسي

تعريف :

علاقة بين كميتين بحيث أن إحداهما تزيد بنقصان الأخرى وتنقص بزيادة الأخرى وهكذا .

مثال الشرح :

إذا كان (أ) من العمال يستطيعون بناء مسجد في (ب) من الأيام ، فإذا أصبح عدد العمال (جـ) عامل فإنهم سينهون المسجد في (د) من الأيام .

الحل

عدد العمال		**عدد الأيام**
أ	⟵⟶	ب
جـ	⟵⟶	د

" عملية التناسب العكسي نقوم بحلها لإيجاد المجهول عن طريق عمل ضرب على شكل علامة يساوي في التناسب كما هو موضح في الأعلى "

بحيث أن

أ × ب = جـ × د

فإن كان المجهول هو (جـ) قمنا بقسمة الطرفين على معاملها وهو (د)

$$\text{جـ} = \frac{\text{أ} \times \text{ب}}{\text{د}}$$

وإن كان المجهول هو (د) قمنا بقسمة الطرفين على معاملها وهو (جـ)

$$\text{د} = \frac{\text{أ} \times \text{ب}}{\text{جـ}}$$

ملاحظة :

التناسب العكسي يحل به مجموعة من افكار الاسئلة ولكن لابد في هذه الاسئلة ان تكون احدى الكميتين تتاثر عكسيا بما تتاثر به الكمية الاخرى فان كانت تزيد الاولى فان الثانية ستنقص والعكس .

تنبيه :

يجب وضع المعطيات بالترتيب اثناء الحل فمثلا يكون الزمن اسفل الزمن والمسافة اسفل المسافة حتى نتوصل للحل السليم .

أمثلة :

(١) ينهي ٧ عمال عمل في ١٦ يوم . إذا أردنا إنهاء العمل في أسبوع فكم عاملاً نحتاج ؟

الحل

أولاً : يجب أن توحد القيم فنلاحظ هنا انه إعطانا الزمن مرة بالأيام ومرة بالأسبوع فنحول الأسبوع إلى أيام بالضرب في ٧

ثانياً : هنا لاحظنا من طريقة السؤال أنه كلما زاد عدد العمال قلت فترة العمل . إذاً

العلاقة : تناسب عكسي

نرمز للمطلوب بالرمز (أ)

عدد العمال		الأيام
٧	⟷	١٦
أ	⟷	٧

" عملية الضرب على شكل يساوي كما قلنا سابقا لأنه تناسب عكسي "

٧ × أ = ٧ × ١٦ "بالقسمة على معامل (أ) ٧ "

$$أ = \frac{١٦ \times ٧}{٧}$$

أ = ١٦ عامل

إذن عدد العمال الذي نحتاجه هو ١٦ عامل .

(٢) قطع قطار مسافة بين مدينتين في ٤٥ ساعة ، عندما كانت سرعته ١٠٠ كم / ساعة . كم يجب ان تكون سرعة قطار آخر ليقطع المسافة نفسها في ٣٠ ساعة ؟

الحل

ملاحظة : عند تساوي المسافة تصبح العلاقة بين الزمن والسرعة علاقة عكسية دائماً .

العلاقة : تناسب عكسي

نرمز للمطلوب بالرمز (أ)

السرعة	الزمن
١٠٠	٤٥
أ	٣٠

" عملية الضرب على شكل يساوي لأنه تناسب عكسي "

٣٠ × أ = ١٠٠ × ٤٥ "بالقسمة على معامل (أ) ٣٠ "

أ = $\frac{٤٥\times١٠٠}{٣٠}$

أ = $\frac{٤٥\times١٠}{٣}$

أ = ١٠ × ١٥

أ = ١٥٠ كم / ساعة

إذن على القطار الآخر أن يسير بسرعة ١٥٠ كم / ساعة حتى يقطع المسافة في ٣٠ ساعة .

(٣) تقطع طائرة مسافة ما بسرعة ٦٠٠ كم / ساعة ، في زمن قدره ٥ ساعات . كم تكون سرعتها إذا قطعت المسافة نفسها في ٨ ساعات ؟

الحل

ملاحظة : عند تساوي المسافة تصبح العلاقة بين الزمن والسرعة علاقة عكسية دائماً .

العلاقة : تناسب عكسي

نرمز للمطلوب بالرمز (أ)

السـرعـة		الـزمـن
٦٠٠	⟷	٥
أ	⟷	٨

" عملية الضرب على شكل يساوي لأنه تناسب عكسي "

٨ × أ = ٦٠٠ × ٥ "بالقسمة على معامل (أ) ٨ "

أ = ٧٥ × ٥

أ = ٣٧٥ كم / ساعة

إذن تكون سرعتها ٣٧٥ كم / ساعة .

(٤) يحتاج ثلاثة عمال ٩٦ ساعة لحصاد حقل من القمح ، كم ساعة يحتاج ٦ عمال لحصاد الحقل نفسه ؟

الحل

ملاحظة : في هذا السؤال من الملاحظ انه كلما زاد عدد العمال قلت المدة الزمنية المستغرقة في الحصاد .

العلاقة : تناسب عكسي

نرمز للمطلوب بالرمز (أ)

عدد العمال		الزمن
٣	⟷	٩٦
٦	⟷	أ

" عملية الضرب على شكل يساوي لأنه تناسب عكسي "

٦ × أ = ٩٦ × ٣ "بالقسمة على معامل (أ) ٦ "

أ = $\frac{٩٦ \times ٣}{٦}$

أ = ١٦ × ٣

أ = ٤٨ ساعة

إذن سوف يحتاجون إلى ٤٨ ساعة حتى يتمون الحصاد .

الضرب التبادلي

تعريف :

علاقة بين ٣ كميات تحوي في الوقت ذاته علاقة تناسب طردي وآخر عكسي .

شروط الحل بالضرب التبادلي :

(١) أن توحد وحدات كل كمية بحيث تكون وحدة السرعة أو الزمن أو المسافة واحدة .

(٢) أن ترتب الكميات في عملية الضرب التبادلي كالتالي :

أ- الفاعل (أشخاص ، حيوانات ، المُنتِج ، ...)

ب- المفعول (المنجز ، المستهلك ، ...)

ت- الزمن (أيام ، دقائق ، ساعات ، ...)

(٣) أن يتم الضرب في العملية على شكل مقص بين كل كميتين متتاليتين (كما سيأتي) .

مثال الشرح :

تنتج (أ) بقرات مقدار (ب) دلاء من الحليب في (هـ) من الايام ، فإن (جـ) بقرات تنتج مقدار (د) دلاء من الحليب في (و) من الايام .

الحل

الفاعل	المفعول	الزمن
عدد البقر	**عدد الدلاء**	**عدد الأيام**
أ	ب	هـ
جـ	د	و

" عملية الضرب التبادلي نقوم بحلها لإيجاد المجهول عن طريق عمل ضرب على شكل علامة مقص بين كل كميتين متتاليتين في التناسب كما هو موضح في الأعلى "

بحيث أن

أ × د × هـ = جـ × ب × و

فإن كان المجهول هو (جـ) قمنا بقسمة الطرفين على معاملاتها وهم (ب × و)

$$\text{جـ} = \frac{\text{أ} \times \text{د} \times \text{هـ}}{\text{ب} \times \text{و}}$$

وإن كان المجهول هو (د) قمنا بقسمة الطرفين على معاملاتها وهم (أ × هـ)

$$\text{د} = \frac{\text{جـ} \times \text{ب} \times \text{و}}{\text{أ} \times \text{هـ}}$$

وإن كان المجهول هو (و) قمنا بقسمة الطرفين على معاملاتها وهم (جـ × ب)

$$\text{و} = \frac{\text{أ} \times \text{د} \times \text{هـ}}{\text{جـ} \times \text{ب}}$$

أمثلة :

(١) يقطع ٣ عمال ٣ ألواح خشبية متساوية في ٣ دقائق ، كم لوحاً يقطعها ٩ عمال في ٣٠ دقيقة ؟

الحل

نرمز للمطلوب بالرمز (أ)

الفاعل	المفعول	الزمن
عدد العمال	**عدد الألواح**	**عدد الدقائق**
٣	٣	٣
٩	أ	٣٠

٣ × أ × ٣ = ٩ × ٣ × ٣٠ " بقسمة الطرفين على معاملات (أ) ٣ × ٣ "

$$\text{أ} = \frac{٩ \times ٣ \times ٣٠}{٣ \times ٣}$$

أ = ٣ × ٣٠

أ = ٩٠ لوحاً

إذن سوف يقطعون ٩٠ لوحاً .

(٢) إذا كان ٦٠ عاملاً ينهون ٢٥٪ من عمل ما في ٢٥ يوماً ، إذا أردنا إنجاز العمل كاملاً في ٧٥ يوم فكم عاملاً نحتاج ؟

الحل

ملاحظة : يقصد بالعمل كاملاً ١٠٠٪ من العمل .

نرمز للمطلوب بالرمز (أ)

الفاعل عدد العمال	المفعول المنجز	الزمن عدد الأيام
٦٠	٢٥٪	٢٥
أ	١٠٠٪	٧٥

أ × ٢٥٪ × ٧٥ = ٦٠ × ١٠٠٪ × ٢٥ " بقسمة الطرفين على معاملات (أ) ٢٥٪ × ٧٥ "

$$أ = \frac{٦٠ \times ١٠٠٪ \times ٢٥}{٢٥٪ \times ٧٥}$$

$$أ = \frac{٦٠ \times ٤ \times ٢٥}{٧٥}$$

$$أ = \frac{١٥٠٠ \times ٤}{٧٥}$$

أ = ٢٠ × ٤

أ = ٨٠ عاملاً

إذن سوف نحتاج ٨٠ عاملاً .

(٣) يستطيع ٣ عمال بناء ثلاث حوائط في ٥ ساعات ، في كم ساعة يستطيع ٥ عمال بناء خمس حوائط ؟

الحل

نرمز للمطلوب بالرمز (أ)

الفاعل	المفعول	الزمن
عدد العمال	**عدد الحوائط**	**عدد الساعات**
٣	٣	٥
٥	٥	أ

٥ × ٣ × أ = ٣ × ٥ × ٥ " بقسمة الطرفين على معاملات (أ) ٥ × ٣ "

أ = $\frac{٣ \times ٥ \times ٥}{٣ \times ٥}$

أ = ٥ ساعات

إذن سوف يحتاجون ٥ ساعات .

(٤) إذا استطاع ستون عاملاً بناء ثُلث جدار في ٢٠ يوم ، فما عدد العمال الذين يكملون الجدار في شهر ؟

الحل

ملاحظة : إكمال الجدار يقصد به الكمية المتبقية منه وقد ذكر في السؤال انه انتهى ثلث أي أن المتبقي ثلثان .

نقوم قبل الحل بتحويل الشهر إلى أيام بالضرب في ٣٠ .

نرمز للمطلوب بالرمز (أ)

الفاعل عدد العمال	**المفعول** المنجز	**الزمن** عدد الايام
٦٠	$\frac{١}{٣}$	٢٠
أ	$\frac{٢}{٣}$	٣٠

$$\text{أ} \times \frac{١}{٣} \times ٣٠ = ٦٠ \times \frac{٢}{٣} \times ٢٠$$

$$\text{أ} \times ١٠ = ٢٠ \times ٢ \times ٢٠$$ " بقسمة الطرفين على معامل (أ) ١٠ "

$$\text{أ} = \frac{٢٠ \times ٢ \times ٢٠}{١٠}$$

$$\text{أ} = ٢ \times ٢ \times ٢٠$$

أ = ٨٠ عاملاً

إذن سوف نحتاج ٨٠ عاملاً .

المتوسط الحسابي

تعريف :

المتوسط الحسابي لمجموعة من القيم يساوي مجموع تلك القيم على عددها .

$$\text{المتوسط الحسابي} = \frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددها}}$$

مثال الشرح :

أوجد المتوسط الحسابي للأعداد التالية : (أ ، ب ، جـ ، د) .

الحل

$$\text{المتوسط الحسابي} = \frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددها}}$$

مجموع القيم = أ + ب + جـ + د

عدد القيم = ٤

إذن

$$\text{المتوسط الحسابي} = \frac{\text{أ + ب + جـ + د}}{٤}$$

أمثلة :

(١) لدينا الأعداد التالية ٣٦ ، ٥٧ ، ٦٩ ، ٨٣ ، ١٠٥ . اوجد المتوسط الحسابي لها .

الحل

المتوسط الحسابي = $\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددها}}$

مجموع القيم = ٣٦ + ٥٧ + ٦٩ + ٨٣ + ١٠٥ = ٣٥٠

عدد القيم = ٥

المتوسط الحسابي = $\frac{٣٥٠}{٥}$

المتوسط الحسابي = ٧٠

(٢) المتوسط الحسابي لأربع أعداد يساوي ٢٠ ، فإذا كان المتوسط الحسابي عند إحدى هذه الاعداد يساوي ١٥ . فما العدد الذي تم استبعاده ؟

الحل

خطوات الحل :

١- نوجد مجموع الأعداد الكلي بضرب عدد القيم في المتوسط الحسابي لها
٢- نوجد مجموع الأعداد بعد استبعاد العدد المطلوب بضرب عدد القيم المتبقية في المتوسط الحسابي لها
٣- نوجد العدد الذي تم استبعاده بطرح مجموع الأعداد بعد استبعاده من مجموع الأعداد الكلي

المجموع الكلي = عدد القيم × المتوسط الحسابي لها

المجموع الكلي = ٤ × ٢٠

المجموع الكلي = ٨٠

مجموع الأعداد بعد استبعاد العدد المطلوب = عدد القيم المتبقية × المتوسط الحسابي لها

مجموع الأعداد بعد استبعاد العدد المطلوب = ٣ × ١٥

مجموع الأعداد بعد استبعاد العدد المطلوب = ٤٥

العدد الذي تم استبعاده = مجموع الأعداد الكلي — مجموع الأعداد بعد استبعاد العدد المطلوب

العدد الذي تم استبعاده = ٨٠ — ٤٥

العدد الذي تم استبعاده = ٣٥

إذن العدد الذي تم استبعاده هو ٣٥

(٣) إذا كان المتوسط الحسابي لـ ٤ ، ٩ ، ص يساوي ١٠ فما قيمة ص ؟

الحل

المتوسط الحسابي = $\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددها}}$

١٠ = $\frac{\text{٤ + ٩ + ص}}{\text{٣}}$

٤ + ٩ + ص = ٣ × ١٠

١٣ + ص = ٣٠

ص = ٣٠ - ١٣

ص = ١٧

(٤) المتوسط الحسابي لستة أعداد موجبة يساوي ٥ . فإذا كان المتوسط الحسابي لأقل وأكبر عدد من هذه الستة يساوي ٧ . فما المتوسط الحسابي للأربعة اعداد الباقية ؟

الحل

خطوات الحل :

١- نوجد مجموع الأعداد الكلي بضرب عدد القيم في المتوسط الحسابي لها

٢- نوجد مجموع اقل واكبر عددين بضرب عددهم في المتوسط الحسابي لهم

٣- نوجد مجموع الأعداد الأربعة الباقية بطرح مجموع اقل واكبر عددين من المجموع الكلي

٤- نوجد المتوسط الحسابي للأعداد الأربعة الباقية (وهو المطلوب) بقسمة مجموعهم على عددهم

مجموع الأعداد الكلي = عدد القيم × المتوسط الحسابي لها

مجموع الأعداد الكلي = ٦ × ٥

مجموع الأعداد الكلي = ٣٠

مجموع أقل واكبر عددين = عددهم × المتوسط الحسابي لهم

مجموع أقل واكبر عددين = ٢ × ٧

مجموع أقل واكبر عددين = ١٤

مجموع الأعداد الأربعة الباقية = المجموع الكلي – مجموع اقل واكبر عددين

مجموع الأعداد الأربعة الباقية = ٣٠ – ١٤

مجموع الأعداد الأربعة الباقية = ١٦

المتوسط الحسابي للأربعة أعداد الباقية = $\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددها}}$

المتوسط الحسابي للأربعة أعداد الباقية = $\frac{١٦}{٤}$ = ٤

إذن المتوسط الحسابي للأربعة أعداد الباقية هو ٤

(٥) إذا كان متوسط درجات فيصل في ٥ اختبارات هو ٨٠ درجة ، فيما كان متوسط درجاته في الاختبارات الثلاثة الاولى هو ٩٠ درجة ، فإن متوسط درجاته في آخر اختبارين يساوي ؟

الحل

خطوات الحل :

١- نوجد مجموع الدرجات الكلي بضرب عدد الاختبارات في المتوسط الحسابي للدرجات

٢- نوجد مجموع درجات الثلاثة اختبارات الأولى بضرب عددهم في المتوسط الحسابي لهم

٣- نوجد مجموع درجات آخر اختبارين بطرح مجموع الثلاثة اختبارات الأولى من مجموع الدرجات الكلي

٤- نوجد المتوسط الحسابي لدرجات آخر اختبارين (وهو المطلوب) بقسمة مجموعهم على عددهم

مجموع الدرجات الكلي = عدد الاختبارات × المتوسط الحسابي للدرجات

مجموع الدرجات الكلي = ٥ × ٨٠

مجموع الدرجات الكلي = ٤٠٠ درجة

مجموع درجات الثلاثة اختبارات الأولى = عددهم × المتوسط الحسابي لهم

مجموع درجات الثلاثة اختبارات الأولى = ٣ × ٩٠

مجموع درجات الثلاثة اختبارات الأولى = ٢٧٠ درجة

مجموع درجات آخر اختبارين = مجموع الدرجات الكلي — مجموع درجات الثلاثة اختبارات الأولى

مجموع درجات آخر اختبارين = ٤٠٠ — ٢٧٠

مجموع درجات آخر اختبارين = ١٣٠ درجة

المتوسط الحسابي لدرجات آخر اختبارين = $\frac{\text{مجموع الدرجات لآخر اختبارين}}{\text{عددها}}$

المتوسط الحسابي لدرجات آخر اختبارين = $\frac{١٣٠}{٢}$ = ٦٥

إذن المتوسط الحسابي لدرجات آخر اختبارين هو ٦٥ درجة

(٦) إذا كان المتوسط الحسابي لستة أعداد = ٤,٥ ، فإن مجموع هذه الاعداد = ... ؟

الحل

مجموع الاعداد = عددهم × المتوسط الحسابي لهم

مجموع الاعداد = ٢٧

إذن مجموع الاعداد هو ٢٧

المتتابعات

ملاحظة :

المتتابعات في اختبار القدرات ليس بنفس المعنى الكلي للمتتابعات في الرياضيات .

حيث أن متتابعات اختبار القدرات تعتمد على أسلوب تفكير الطالب في إيجاد علاقة مرتبطة بجميع المتتابعة أو بين كل حد والذي يليه وهكذا .

لذلك لا توجد قاعدة معينة تسير عليها متتابعات الاختبار وسنعتمد في تطرقنا لهذا الموضوع على وضع أغلب الأمثلة وحلها بحيث تشمل الأمثلة أغلب أفكار تلك المسائل .

أمثلة :

(١) الرقم الذي يكمل السلسلة التالية :

١٢٨ ، ١٢٠ ، ١١٤ ، ١١٠ ، ١٠٨ ، .... هو ؟

الحل

نلاحظ أن كل حد ينقص عن الذي يليه بمضاعفات العدد ٢ بالتدرج من الاكبر الى الاصغر حيث :

١٢٨ — ٨ = ١٢٠

١٢٠ — ٦ = ١١٤

١١٤ — ٤ = ١١٠

١١٠ — ٢ = ١٠٨

١٠٨ — ٠ = ١٠٨

<u>طرحنا (٠) لماذا ؟؟</u>

تلاحظون أن مقدار الطرح ظل في تناقص بمقدار ٢ بين كل حدين ، والحد الذي يسبق الحد المطلوب كان مقدار الطرح ٢

إذن مقدار الطرح الحالي = ٢ - ٢ = ٠ ولهذا قمنا بطرح ٠

إذن العدد الذي يكمل فراغ التسلسل هو ١٠٨

ـ ٨ ـ ٦ ـ ٤ ـ ٢ ـ ٠

١٢٨ ، ١٢٠ ، ١١٤ ، ١١٠ ، ١٠٨ ، ١٠٨

(٢) أكمل التسلسل التالي :

٣٤ ، ٣٦ ، ٣٧ ، ٣٩ ، .... :

الحل

الأسلوب الاول :

نلاحظ أنه بين الحدين الاول والثاني قمنا باضافة (٢) للحد الاول حتى نحصل على الحد الثاني

حيث :

٣٤ + ٢ = ٣٦ وهو الحد الثاني

ونلاحظ أنه بين الحدين الثاني والثالث قمنا باضافة (١) للحد الثاني للوصول للحد الثالث

حيث :

٣٦ + ١ = ٣٧ وهو الحد الثالث

ونلاحظ أنه بين الحدين الثالث والرابع قمنا باضافة (٢) للحد الثالث للوصول للحد الرابع

حيث :

٣٧ + ٢ = ٣٩ وهو الحد الرابع

إذن فكرة المتتابعة هي :

إضافة (٢) بين الحدين في المرة والاولى واضافة (١) في المرة التي تليها ثم نعود مرة اخرى لإضافة (٢) في المرة التي تليها وهكذا كما هو موضح :

+ ٢   + ١   + ٢   + ١

٣٤ ، ٣٦ ، ٣٧ ، ٣٩ ، .....

إذن فالحد المطلوب هو

٣٩ + ١ = ٤٠

الأسلوب الثاني :

فكرة الاسلوب الثاني في الحل ان المتتابعة المعطاة هي عبارة عن متتابعتين متداخلتين بحيث يكون الحد الاول والثالث والخامس وهكذا ضمن المتتابعة الاولى المتداخلة والحد الثاني والرابع والسادس وهكذا بنفس التدرج ضمن المتتابعة الثانية المتداخلة .

٣٤ ، ٣٦ ، ٣٧ ، ٣٩ ، .....

نلاحظ هنا أن

٣٤ ، ٣٧ ، ...(العدد المطلوب)

يتبعون المتتابعة الاولى المتداخلة حيث ان مقدار الزيادة هو ٣ بين كل حدين حيث :

٣٤ + ٣ = ٣٧ وهو الحد الثاني في المتتابعة المتداخلة الاولى

٣٧ + ٣ = ٤٠ وهو الحد الثالث في المتتابعة المتداخلة الاولى اضافة انه الحد المطلوب في المتتابعة الاصلية وللتاكد من هذا الاسلوب فان الناتج نفسه باتباع الاسلوبين

إذن الحد المطلوب هو ٤٠

(٣) أوجد الحد الخامس في المتتالية :

٣ ، ١٢ ، ٢١ ، ٣٠ ، .... :

الحل

نلاحظ هنا ان اسلوب سير المتتابعة كالتالي :

$$\underbrace{٣ \quad ، \quad ١٢}_{+٩} \quad \underbrace{\quad ، \quad ٢١}_{+٩} \quad \underbrace{\quad ، \quad ٣٠}_{+٩} \quad \underbrace{\quad ، \quad .....}_{+٩}$$

مقدار التزايد ثابت على جميع الحدود وهو (+ ٩)

الحد الخامس = ٣٠ + ٩ = ٣٩

إذن الحد الخامس هو ٣٩

(٤) ما هو العدد الذي يجب وضعه في فراغ التسلسل الآتي :

٣ ، ٥ ، ١٥ ، ١٧ ، ٥١ ، .... :

الحل

نلاحظ هنا ان اسلوب سير المتتابعة كالتالي :

+ ٢   × ٣   + ٢   × ٣   + ٢

٣ ، ٥ ، ١٥ ، ١٧ ، ٥١ ، ....

أي ان الحدين الاول والثاني بينهم عملية (+ ٢)

والحدين الثاني والثالث بينهم عملية (× ٣) وهكذا الى نهاية المتتابعة

الحد المطلوب = ٥١ + ٢ = ٥٣

إذن الحد المطلوب هو ٥٣

(٥) أكمل المتتابعة التالية :

٢ ، ٤ ، ٨ ، ١٤ ، ٢٢ ، ...... :

الحل

نلاحظ هنا ان اسلوب سير المتتابعة كالتالي :

+ ٢   + ٤   + ٦   + ٨   +١٠

٢ ، ٤ ، ٨ ، ١٤ ، ٢٢ ، ....

أي ان فكرة المتابعة هي ان مقدار الزيادة بين الحدين مضاعفات للعدد ٢ يبدأ بالعدد ٢ تصاعدياً .

الحد المطلوب = ٢٢ + ١٠ = ٣٢

إذن فالحد المطلوب هو ٣٢

(٦) وجد الرقمين اللذان يناسبان فراغي التسلسل :

٢٠ ، ٢٥ ، ٢٩ ، ٣٤ ، ...... ، .... .. :

الحل

نلاحظ هنا ان اسلوب سير المتتابعة كالتالي :

+ ٥   + ٤   + ٥   + ٤   + ٥

٢٠ ، ٢٥ ، ٢٩ ، ٣٤ ، ...... ، ....

أي ان مقدار التزايد يبدأ بـ (+ ٥) فمرة تكون هي العملية وفي المرة التي تليها تكون (+ ٤) وهكذا .

إذن الحدود المطلوبة هي :

الحد الخامس = ٣٤ + ٤ = ٣٨

الحد السادس = ٣٨ + ٥ = ٤٣

إذن الحدين المطلوبين هما (٣٨ ، ٤٣)

(٧) أكمل بنفس التسلسل :

٢١٨ ، ١٩٨ ، ١٨٠ ، ١٦٤ ، ...... :

الحل

نلاحظ هنا ان اسلوب سير المتتابعة كالتالي :

٢٠- ١٨- ١٦- ١٤-

٢١٨ ، ١٩٨ ، ١٨٠ ، ١٦٤ ، ......

أي ان العلاقة هي تناقص يبدأ بـ (- ٢٠) ويتناقص بمقدار (٢) عن المقدار الذي قبله في سير المتتابعة .

الحد المطلوب = ١٦٤ — ١٤ = ١٥٠

إذن الحد المطلوب هو ١٥٠

(٨) ما العدد الذي يجب وضعه في الفراغ :

٧ ، ٩ ، ١٣ ، ١٦ ، ...... ، ٢٣

الحل

هنا سنتبع اسلوب حل انهما عبارة عن متتابعتين متداخلتين .

المتتابعة الاولى المتداخلة هي :

٧ ، ١٣ ، .....

المتتابعة الثانية المتداخلة هي :

٩ ، ١٦ ، ٢٣

الفراغ وجد في المتتابعة الاولى المتداخلة إذن نوجد سير المتتابعة فيها نجد انه

٧ + ٦ = ١٣ وهو الحد الثاني في المتتابعة المتداخلة الاولى

إذن مقدار التزايد هو (٦) عن الحد الذي يسبقه

الحد المطلوب = ١٣ + ٦ = ١٩

إذن الحد المطلوب هو ١٩

الجبر

ملاحظة : خاص للأقسام العلمية

أولاً : قواعد وأساسيات الإشارات

أ- الجمع :

❖ إذا تشابهت الإشارات حال الجمع كأن تكون جميع الأعداد موجبة الإشارة أو سالبتها فالناتج يكون مجموع هذه الأعداد وإشارة الناتج تكون نفس إشارة الأعداد .

مثال : اجمع :

٣ + ٤ + ٧ + ٥ = + ١٩ = ١٩

ملاحظة : لا توضع إشارة موجب عادة في الناتج إذا كان موجب لان أي عدد ليس بجواره إشارة فيكون موجب .

(- ٣) + (- ٤) + (- ٦) + (- ٧) = - ٢٠

ملاحظة : يجب وضع أقواس على العدد السالب وممكن الاستغناء عن إشارات الجمع والأقواس الموجودة في العملية الرياضية والسبب سيأتي بيانه في الطرح .

❖ إذا اختلفت الإشارات حال الجمع كأن يكون أحد الأعداد موجب والآخر سالب فيكون الوصول للناتج بأن نأخذ إشارة العدد الأكبر ونطرح العددين .

مثال : اجمع :

٣ + (-٦) = - (٦ - ٣) = -٣

-٤ + ٧ = + (٧ - ٤) = + ٣ = ٣

ب- الطرح :

❖ في حال الطرح عند اختلاف الإشارات نقوم بقلب الطرح إلى جمع وقلب إشارة العدد الذي يلي إشارة الطرح ونقوم بعملية جمع كما في الشرح السابق .

مثال : اطرح :

٨ - ٥ = ٣

ملاحظة : هنا لم نقم باستخدام أسلوب الحل لان العملية تحل بالطرح التقليدي .

-٤ - ٤ = -٤ + (-٤) = -٨

ملاحظة : قمنا بتحويل الطرح إلى جمع وقلبنا إشارة العدد الذي يلي إشارة الطرح .

٥ - ٨ = ٥ + (-٨) = - (٨ - ٥) = -٣

ملاحظة : قمنا بتحويل الطرح إلى جمع وقلبنا إشارة العدد الذي يلي إشارة الطرح ثم أجرينا عملية جمع بالطرق المشروحة أعلاه .

جـ- الضرب :

❖ في حال الضرب إذا تشابهت الإشارات فإن الناتج موجب ، وإذا اختلفت الإشارات فان الناتج سالب .

مثال : اضرب :

٣ × ٥ = + ١٥ = ١٥

- ٦ × (- ٦) = + ٣٦ = ٣٦

- ٧ × ٨ = - ٥٦

٧ × (- ٩) = - ٦٣

د- القسمة :

❖ في حال القسمة إذا تشابهت الإشارات فإن الناتج موجب ، وإذا اختلفت الإشارات فان الناتج سالب .

مثال : اقسم :

١٥ ÷ (- ٣) = - ٥

- ٣ ÷ (- ١) = + ٣ = ٣

- ٧٢ ÷ ١٢ = - ٦

٢٥ ÷ ٥ = ٥

ثانياً : قواعد وأساسيات القوى

تعريف :

$أ^{ن}$: تعني أن العدد (أ) مضروب في نفسه بعدد (ن) من المرات .

والعدد (أ) يسمى أساس

والعدد (ن) يسمى أس

مثال :

$٣^{٣} = ٣ \times ٣ \times ٣ = ٢٧$

$٢^{٥} = ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ = ٣٢$

$٦^{٢} = ٦ \times ٦ = ٣٦$

ملاحظة (١)

أ ١ = أ

أي عدد (أ) مرفوع للقوة (١) يساوي نفس العدد (أ)

مثال :

٥ ١ = ٥

١٠٠ ١ = ١٠٠

ملاحظة (٢)

أ ٠ : تعني أن العدد (أ) مرفوع للقوة صفر

ودائما أي عدد مرفوع لقوة صفر = ١

مثال :

٥٠ ٠ = ١

١٠٠٠٠٠ ٠ = ١

٤٠٤٤ ٠ = ١

ملاحظة (٣)

$١^{أ}$: تعني أن العدد (١) مرفوع لقوة العدد (أ)

ودائما العدد (١) مرفوع لقوة أي عدد = ١

مثال :

$١^{٤} = ١$

$١^{٥٠٠} = ١$

$١^{١٠٠٠} = ١$

ملاحظة (٤)

$(أ^{ن})^{م} = أ^{ن \times م}$

قوة القوة بينهما عملية ضرب

مثال :

$(٢^{٣})^{٢} = ٢^{٣ \times ٢} = ٢^{٦} = ٦٤$

$(٤^{٢})^{٢} = ٤^{٢ \times ٢} = ٤^{٤} = ٢٥٦$

$(٥)^{٤} = ٥^{٤} = ٦٢٥$

ملاحظة (٥)

$$أ^{ن} \times أ^{م} = أ^{ن+م}$$

في حال الضرب إذا تساوت الأساسات نجمع الأسس

مثال :

$$٢^{٢} \times ٢^{٤} = ٢^{(٢+٤)} = ٢^{٦} = ٦٤$$

$$٥ \times ٥^{٢} = ٥^{(١+٢)} = ٥^{٣} = ١٢٥$$

$$٣^{٢} \times ٣^{٢} = ٣^{(٢+٢)} = ٣^{٤} = ٨١$$

ملاحظة (٦)

$$أ^{ن} \div أ^{م} = أ^{ن-م}$$

في حال القسمة إذا تساوت الأساسات نطرح الأسس

مثال :

$$٣^{٣} \div ٣^{١} = ٣^{(٣-١)} = ٣^{٢} = ٩$$

$$٤^{٥} \div ٤^{٣} = ٤^{(٥-٣)} = ٤^{٢} = ١٦$$

$$٦^{٦} \div ٦^{٥} = ٦^{(٦-٥)} = ٦^{١} = ٦$$

ملاحظة (٧)

$١٠^{أ}$: تعني أن العدد ١٠ مرفوع لقوة العدد أ

وفي هذه الحالة يكون الناتج مضاعف للعدد (١٠) عدد أصفاره = أ

مثال :

$١٠^{٥} = ١٠٠٠٠٠$

$١٠^{١٠} = ١٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠$

$١٠^{١} = ١٠$

$١٠^{٢} = ١٠٠$

ملاحظة (٨)

$أ^{(-ن)} = \frac{١}{أ^{ن}}$

إذا كان العدد (أ) مرفوع لقوة سالبة (- ن) فإن الناتج هو مقلوب العدد ($أ^{ن}$)

مثال :

$٥^{(-٢)} = \frac{١}{٥^{٢}} = \frac{١}{٢٥}$

$٤^{(-٣)} = \frac{١}{٤^{٣}} = \frac{١}{٦٤}$

$٣^{(-٤)} = \frac{١}{٣^{٤}} = \frac{١}{٨١}$

ملاحظة (٩)

إذا كان (أ) عدد طبيعي فإن :

$(-أ)^{ن} = أ^{ن}$: إذا كان (ن) عدد زوجي

$(-أ)^{ن} = -أ^{ن}$: إذا كان (ن) عدد فردي

مثال :

$(-٢)^{٤} = ٢^{٤} = ١٦$ **الناتج موجب لأن الأس زوجي (٤)**

$(-٢)^{٣} = -٢^{٣} = -٨$ **الناتج سالب لأن الأس فردي (٣)**

ملاحظة (١٠)

$أ^{ن} \times ب^{ن} = (أ \times ب)^{ن}$

في حالة الضرب إذا تساوت الأسس نقوم بإيجاد حاصل ضرب الأساسات ونرفعهم لنفس الأس

مثال :

$٢^{٣} \times ٣^{٣} = (٢ \times ٣)^{٣} = ٦^{٣} = ٢١٦$

$٤^{٢} \times ٢^{٢} = (٤ \times ٢)^{٢} = ٨^{٢} = ٦٤$

$٥^{٥} \times ٢^{٥} = (٥ \times ٢)^{٥} = ١٠^{٥} = ١٠٠٠٠٠$

ملاحظة (١١)

$أ^{ن} \div ب^{ن} = (أ \div ب)^{ن}$

في حالة القسمة إذا تساوت الأسس نقوم بإيجاد حاصل قسمة الأساسات ونرفعهم لنفس الأس

مثال :

$٦^{٢} \div ٢^{٢} = (٦ \div ٢)^{٢} = ٣^{٢} = ٩$

$٤^{٤} \div ٢^{٤} = (٤ \div ٢)^{٤} = ٢^{٤} = ١٦$

$١٠^{٣} \div ٥^{٣} = (١٠ \div ٥)^{٣} = ٢^{٣} = ٨$

ثالثاً : قواعد وأساسيات الجذور

تعريف :

إذا كان أ = ب ^{٢} فإن :

$\sqrt{أ}$ = ب

الجذر التربيعي للعدد (أ) = ب

مثال :

$\sqrt{٤}$ = ٢ لأن ٢ × ٢ = ٤

$\sqrt{٢٥}$ = ٥ لأن ٥ × ٥ = ٢٥

$\sqrt{١٦}$ = ٤ لأن ٤ × ٤ = ١٦

$\sqrt{٩}$ = ٣ لأن ٣ × ٣ = ٩

$\sqrt{١٢١}$ = ١١ لأن ١١ × ١١ = ١٢١

ملاحظة (١)

$$(\sqrt{أ})^{٢} = أ$$

إذا كان الجذر التربيعي للعدد (أ) مرفوع لقوة العدد ٢ فإن الناتج هو العدد (أ)

مثال :

$$(\sqrt{٥})^{٢} = ٥$$

$$(\sqrt{١٠٠})^{٢} = ١٠٠$$

ملاحظة (٢)

$$\sqrt[ن]{أ} = أ^{\frac{١}{ن}}$$

الجذر النوني للعدد (أ) يساوي العدد (أ) مرفوع لقوة مقلوب العدد (ن)

مثال :

الجذر الثالث للعدد ٣ = $\sqrt[٣]{٣} = ٣^{\frac{١}{٣}}$

الجذر العاشر للعدد ٣٠ = $\sqrt[١٠]{٣٠} = ٣٠^{\frac{١}{١٠}} = ٣٠^{٠,١}$

الجذر الرابع للعدد ٦ ٢ = $\sqrt[٤]{٦^{٢}} = (٦^{٢})^{\frac{١}{٤}} = ٦^{\frac{٢}{٤}} = ٦^{\frac{١}{٢}} = ٦^{٠,٥}$

ملاحظة (٣)

$\sqrt{أ} \times \sqrt{ب} = \sqrt{أ \times ب}$

في حالة الضرب بين جذرين نقوم بإدخال الأعداد داخل جذر واحد

مثال :

$\sqrt{٤} \times \sqrt{٩} = \sqrt{٤ \times ٩} = \sqrt{٣٦} = ٦$

$\sqrt{٨} \times \sqrt{٢} = \sqrt{٢ \times ٨} = \sqrt{١٦} = ٤$

$\sqrt{٢٧} \times \sqrt{٣} = \sqrt{٣ \times ٢٧} = \sqrt{٨١} = ٩$

ملاحظة (٤)

$\sqrt{أ} \div \sqrt{ب} = \sqrt{أ \div ب}$

في حالة القسمة بين جذرين نقوم بإدخال الأعداد داخل جذر واحد

مثال :

$\sqrt{٢٧} \div \sqrt{٣} = \sqrt{٢٧ \div ٣} = \sqrt{٩} = ٣$

$\sqrt{١٢٥} \div \sqrt{٥} = \sqrt{١٢٥ \div ٥} = \sqrt{٢٥} = ٥$

$\sqrt{٤} \div \sqrt{٢} = \sqrt{٤ \div ٢} = \sqrt{٢}$

ملاحظة (٥)

في حالة الجمع والطرح لا يمكن سوى جمع أو طرح الجذور المتشابهة ونقوم فقط بجمع المعاملات ويبقى الجذر كعامل مشترك

مثال :

$4\sqrt{8} + 5\sqrt{8} = (4 + 5)\sqrt{8} = 9\sqrt{8}$

$\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = (1 + 3)\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$

$\sqrt{3} + \sqrt{5} = \sqrt{3} + \sqrt{5}$ لا يمكن الجمع بسبب اختلاف الجذور

$2\sqrt{6} - \sqrt{6} = (2 - 1)\sqrt{6} = 1\sqrt{6} = \sqrt{6}$

$5\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = (5 - 3)\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

ملاحظة (٦)

إذا كان الجذر ذو درجة (ن) وكانت فردية

فإن ما بداخل الجذر يمكن أن يكون موجب أو سالب وناتج الجذر يجب أن تكون إشارته مطابقة لإشارة ما بداخل الجذر

مثال :

$$\sqrt[٣]{-٨} = -٢$$

$$\sqrt[٥]{-١} = -١$$

$$\sqrt[٧]{١٢٨} = ٢$$

في جميع الأمثلة السابقة كانت درجة الجذر فردية وكانت جميع نواتج الجذور السابقة إشارتها موافقة لإشارة ما بداخل الجذر

رابعاً : القيمة المطلقة

تعريف :

إذا كان (أ) عدد طبيعي فإن :

| أ | = أ

القيمة المطلقة للعدد (أ) الموجب هي العدد (أ)

| - أ | = أ

القيمة المطلقة للعدد (أ) السالب هي العدد (أ)

∴ القيمة المطلقة للصفر دائما صفر

مثال :

| - ٩ | = ٩

| ٤ | = ٤

| ٥ - ٢ | = | ٣ | = ٣

| ٥ - ٦ | = | - ١ | = ١

٦ - | - ٩ | = ٦ - ٩ = - ٣

| ٥ | - | ٣ | = ٥ - ٣ = ٢

| ٦ | - | ٨ | = ٦ - ٨ = - ٢

| ١٠٠٠ | - | ١٠٠٠ | = ١٠٠٠ - ١٠٠٠ = ٠

خامساً : المتطابقات الجبرية

مربع مجموع حدين

(أ + ب)^{٢} = أ^{٢} + ٢ أ ب + ب^{٢}

مربع الفرق بين حدين

(أ − ب)^{٢} = أ^{٢} − ٢ أ ب + ب^{٢}

الفرق بين مربعين

أ^{٢} − ب^{٢} = (أ + ب) (أ − ب)

مسائل جبرية

(١) أوجد ناتج $٦^{١} + ١^{٦}$:

الحل :

$٦^{١} + ١^{٦} = ٦ + ١ = ٧$

(٢) أوجد ناتج $١^{٣} - ١^{-٣}$:

الحل :

$١^{٣} - ١^{-٣} = ١ - ١ = ٠$

ملاحظة : كما قلنا في أسس القوى العدد (١) أس أي عدد هو ١

(٣) إذا كان $\sqrt{س - ٥} = ٣$ فإن س = ... ؟

الحل :

أولاً نقوم بتربيع الطرفين للتخلص من الجذر

$(\sqrt{س - ٥})^{٢} = ٣^{٢}$

$س - ٥ = ٩$

$س = ٩ + ٥$

$س = ١٤$

(٤) أوجد الجذر العاشر للعدد $٣^{٩}$.

الحل :

$$\sqrt[١٠]{٣^{٩}} = ٣^{\frac{٩}{١٠}} = ٣^{٠,٩}$$

(٥) أوجد ناتج $(- \text{س})^{٣٣}$:

الحل :

بما أن الأس (٣٣) فردي إذاً السالب سوف يبقى بجوار العدد

$$(- \text{س})^{٣٣} = - \text{س}^{٣٣}$$

(٦) $٨ \times \text{م}^{٠,٥} = ٤$. فأوجد قيمة م ؟

الحل :

" $٠,٥ = \frac{١}{٢}$ "

$٨ \times \text{م}^{\frac{١}{٢}} = ٤$ " $\text{م}^{\frac{١}{٢}} = \sqrt{\text{م}}$ "

$٨ \times \sqrt{\text{م}} = ٤$

$\sqrt{\text{م}} = \frac{٤}{٨} = \frac{١}{٢}$ " بتربيع الطرفين للتخلص من الجذر "

$\text{م} = \left(\frac{١}{٢}\right)^{٢} = \frac{١}{٤}$

إذاً $\text{م} = \frac{١}{٤}$

(٧) $س^{٣} + ٧ = -١$. فأوجد قيمة س ؟

الحل :

$س^{٣} = -١ - ٧$

$س^{٣} = -٨$ " بأخذ الجذر الثالث للطرفين "

$\sqrt[٣]{س^{٣}} = \sqrt[٣]{-٨}$

$س = -٢$

(٨) $٣٦^{٢س} = ٦^{س+٩}$. أوجد قيمة س .

الحل :

" $٣٦ = ٦^{٢}$ "

$(٦^{٢})^{٢س} = ٦^{س+٩}$ " بتطبيق قاعدة قوة القوة في الطرف الأول "

$٦^{٤س} = ٦^{س+٩}$ " إذا تساوت الأساسات والعلاقة مساواة فإن الأسس متساوية "

٤ س = س + ٩

٤ س — س = ٩

٣ س = ٩

س = ٣

(٩) إذا كان ٧ ^{س} = ٥ فإن ٤٩ ^{س} = ؟

الحل :

٤٩ ^{س} = (٧ × ٧) ^{س} = ٧ ^{س} × ٧ ^{س} = ٥ × ٥ = ٢٥

(١٠) أوجد ناتج س ^{ن} × س $^{-ن}$ = ؟

الحل :

في حالة الضرب إذا تساوت الأساسات نجمع الأسس

س ^{ن} × س $^{-ن}$ = س $^{ن+(-ن)}$ = س ^{٠} = ١

(١١) | س – ١ | = ٣ . أوجد قيمة س .

الحل :

بما أن الناتج هو ٣ إذاً ما بداخل القيمة المطلقة هو – ٣ أو ٣

نقوم بعمل مساواة لما داخل القيمة المطلقة بالقيمتين

س – ١ = ٣ ⬅ س = ٣ + ١ = ٤

أو

س – ١ = – ٣ ⬅ س = – ٣ + ١ = – ٢

إذاً س = { ٤ ، – ٢ }

(١٢) احسب $\sqrt{١٧} \times \sqrt{٦٨} = ...$:

الحل :

نقوم بتحليل العدد ٦٨ نجد أنه يساوي ١٧ × ٤

$$\sqrt{١٧ \times ٦٨} = \sqrt{١٧ \times ١٧ \times ٤} =$$

$$\sqrt{١٧ \times ١٧} \times \sqrt{٤} = ١٧ \times ٢ = ٣٤$$

(١٣) $٧^{س - ٤} = ١$. أوجد قيمة س ؟

الحل :

لابد أن نقوم بمساواة الأساسات حتى نستطيع مساواة الأسس

نجد أن $٧^{٠} = ١$

$$٧^{س - ٤} = ٧^{٠}$$

$$س - ٤ = ٠$$

$$س = ٤$$

(١٤) أوجد الجذر العاشر لـ (٢٧ × ٢ ^٣) :

الحل :

$$\sqrt[١٠]{(٢٧ \times ٢^{٣})} = \sqrt[١٠]{(٣^{٣} \times ٢^{٣})} = \sqrt[١٠]{(٣ \times ٢)^{٣}} = \sqrt[١٠]{٦^{٣}} = ٦^{\frac{٣}{١٠}} = ٦^{٠,٣}$$

(١٥) إذا كان س = −١ . فإن ٢ س^{٣} − س^{٢} + ٨ س − ١ = ؟

الحل :

٢ س^{٣} − س^{٢} + ٨ س − ١ =

٢ (−١)^{٣} − (−١)^{٢} + ٨ (−١) − ١ =

٢ (−١) − (١) + (−٨) − ١ =

−٢ − ١ − ٨ − ١ = −١٢

(١٦) إذا كان ٩^{س} = ١ . فأوجد قيمة س .

الحل :

س = ٠   " لأن أي عدد أس ٠ يساوي ١ "

(١٧) $(٢^{٩}\sqrt{٢} + ٢^{٦}\sqrt{٢}) \div (٤\sqrt{٢} + ٤\sqrt{٢})$

الحل :

$(٢^{٩}\sqrt{٢} + ٢^{٦}\sqrt{٢}) \div (٤\sqrt{٢} + ٤\sqrt{٢})$

$$\frac{\sqrt{٢}\,(٢^{٦} + ٢^{٩})}{\sqrt{٢}\,(٤ + ٤)}$$ " يختصر $\sqrt{٢}$ من البسط والمقام "

$$= \frac{(٢^{٦} + ٢^{٩})}{(٤ + ٤)} = \frac{(٢^{٦} + ٢^{٩})}{٢^{٣}}$$ " بأخذ عامل مشترك ٢ ^{٣} في البسط "

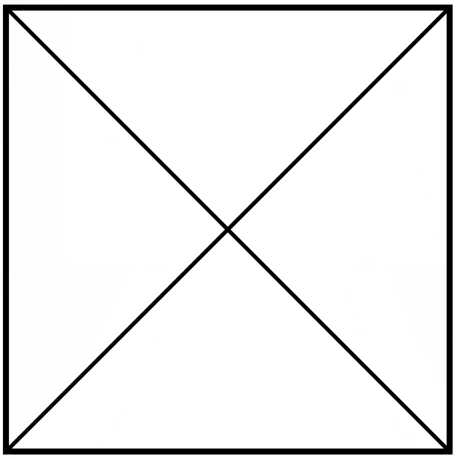
$$= \frac{٢^{٣}\,(٢^{٣} + ٢^{٦})}{٢^{٣}}$$ " يختصر ٢ ^{٣} من البسط والمقام "

$$= ٢^{٣} + ٢^{٦} = ٨ + ٦٤ = ٧٢$$

الهندسة

أولاً : الهندسة المستوية

(١) المربع



الخواص :

أ – أضلاعه متطابقة .

ب – أضلاعه المتواجهة متوازية .

ج – جميع زواياه قائمة .

د – أقطاره منصفة لزواياه .

و – أقطاره متقاطعة في المنتصف ومتطابقة ومتعامدة .

ح – مجموع زوايا المربع = ٣٦٠° .

المحيط :

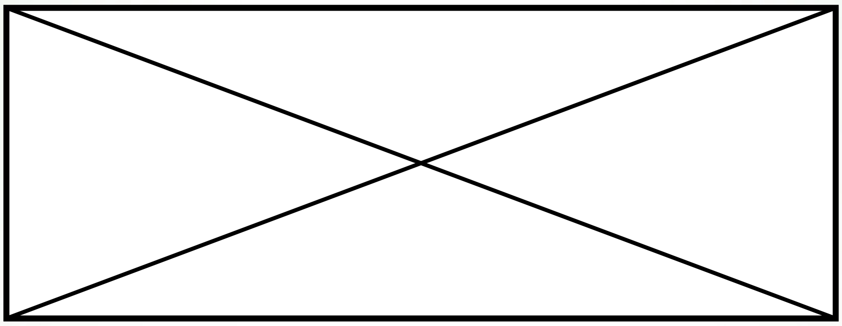
محيط المربع = مجموع أطوال أضلاعه = ٤ × طول الضلع

المساحة :

مساحة المربع = (طول الضلع)^٢

مساحة المربع = $\frac{١}{٢}$ × (طول القطر)^٢

(٢) المستطيل



الخواص :

أ – أضلاعه المتواجهة متطابقة .

ب – أضلاعه المتواجهة متوازية .

ج – جميع زواياه قائمة .

د – أقطاره متقاطعة في المنتصف ومتطابقة .

ح – مجموع زوايا المستطيل = ٣٦٠° .

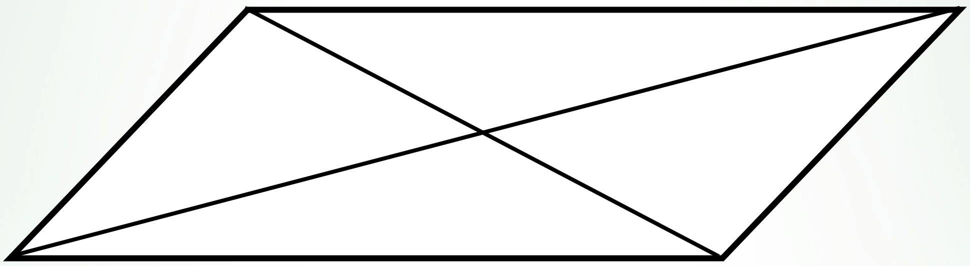
المحيط :

محيط المستطيل = مجموع أطوال أضلاعه = ٢ × (الطول + العرض)

المساحة :

مساحة المستطيل = الطول × العرض

(٣) متوازي الأضلاع



الخواص :

أ – أضلاعه المتواجهة متطابقة .

ب – أضلاعه المتواجهة متوازية .

ج – كل زاويتين متواجهتين متساويتان .

د – أقطاره متقاطعة في المنتصف .

ح – مجموع زوايا متوازي الأضلاع = ٣٦٠° .

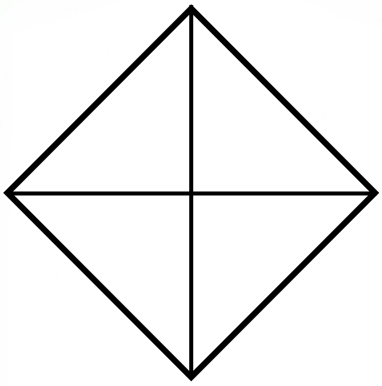
المحيط :

محيط متوازي الأضلاع = مجموع أطوال أضلاعه = ٢ × (الضلع الأكبر + الضلع الأصغر)

المساحة :

مساحة متوازي الأضلاع = القاعدة × الارتفاع

(٤) المعين



الخواص :

أ – أضلاعه متطابقة .

ب – أضلاعه المتواجهة متوازية .

ج – كل زاويتين متواجهتين متساويتان .

د – أقطاره متقاطعة في المنتصف ومتعامدة .

ح – مجموع زوايا المعين = ٣٦٠° .

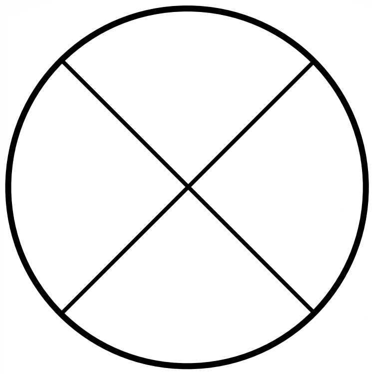
المحيط :

محيط المعين = مجموع أطوال أضلاعه = ٤ × طول الضلع

المساحة :

مساحة المعين = $\frac{١}{٢}$ × حاصل ضرب القطرين

(٥) الدائرة



الخواص :

أ – أقطار الدائرة متطابقة .

ب – تتقاطع أقطار الدائرة في المركز وينصف كل منها الآخر .

ج – نصف القطر المرسوم من نقطة التماس عمودي على المماس .

د – مجموع زوايا مركز الدائرة = ٣٦٠° .

المحيط :

محيط الدائرة = ٢ × نصف القطر × ط

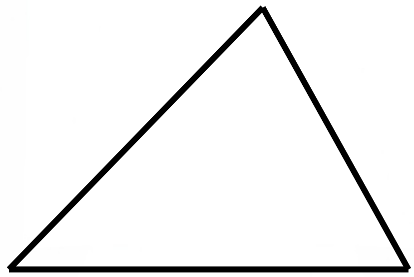
المساحة :

مساحة الدائرة = (نصف القطر)٢ × ط

حيث : ط = ٣,١٤ أو ط = $\frac{٢٢}{٧}$

(٦) المثلث

أولاً : المثلث بشكل عام



الخواص :

أ – مجموع أي ضلعين في المثلث أكبر من الضلع الثالث .

ب – مجموع زوايا المثلث الداخلية = ١٨٠° .

ج – الزاوية الخارجية في مثلث = مجموع الزاويتان الداخليتان غير المجاورة لها.

المحيط :

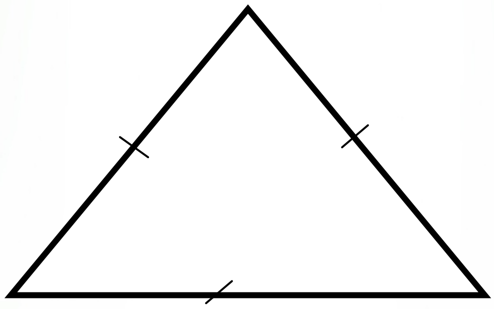
محيط المثلث = مجموع الأضلاع

المساحة :

مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ × القاعدة × الارتفاع

ثانياً : المثلثات الخاصة غير القائمة

١ – المثلث المتطابق الأضلاع



الخواص :

أ – جميع أضلاعه متطابقة .

ب – جميع زوايا المثلث المتطابق الأضلاع الداخلية = ٦٠ ° .

ج – الارتفاع منصف للزاوية والضلع الساقط عليه .

المحيط :

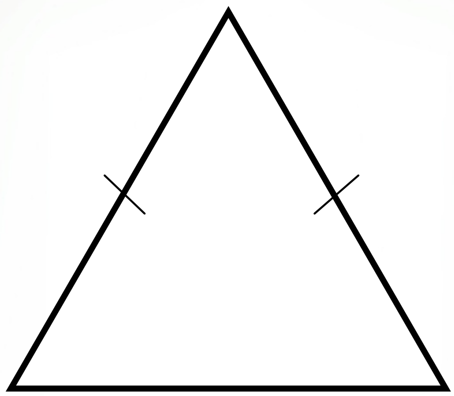
محيط المثلث المتطابق الأضلاع = ٣ × طول الضلع

المساحة :

مساحة المثلث المتطابق الأضلاع = $\frac{١}{٢}$ × القاعدة × الارتفاع

= $\frac{\sqrt{٣}}{٤}$ × (طول الضلع)^{٢}

٢ – المثلث المتطابق الضلعين (متساوي الساقين)



الخواص :

أ – به ضلعان متطابقان .

ب – الزاويتان المواجهتان للضلعين المتطابقين متساويتان .

ج – الارتفاع الساقط من الزاوية المختلفة (المقابلة للقاعدة) ينصف القاعدة وينصف الزاوية .

المحيط :

محيط المثلث متساوي الساقين = مجموع الأضلاع

المساحة :

مساحة المثلث متساوي الساقين = $\frac{1}{2}$ × القاعدة × الارتفاع

ثالثاً : المثلثات الخاصة القائمة

أسس في المثلثات قائمة الزاوية

الوتر : هو الضلع المقابل للزاوية القائمة .

وهو أطول ضلع في المثلث قائم الزاوية .

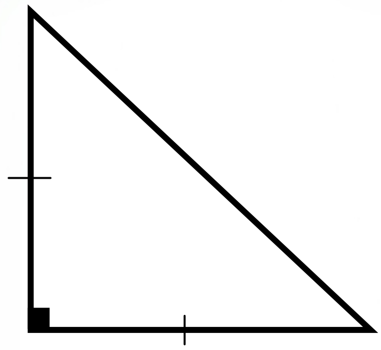
قانون فيثاغورس لإيجاد طول الوتر :

(الوتر) ^٢^ = (الضلع ١) ^٢^ + (الضلع ٢) ^٢^

المساحة :

مساحة المثلث القائم الزاوية = $\frac{١}{٢}$ × حاصل ضرب ضلعي الزاوية القائمة

ا – المثلث المتطابق الضلعين القائم



الخواص :

أ – به ضلعان متطابقان .

ب – زاويتاه غير القائمة = ٤٥° .

ج – طول الوتر = طول ضلع الزاوية القائمة × $\sqrt{٢}$

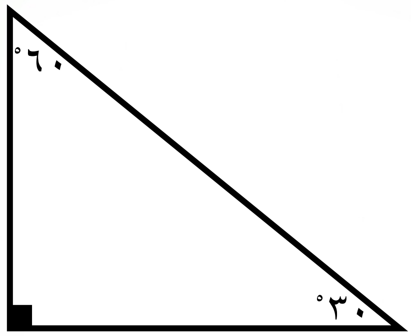
المحيط :

محيط المثلث متطابق الضلعين القائم = مجموع الأضلاع

المساحة :

مساحة المثلث متطابق الضلعين القائم = $\frac{١}{٢}$ × حاصل ضرب ضلعي الزاوية القائمة

٢ – المثلث الثلاثيني ستيني



الخواص :

أ – مثلث قائم الزاوية إحدى زاويتاه = ٣٠° والأخرى = ٦٠° .

ب – الضلع المواجه للزاوية ٣٠° = $\frac{١}{٢}$ × الوتر

ج – الضلع المواجه للزاوية ٦٠° = $\frac{١}{٢}$ × الوتر × $\sqrt{٣}$

المحيط :

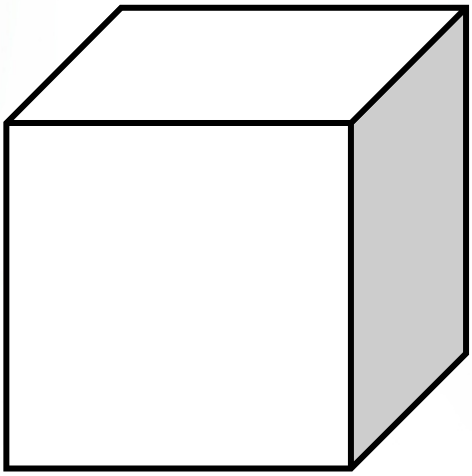
محيط المثلث الثلاثيني ستيني = مجموع الأضلاع

المساحة :

مساحة المثلث الثلاثيني ستيني = $\frac{١}{٢}$ × حاصل ضرب ضلعي الزاوية القائمة

ثانياً : الهندسة الفراغية

(١) المكعب



الخواص :

أ – يتألف من ٦ أوجه مربعة متطابقة .

ب – جميع أطوال حروفه (أضلاعه) متساوية .

الحجم :

حجم المكعب = (طول الضلع) ^٣^

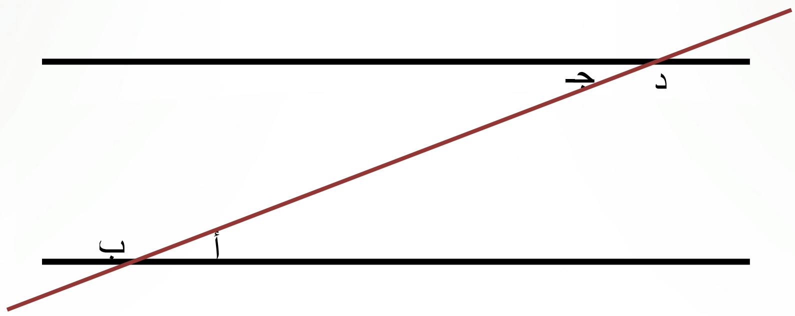
المساحة :

المساحة الكلية = ٦ × (طول الضلع) ^٢^

المساحة الجانبية = ٤ × (طول الضلع) ^٢^

ثالثاً : بعض الخواص الهندسية

(١) التبادل الداخلي



الخاصية :

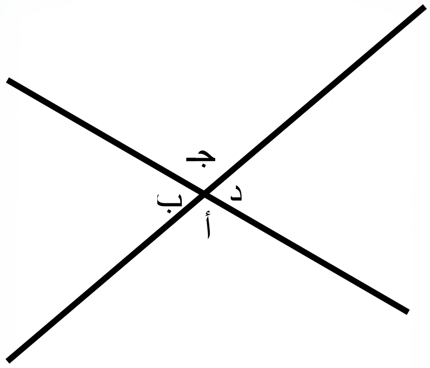
إذا كان هناك مستقيمان متوازيان وقطعهم مستقيم واحد كما في الشكل فإن :

الزاوية (أ) = الزاوية (جـ)

وَ

الزاوية (ب) = الزاوية (د)

(٢) التقابل بالرأس



الخاصية :

إذا تقاطع أي مستقيمين فإن أي زاويتين متقابلتين بالرأس متساويتان

التطبيق في الشكل :

الزاوية (أ) = الزاوية (جـ)

وَ

الزاوية (ب) = الزاوية (د)