الثمن للنسخة ٢٠ ريال

الأمين

في تنمية المهارات لاجتياز اختبار القدرات للقبول في الجامعات

للبنين و البنات

يتميز هذا الكتاب باحتوائه على أهم القوانين الرياضية ذات الصلة بالتفكير الرياضي (الكمي) وشرح مفصل لأبرز الطرق العلمية للتفكير اللغوي (اللفظي) مع عدد كبيرمن الأمثلة المحلولة حلاً نموذجياً كما يحتوي على العديد من الاختبارات التجريبية الذاتية مع حلها .

د . مجدي أمين كتبي
قسم العلوم الرياضية
جامعة أم القرى - مكة المكرمة

د . مروان أمين كتبي
قسم الرياضيات
جامعة الملك عبدالعزيز - جدة

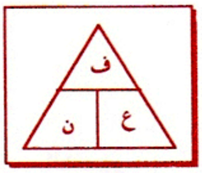
الطبعة الثانية ١٤٢٤هـ - ٢٠٠٣م

٣-٣ ملخصات لأهم القوانين و العلاقات الرياضية ذات الصلة باختبار التفكير الرياضي .

أولاً : قوانين الحساب

الرقم	المفردة	التعريفات والقوانين
١	مجموعة الأعداد الحقيقية	◆ يرمز لها بالرمز ح وتتكون من جميع الأعداد الواقعة بين − ∞ وَ + ∞ و تكتب كفترة كما يلي : ح = (− ∞ ، + ∞)
٢	مجموعة الأعداد الفردية	◆ هي الأعداد التي لا تقبل القسمة على العدد ٢ بدون باق . ◆ و بعبارة أخرى هي الأعداد التي يمكن كتابتها على الصورة : ٢ن+١ حيث ن عدد صحيح . ◆ أي أن مجموعة الأعداد الفردية = { ± ١ ، ± ٣ ، ± ٥ ، ... } .
٣	مجموعة الأعداد الزوجية	◆ هي الأعداد التي تقبل القسمة على العدد ٢ بدون باق . ◆ و بعبارة أخرى هي الأعداد التي يمكن كتابتها على الصورة : ٢ن حيث ن عدد صحيح . ◆ أي أن مجموعة الأعداد الزوجية = { ± ٢ ، ± ٤ ، ± ٦ ، ... } .
٤	مجموعة الأعداد الأولية	◆ العدد أ هو عدد أولي إذا كانت قواسم العدد أ = { ١ ، أ } . ◆ لاحظ أن العدد ١ ليس عدداً أولياً . ◆ مجموعة الأعداد الأولية = { ٢ ، ٣ ، ٥ ، ٧ ، ١١ ، ... } .
٥	العمليات الحسابية الأساسية	◆ الجمع : أ + ب = ب + أ ، أ + ٠ = ٠ + أ = أ ◆ الطرح : أ − ب ≠ ب − أ ، أ − ٠ = أ ◆ الضرب : أ × ب = ب × أ ، أ × ١ = أ ، أ × ٠ = ٠ ◆ أ × ب = ٠ تكافئ : أ = ٠ أو ب = ٠ ◆ القسمة : أ ÷ ب = ج تكافئ : أ = ج × ب حيث ب ≠ ٠

٦	**الكسور الاعتيادية**	إذا كانت أ ، ب ، ج ، د أعداداً حقيقية فإن : • $\frac{أ}{ب} = \frac{ج}{د} \Leftrightarrow$ أ د = ب ج بحيث أن ب ≠ ٠ ، د ≠ ٠ • $\frac{أ}{ب} = \frac{أ ج}{ب ج}$ بحيث أن ب ≠ ٠ ، ج ≠ ٠ • $\frac{أ}{ب} + \frac{ج}{ب} = \frac{أ + ج}{ب}$ بحيث أن ب ≠ ٠ • $\frac{أ}{ب} + \frac{ج}{د} = \frac{أ د + ب ج}{ب د}$ بحيث أن ب ≠ ٠ ، د ≠ ٠ • $\frac{أ}{ب} \times \frac{ج}{د} = \frac{أ \times ج}{ب \times د}$ بحيث أن ب ≠ ٠ ، د ≠ ٠ • $\frac{أ}{ب} \div \frac{ج}{د} = \frac{أ}{ب} \times \frac{د}{ج} = \frac{أ \times د}{ب \times ج}$ (ب ≠ ٠ ، ج ≠ ٠ ، د ≠ ٠). ملاحظة هامة : • $\frac{أ}{ب} + \frac{ج}{د} \neq \frac{أ + ج}{ب + د}$ (ب ≠ ٠ ، د ≠ ٠). • $\frac{أ + ج}{ب + ج} \neq \frac{أ}{ب}$ (ب ≠ ٠ ، ج ≠ ٠ ، ب ≠ -ج). • $\frac{أ}{ب + ج} \neq \frac{أ}{ب} + \frac{أ}{ج}$ (ب ≠ ٠ ، ج ≠ ٠ ، ب ≠ -ج).
٧	**الكسور العشرية**	$\frac{١}{٢}$ = ٠,٥ ، $\frac{١}{٣}$ = ٠,٣٣ ، $\frac{١}{٤}$ = ٠,٢٥ ، $\frac{١}{٥}$ = ٠,٢ $\frac{١}{٨}$ = ٠,١٢٥ ، $\frac{١}{١٠}$ = ٠,١ ، $\frac{١}{١٠٠}$ = ٠,٠١
٨	**قواسم عدد كلي**	• نقول إن العدد ب هو قاسم للعدد أ ، إذا وجد عدد ج بحيث إن : أ = ج × ب ، ب ≠ ٠
٩	**مضاعفات عدد كلي**	• العدد أ هو مضاعف للعدد ب إذا وجد عدد ج بحيث إن : أ = ج × ب ، أ ≠ ٠

١٠	الأطوال	كيلومتر (كم) ، متر (م) ، ديسمتر (دسم) ، سنتيمتر (سم) ، مليمتر (ملم) ◆ ١كم = ١٠٠٠م = ١٠٠٠٠دسم = ١٠٠٠٠٠سم = ١٠٠٠٠٠٠ملم ◆ ١م = ١٠دسم = ١٠٠سم = ١٠٠٠ملم . ◆ ١دسم = ١٠سم = ١٠٠ملم . ◆ ١سم = ١٠ملم . ◆ الميل = ١٧٦٠ ياردة = ٥٢٨٠ قدم . ◆ الياردة = ٣ قدم = ٣٦ بوصة ، القدم = ١٢ بوصة . ◆ الميل = $\frac{٨}{٥}$ كم = ١,٦ كم ، البوصة = ٢,٥ سم .
١١	الأوزان	الطن = ١٠٠٠ كيلو غرام (كجم) ، الكيلو غرام = ١٠٠٠ غرام (غم) .
١٢	الزمن	السنة = ١٢ شهراً ، الأسبوع = ٧ أيام ، اليوم = ٢٤ ساعة . الساعة = ٦٠ دقيقة = ٣٦٠٠ ثانية ، الدقيقة = ٦٠ ثانية .
١٣	النقود	الريال = ٢٠ قرشاً = ١٠٠هللة ، القرش = ٥ هللات .
١٤	الحجم والسعة	اللتر (ل) ، الميلتر (ملل) ١ ل = ١٠٠٠ ملل = ١ دسم^{٣} ، ١ ملل = ١ سم^{٣}
١٥	الحركة	المسافة (ف) ، السرعة (ع) ، الزمن (ن) ف = ع × ن ، ع = $\frac{ف}{ن}$ ، ن = $\frac{ف}{ع}$ 
١٦	النسبة	◆ هي مقارنة بين كميتين باستخدام الأعداد النسبية (الكسرية) . ◆ نسبة العدد أ إلى العدد **ب** هي العدد النسبي $\frac{أ}{ب}$ ، ب ≠ ٠ .
١٧	التناسب	◆ المساواة بين نسبتين تسمى تناسباً . $\frac{أ}{ب}$ = $\frac{جـ}{د}$ حيث ب ≠ ٠ ، د ≠ ٠ . ◆ في كل تناسب حاصل ضرب الطرفين يساوي حاصل ضرب الوسطين . $\frac{أ}{ب}$ = $\frac{جـ}{د}$ يكافئ أ د = ب جـ .

١٨	التناسب الطردي	♦ إذا كانت نسبة أ إلى ب تساوي العدد الثابت ث ، فعند ئذ نقول : إن أ وَ ب متناسبان طردياً ، أوْ أ يتناسب طردياً مع ب . و نكتب ذلك رياضياً : $\frac{أ}{ب}$ = ث أو أ = ب × ث ، حيث ب ≠ ٠ .
١٩	التناسب العكسي	♦ إذا كان أ وَ ب عددين متغيرين بحيث يبقى حاصل ضربهما يساوي العدد الثابت ث فإننا نقول: إن أ وَ ب متناسبان عكسياً . و نكتب ذلك رياضياً : أ × ب = ث
٢٠	النسبة المئوية	♦ هي النسبة التي مقامها مئة و يرمز لها بالرمز % ($\frac{١١}{١٠٠}$ = ١١% ، ٠,١٥ = ١٥%) .
٢١	مقياس الرسم	♦ مقياس الرسم = $\frac{\text{الطول في الرسم}}{\text{الطول الحقيقي}}$

ثانياً : قوانين الجبر

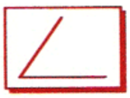
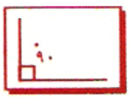
الرقم	المفردة	التعريفات و القوانين
١	قاعدة الإشارات الجبرية	♦ بالنسبة للجمع الجبري (الجمع أو الطرح) : * إذا تشابهت الإشارات نجمع الأعداد ثم نسبق الناتج بنفس الإشارة التي اتحدوا فيها . (− ٧ − ٢ = − ٩ ، +٤ +١ = + ٥) . * عند جمع عددين مختلفين في الإشارات نطرح العدد الأصغر قيمة من العدد الأكبر قيمة ثم نسبق الناتج بإشارة العدد الأكبر قيمة . (− ٦ + ٤ = − ٢) . ♦ بالنسبة للضرب و القسمة : * إذا تشابهت الإشارات فإن الناتج يكون موجباً (+) أي أن : + × + = + ، − × − = + ، $\frac{+}{+}$ = + ، $\frac{-}{-}$ = + * إذا اختلفت الإشارات فإن الناتج يكون سالباً (−) أي أن : + × − = − ، − × + = − ، $\frac{+}{-}$ = − ، $\frac{-}{+}$ = −

٢	الأسس " القوى "	**إذا كانت أ ، ب ، س ، ص أعداداً حقيقية فإن :** ◆ $س^{أ} \times س^{ب} = س^{أ+ب}$ ◆ $(س \times ص)^{أ} = س^{أ} \times ص^{أ}$ ◆ $(س^{أ})^{ب} = س^{أ\times ب}$ ◆ $س^{أ} \div س^{ب} = س^{أ-ب}$ حيث أن $س \neq ٠$ ◆ $\left(\frac{س}{ص}\right)^{أ} = \frac{س^{أ}}{ص^{أ}}$ ، $ص \neq ٠$ ◆ $س^{صفر} = ١$ بحيث أن $س \neq ٠$ ◆ $س^{-أ} = \frac{١}{س^{أ}}$ بحيث أن $س \neq ٠$
٣	الجذور	**لتكن أ ، ب ∈ ح تكون موجبة عند الضرورة و لتكن م ≤ ٢ ، ن ≤ ٢ ، د أعداداً صحيحة فإن :** ◆ $\sqrt[ن]{أ^{ن}} = (\sqrt[ن]{أ})^{ن} = (أ^{\frac{١}{ن}})^{ن} = أ$ ◆ $\sqrt[ن]{أ^{م}} = (\sqrt[ن]{أ})^{م} = (أ^{\frac{١}{ن}})^{م} = أ^{\frac{م}{ن}}$ ◆ $\sqrt[ن]{أ ب} = \sqrt[ن]{أ} \times \sqrt[ن]{ب}$ ◆ $\sqrt[ن]{\frac{أ}{ب}} = \frac{\sqrt[ن]{أ}}{\sqrt[ن]{ب}}$ بحيث أن $ب \neq ٠$ **ملاحظات هامة :** ◆ $\sqrt[ن]{أ \pm ب} \neq \sqrt[ن]{أ} \pm \sqrt[ن]{ب}$ ◆ $\sqrt[ن]{أ} \times \sqrt[م]{ب} \neq \sqrt[ن م]{أ ب}$
٤	المتطابقات	المتطابقة هي مساواة بين عبارتين رياضيتين متكافئتين . **بعض المتطابقات الأساسية :** ◆ $(أ + ب)^{٢} = أ^{٢} + ٢ أ ب + ب^{٢}$. ◆ $(أ - ب)^{٢} = أ^{٢} - ٢ أ ب + ب^{٢}$. ◆ $(أ + ب)^{٣} = أ^{٣} + ٣ أ^{٢} ب + ٣ أ ب^{٢} + ب^{٣}$. ◆ $(أ - ب)^{٣} = أ^{٣} - ٣ أ^{٢} ب + ٣ أ ب^{٢} - ب^{٣}$.

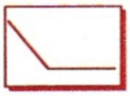
٥	تبسيط المقادير الجبرية و تحليلها	◆ العامل المشترك : أ س + ب س = س (أ + ب) ◆ الفرق بين مربعين : أ^{٢} − ب^{٢} = (أ + ب) (أ − ب) ◆ الفرق بين مكعبين : أ^{٣} − ب^{٣} = (أ − ب) (أ^{٢} + أ ب + ب^{٢}) ◆ مجموع مكعبين : أ^{٣} + ب^{٣} = (أ + ب) (أ^{٢} − أ ب + ب^{٢}) ◆ القانون العام : $\boxed{س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤ أ ج}}{٢ أ}}$ حيث أ س^{٢} + ب س + ج = صفر
٦	إكمال المربع	◆ كي تصبح العبارة (س^{٢} + ب س) مربعاً كاملاً فإننا نضيف إليها مربع نصف معامل س أي نضيف المقدار $(\frac{ب}{٢})^{٢}$ فنحصل على : س^{٢} + ب س + $(\frac{ب}{٢})^{٢}$ = $(س + \frac{ب}{٢})^{٢}$
٧	المعادلات الجبرية	**إذا كانت أ ، ب ، ج أعداداً حقيقية فإن :** ◆ أ = ب تكافئ أ + ج = ب + ج ◆ أ = ب تكافئ أ − ج = ب − ج ◆ أ = ب تكافئ أ × ج = ب × ج ، ج ≠ ٠ ◆ أ = ب تكافئ أ ÷ ج = ب ÷ ج ، ج ≠ ٠ **الصيغة العامة لمعادلة الدرجة الأولى ذات مجهول واحد هي :** أ س + ب = صفر ⇐ س = $\frac{-ب}{أ}$ حيث أ ≠ ٠ . **الصيغة العامة لمعادلة الدرجة الثانية ذات مجهول واحد هي :** أ س^{٢} + ب س + ج = صفر ⇐ س = $\frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤ أ ج}}{٢ أ}$ (أ ≠ ٠) .

٨	المتراجحات أو المتباينات	المتراجحة (المتباينة) هي عبارة رياضية تحتوي على الرمز > (أكبر من) أو الرمز ≥ (أكبر من أو يساوي) أو الرمز < (أصغر من) أو الرمز ≤ (أصغر من أو يساوي) . **بعض خواص المتباينات :** إذا كان أ ، ب ، ج أعداداً حقيقية فإنه : ◆ إذا كان أ > ب ، فإن أ + ج > ب + ج ◆ إذا كان أ > ب ، فإن أ - ج > ب - ج ◆ إذا كان أ > ب ، ج > ٠ فإن أ × ج > ب × ج ◆ إذا كان أ > ب ، ج < ٠ فإن أ × ج < ب × ج ◆ إذا كان أ > ب ، ج > ٠ فإن أ ÷ ج > ب ÷ ج ◆ إذا كان أ > ب ، ج < ٠ فإن أ ÷ ج < ب ÷ ج ◆ إذا كان أ > ب > ٠ فإن ١/أ < ١/ب ◆ إذا كان أ < ب < ٠ فإن ١/أ > ١/ب هذه الخواص تظل صحيحة إذا استبدلت العلاقة > بالعلاقة ≥ أو العلاقة < بالعلاقة ≤ .
٩	القيمة المطلقة أو المقياس	◆ إذا كانت س ∈ ح فإن : | س | = { س إذا كانت س ≥ ٠ ، -س إذا كانت س < ٠ .

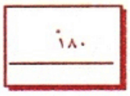
ثالثاً : قوانين الهندسة

الرقم	المفردة	التعريفات و القوانين
١	المستقيمات و بعض خصائص الهندسة التحليلية	◆ كل نقطيتين تحددان مستقيماً واحداً فقط. ◆ إذا كانت إحداثيات النقطة أ هي ($س_1$، $ص_1$) وَ إحداثيات النقطة ب هي ($س_2$، $ص_2$) في المستوى فإن الرمز [أ ب] يعني القطعة المستقيمة أ ب التي طرفاها النقطتين أ وَ ب وَ يرمز لطول القطعة المستقيمة [أ ب] بالرمز |أب| و يعطى بالقانون : ◆ $\lvert أب \rvert = \sqrt{(س_1 - س_2)^2 + (ص_1 - ص_2)^2}$ ◆ ميل المستقيم أ ب = $\frac{ص_1 - ص_2}{س_1 - س_2}$ حيث $س_1 \neq س_2$ ◆ إحداثي النقطة ج التي تقع في منتصف القطعة [أب] يعطى بالعلاقة : $ج = \left(\frac{س_1 + س_2}{2} ، \frac{ص_1 + ص_2}{2} \right)$ ◆ يقال عن مستقيمين إنهما متوازيان عندما لا يلتقيان أبداً مهما امتدا و يلاحظ أن المستقيمين المتوازيين يكون لهما نفس الميل بمعنى أن : $م_1 = م_2$ ◆ يقال عن مستقيمين إنهما متعامدان إذا كانت الزاوية بينهما قائمة (°٩٠) و يلاحظ أن المستقيمين المتعامدين يكون ميل أحدهما مساوياً لمقلوب ميل الآخر مع عكس الإشارة . أي أن : $م_1 = \frac{-1}{م_2}$ أو $م_2 = \frac{-1}{م_1}$ أو $م_1 \times م_2 = -1$. ◆ **الصورة العامة لمعادلة أي مستقيم في المستوى هي :** **ص = م س + ج** حيث م تمثل الميل وَ ج هو مقدار الجزء المقطوع من محور الصادات .
٢	الزوايا	– **أنواع الزوايا :** ◆ الزاوية الحادة قياسها أكبر من أو يساوي الصفر و أصغر من °٩٠ .  ◆ الزاوية القائمة قياسها °٩٠ . 

- الزاوية المنفرجة قياسها أكبر من ٩٠° و أصغر من ١٨٠° .

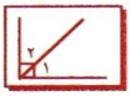


- الزاوية المستقيمة قياسها ١٨٠° .



- الزوايا المتتامة :

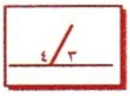
تكون الزاويتان متتامتين إذا كان مجموعهما زاوية قائمة .



١̂ ، ٢̂ زاويتان متتامتان

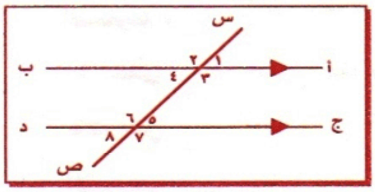
- الزوايا المتكاملة :

تكون الزاويتان متكاملتين إذا كان مجموعهما زاوية مستقيمة.



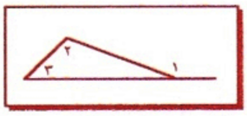
٣̂ ، ٤̂ زاويتان متكاملتان

- كل زاويتين متقابلتين بالرأس متساويتان .
  (١̂ = ٤̂ ، ٢̂ = ٣̂ ، ٥̂ = ٨̂ ،
  ٦̂ = ٧̂ بالتقابل بالرأس)
- كل زاويتين متبادلتين متساويتان
  (٣̂ = ٦̂ ، ٤̂ = ٥̂ بالتبادل) .
- كل زاويتين متناظرتين متساويتان .
  (١̂ = ٥̂ ، ٢̂ = ٦̂ ، ٣̂ = ٧̂ ، ٤̂ = ٨̂ بالتناظر) .



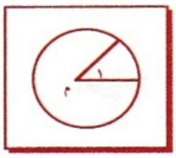
المستقيم أ ب يوازي المستقيم ج د
و المستقيم س ص قاطع لهما .

- إذا تساوت زاويتان متبادلتان بالنسبة لمستقيمين و قاطعهما ، كان المستقيمان متوازيين .
- إذا تساوت زاويتان متناظرتان بالنسبة لمستقيمين و قاطعهما ، كان المستقيمان متوازيين .
- الزاوية الخارجية في مثلث ما تساوي مجموع الزاويتين الداخليتين غير المجاورة لها
  (١̂ = ٢̂ + ٣̂)

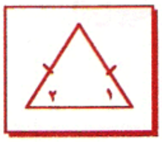


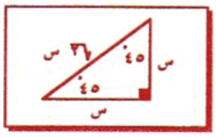
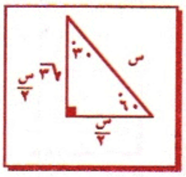
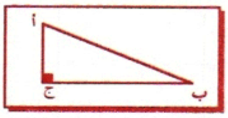
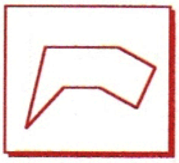
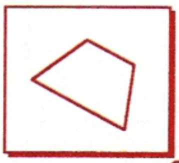
- الزاوية المركزية في دائرة :

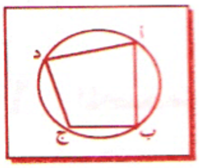
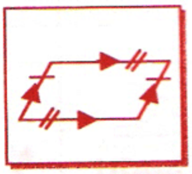
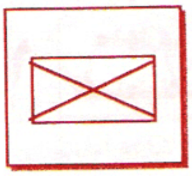
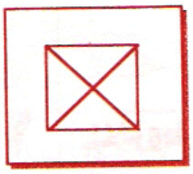
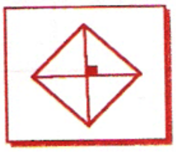
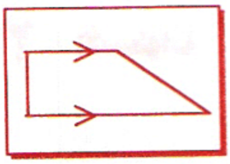
- هي زاوية رأسها مركز الدائرة .
- كل زاوية مركزية تحد قوساً على الدائرة وكل قوس على الدائرة محدود بزاوية مركزية .

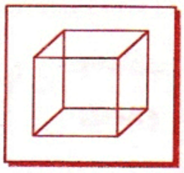
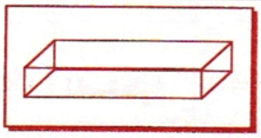
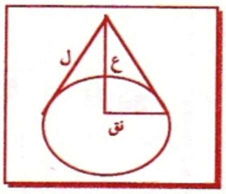
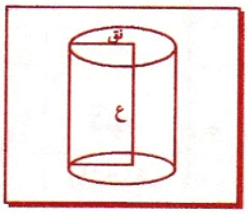


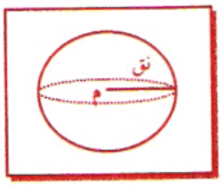
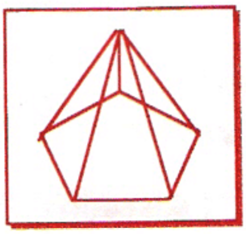
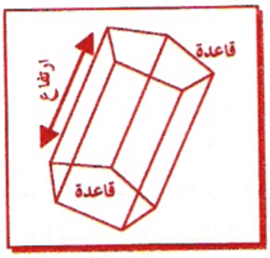
١̂ هي زاوية مركزية

		- الزاوية المحيطية في دائرة : ◆ هي زاوية ضلعها وتران في الدائرة ورأسها يقع على محيط الدائرة . ◆ قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس الزاوية المركزية المشتركة معها في القوس .  ٢̂ هي زاوية محيطية
٣	**المثلثات**	◆ في أي مثلث يكون مجموع طولي أي ضلعين أكبر من طول الضلع الثالث ◆ مجموع قياسات زوايا أي مثلث يساوي ١٨٠° . ◆ في أي مثلث متطابق الضلعين (متساوي الساقين) تكون الزاويتان المواجهتان للضلعين المتطابقين (زاويتا القاعدة) متساويتين .  ١̂ = ٢̂ ◆ إذا تطابقت (تساوت) زاويتان في مثلث ما فإن الضلعين المواجهين لهما يتطابقان (يتساويان) و بالتالي يكون هذا المثلث متطابق الضلعين (متساوي الساقين) . ◆ في المثلث المتطابق (المتساوي) الأضلاع تكون قياسات جميع زواياه الداخلية متطابقة (متساوية) وكل منها تساوي ٦٠° .  ١̂ = ٢̂ = ٣̂ = ٦٠° ◆ إذا تطابقت (تساوت) الزوايا الداخلية في مثلث ما ، فإن هذا المثلث يكون متطابق (متساوي) الأضلاع . ◆ في المثلث المتطابق الضلعين (المتساوي الساقين) يكون الارتفاع منصفاً لزاوية الرأس و منصفاً أيضاً للقاعدة و يكون عمودياً عليها .  ١̂ = ٢̂ ◆ في المثلث المتطابق (المتساوي) الأضلاع تكون الارتفاعات أعمدة أعمدة منصفة للأضلاع و منصفات للزوايا . **محيط المثلث** = مجموع أطوال أضلاعه الثلاثة . **مساحة المثلث** = $\frac{١}{٢}$ (طول القاعدة × طول الإرتفاع)

٤	بعض خصائص المثلث القائم الزاوية	◆ في المثلث القائم الزاوية و المتطابق الضلعين يكون قياس زاويتيه الحادتين ٤٥° . طول الوتر = طول أحد ضلعي الزاوية القائمة × $\sqrt{٢}$ طول ضلع الزاوية القائمة = $\frac{\text{طول الوتر}}{٢} \times \sqrt{٢}$  ◆ المثلث الثلاثيني الستيني هو مثلث قائم الزاوية ، قياس زاويتيه الحادتين هما ٣٠° ، ٦٠° و يكون : طول الضلع المواجه للزاوية ٣٠° = $\frac{\text{طول الوتر}}{٢}$. طول الضلع المواجه للزاوية ٦٠° = $\frac{\text{طول الوتر}}{٢} \times \sqrt{٣}$ 
٥	نظرية فيثاغورث	◆ في المثلث القائم الزاوية يكون مربع طول الوتر مساوياً لمجموع مربعي طولي الضلعين الآخرين .  $\|اب\|^2 = \|ب ج\|^2 + \|أ ج\|^2$
٦	عكس نظرية فيثاغورث	◆ إذا كان مربع طول ضلع في مثلث ما يساوي مجموع مربعي طولي الضلعين الآخرين فإن هذا المثلث يكون قائم الزاوية .
٧	المضلع	◆ إذا كان عدد أضلاع مضلع ما هو ن ، فإن : مجموع قياسات زواياه الداخلية = (ن − ٢) × ١٨٠° **محيط المضلع** = مجموع أطوال أضلاعه 
٨	الدائرة	◆ إذا كانت ط = ٣,١٤ وَ نق = نصف القطر فإن : **محيط الدائرة** = ٢ ط نق **مساحة الدائرة** = ط نق^2 
٩	الشكل الرباعي	◆ هو مضلع مغلق ذو أربعة أضلاع . ◆ مجموع قياسات الزوايا الداخلية للشكل الرباعي تساوي ٣٦٠° **محيط الشكل الرباعي** = مجموع أطوال أضلاعه الأربعة 

١٠	**الرباعي الدائري**	◆ هو مضلع رباعي يقع داخل الدائرة بحيث تقع رؤوسه على محيط الدائرة ، و فيه كل زاويتين متقابلتين متكاملتان (مجموعهما = ١٨٠°) .	
١١	**متوازي الأضلاع**	◆ هو شكل رباعي فيه كل ضلعين متواجهين متوازيان و متطابقان (متساويان) ، وكل زاويتين متواجهتين متطابقتان (متساويتان) و قطراه ينصف كل منهما الآخر **محيط متوازي الأضلاع** = ٢× (طول الضلع الأكبر + طول الضلع الأصغر)	
١٢	**المستطيل**	◆ هو شكل رباعي زواياه الأربع قوائم و فيه كل ضلعين متواجهين متوازيان و متطابقان (متساويان) و قطراه متطابقان (متساويان) و ينصف كل منهما الآخر . **محيط المستطيل** = ٢ × (الطول + العرض) **مساحة المستطيل** = الطول × العرض	
١٣	**المربع**	◆ هو شكل رباعي زواياه الأربع قوائم ، و فيه كل ضلعين متواجهين متوازيان ، و أضلاعه متطابقة (متساوية) ، و قطراه متعامدان و متطابقان (متساويان) و ينصف كل منهما الآخر . **محيط المربع** = ٤ × طول الضلع **مساحة المربع** = طول الضلع × طول الضلع	
١٤	**المعيّن**	◆ هو شكل رباعي أضلاعه الأربعة متطابقة (متساوية) فيه كل ضلعين متواجهين متوازيان وكل زاويتين متقابلتين متطابقتان (متساويتان) و قطراه متعامدان و ينصف كل منهما الآخر . **محيط المعين** = ٤ × طول الضلع	
١٥	**شبه المنحرف**	◆ هو شكل رباعي له ضلعان فقط متوازيان .	

١٦	المجسّمات	◆ المجسمات المضلعة : مثل المكعب و متوازي المستطيلات و المنشور والهرم . ◆ المجسمات غير المضلعة : مثل الأسطوانة و المخروط و الكرة .
١٧	المكعب	◆ هو مجسم مضلع يتألف سطحه من ستة أوجه مربعة متطابقة (متساوية) و أطوال حروفه (أضلاعه) جميعها متساوية .  **حجم المكعب** = طول الضلع × طول الضلع × طول الضلع
١٨	متوازي المستطيلات	◆ هو مجسم مضلع يتألف سطحه من ستة أوجه مستطيلة و فيه كل وجهين متقابلين متطابقان (متساويان) .  **حجم متوازي المستطيلات** = الطول × العرض × الارتفاع
١٩	المخروط	◆ هو مجسم غير مضلع بقاعدة دائرية واحدة و رأس واحد .  ◆ المساحة الجانبية للمخروط = ط نق ل حيث نق طول نصف قطر القاعدة الدائرية ، ل طول مولد المخروط (الضلع المائل) . ◆ المساحة الكلية للمخروط = مساحته الجانبية + مساحة القاعدة = ط نق ل + ط نق^{٢} ◆ حجم المخروط = $\frac{١}{٣}$ (مساحة القاعدة × الارتفاع) = $\frac{١}{٣}$ نق^{٢} ع .
٢٠	الأسطوانة	◆ هي مجسم غير مضلع له قاعدتان دائريتان متوازيتان و متطابقتان .  ◆ المساحة الجانبية للاسطوانة = محيط القاعدة × الارتفاع = ٢ ط نق × ع حيث نق طول نصف قطر القاعدة ، ع طول الارتفاع .

		◆ المساحة الكلية للأسطوانة = المساحة الجانبية + ٢ مساحة القاعدة = ٢ ط نق ع + ٢ ط نق^{٢} ◆ حجم الأسطوانة = مساحة قاعدتها × طول ارتفاعها = ط نق^{٢} ع .
٢١	**الكرة**	◆ هي مجسم غير مضلع جميع نقاط سطحها الخارجي تبعد البعد نفسه عن نقطة ثابتة داخلها تسمى مركز الكرة .  ◆ المساحة السطحية للكرة = ٤ ط نق^{٢} (حيث نق : طول نصف القطر) . ◆ حجم الكرة = $\frac{٤}{٣}$ ط نق^{٣}
٢٢	**الهرم**	◆ هو مجسم مضلع قاعدته مضلعة الشكل و أوجهه الجانبية مثلثة الشكل تلتقي رؤوسها في نقطة واحدة هي رأس الهرم .  ◆ المساحة الجانبية للهرم = نصف محيط قاعدته × طول ارتفاعه الجانبي . = مجموع مساحات أوجهه الجانبية . ◆ المساحة الكلية للهرم = مساحته الجانبية + مساحة قاعدته . ◆ حجم الهرم = $\frac{١}{٣}$ (مساحة قاعدته × طول ارتفاعه) .
٢٣	**المنشور**	◆ هو مجسم مضلع له قاعدتان متوازيتان و متطابقتان ، و له أوجه جانبية على شكل مستطيلات .  ◆ المساحة الجانبية للمنشور = طول محيط قاعدته × طول ارتفاعه . ◆ المساحة الكلية للمنشور = مساحته الجانبية + مساحة قاعدتيه . ◆ حجم المنشور = مساحة القاعدة × طول الارتفاع .

رابعاً : متفرقات رياضية منوعة

الرقم	المفردة	التعريفات و القوانين
١	المجموعات	◆ **المجموعات المتساوية :** لتساوي مجموعتين يجب أن نتحقق من توافر الشرطين التاليين : ١. كل عنصر من المجموعة الأولى ينتمي إلى المجموعة الثانية . ٢. كل عنصر من المجموعة الثانية ينتمي إلى المجموعة الأولى . ◆ **المجموعة الجزئية :** المجموعة **ص** هي مجموعة جزئية من المجموعة **س** إذا كان كل عنصر من المجموعة **ص** ينتمي إلى المجموعة **س** ويرمز لذلك بالرمز : **ص** $\subset$ **س** ◆ **المجموعة الخالية :** هي التي لا تحتوي على أي عنصر ورمزها $\varnothing$ ◆ **تقاطع مجموعتين :** تقاطع مجموعتين **س** وَ **ص** هو المجموعة التي عناصرها تنتمي إلى **س** وَ إلى **ص** وَ يرمز لذلك بالرمز **س** $\cap$ **ص** أو **ص** $\cap$ **س** . نقول إن المجموعتين **س** وَ **ص** منفصلتان إذا كان **س** $\cap$ **ص** = $\varnothing$. ◆ **اتحاد مجموعتين :** اتحاد مجموعتين **س** وَ **ص** هو المجموعة التي عناصرها تنتمي إلى **س** وَ إلى **ص** و يرمز لذلك بالرمز **س** $\cup$ **ص** أو **ص** $\cup$ **س** .
٢	المعدل	◆ المعدل (المتوسط الحسابي) = $\frac{\text{مجموع القراءات}}{\text{عددها}}$

النوع الأول : الأسئلة المتعددة الاختيارات

مثال ١ /

إذا كانت $\frac{\text{١}}{\text{ص}} < \text{١}$ فإن قيمة ص يمكن أن تكون :

أ. ١ ب. $\frac{\text{١}}{\text{٤}}$ ج. $\frac{\text{١}}{\text{٢}}$ د. ٣

الحل /

باللجوء إلى استخدام طريقة التعويض المباشر للإجابات المقترحة من قائمة الاختيارات المرفقة الواحد تلو الآخر نجد أنه :

أ : عندما ص =١ فإن $\frac{\text{١}}{\text{ص}} = \frac{\text{١}}{\text{١}} = \text{١}$ و هذا ليس أصغر من الواحد و بالتـــالي فـــإن الإجابة أ تكون غير صحيحة .

ب : عندما ص = $\frac{\text{١}}{\text{٤}}$ فإن $\frac{\text{١}}{\text{ص}} = \frac{\text{١}}{\frac{\text{١}}{\text{٤}}} = \frac{\text{٤}}{\text{١}} = \text{٤}$ و هذا ليس أصغر من الواحد

و بالتالي فإن الإجابة ب تكون أيضاً غير صحيحة .

ج : عندما ص = $\frac{\text{١}}{\text{٢}}$ فإن $\frac{\text{١}}{\text{ص}} = \frac{\text{١}}{\frac{\text{١}}{\text{٢}}} = \text{٢}$ و هذا ليس أصغر من الواحد و بالتـــالي

فإن الإجابة ج تكون غير صحيحة كذلك .

د : عندما ص = ٣ فإن $\frac{\text{١}}{\text{ص}} = \frac{\text{١}}{\text{٣}} < \text{١}$ و هذه هي الإجابة الصحيحة .

الجواب : د

مثال ٢ /

إذا كانت $\frac{\text{٥}}{\text{ل}} < -\text{٢}$ فإن قيمة ل يمكن أن تكون :

أ. ٢ ب. − ٥ ج. − ١ د. ٤

الحل /

إن $\frac{\text{٥}}{\text{ل}} < -\text{٢}$ يقتضي أن يكون المقدار $\frac{\text{٥}}{\text{ل}}$ عدداً سالباً و حيث أن البسط ٥ هو عدد موجب فإننا نجد من قاعدة الإشارات ($\frac{+}{-} = -$) أن المقام " ل " لابد و أن يكون عدداً سالباً .

و باللجوء إلى استخدام طريقة استبعاد بعض الإجابات المقترحة (الخاطئة حتماً) من قائمة الاختيارات المرفقة نجد أن الاختيارين أ وَ د مرفوضان لكونهما يمثلان عددين موجبين و نحن نريد عدداً سالباً .

الآن نقوم بالترجيح بين الإجابتين ب وَ ج عن طريق التعويض المباشر لنجد أن :

ب : عندما ل = − ٥ فإن $\frac{\text{٥}}{\text{ل}} = \frac{\text{٥}}{-\text{٥}} = -\text{١} > -\text{٢}$ و بالتالي فإن الاختيار ب مرفوض .

ج : عندما ل = −١ فإن $\frac{٥}{ل} = \frac{٥}{-١} = -٥ < -٢$ و هذه هي الإجابة الصحيحة .

الجواب : ج

مثال ٣ /

إذا كان كلٌّ من س وَ ص عدداً فردياً موجباً ، فأي المقادير التالية لا يمثل عدداً فردياً :

أ. س ص　　ب. (س + ١) (س + ص)　　ج. $ص^{(س+١)}$　　د. $س^{(س+ص)}$

الحل /

بالرجوع إلى تعريف الأعداد الفردية نجد أن :

س عدداً فردياً ⇐ س + ١ عدد زوجي

س عدداً فردياً وَ ص عدداً فردياً ⇐ { س ص عدد فردي ، س + ص عدد زوجي }

و باستعراض سريع للاختيارات المرفقة نجد أن :

أ : س ص تمثل عدداً فردياً فهو حل مرفوض .

ب : (س+١) (س+ص) تمثل عدداً زوجياً (حاصل ضرب عددين زوجيين = عدداً زوجياً)
بمعنى أنها لا تمثل عدداً فردياً .

و حيث إنه لكل سؤال توجد إجابة صحيحة واحدة فقط ، فإننا نتوقف هنا لنبين أن الإجابة الصحيحة هي ب . و إذا أردنا التأكد من عدم وجود إجابة صحيحة أخرى فإننا نستمر كما يلي :

ج : $ص^{(س+١)}$ لا تمثل عدداً زوجياً (لأنه على سبيل المثال إذا كانت ص = ٣ وَ س = ١
فإن $ص^{(س+١)} = ٣^{٢} = ٩$ عدداً فردياً) و بالتالي فهو اختيار مرفوض .

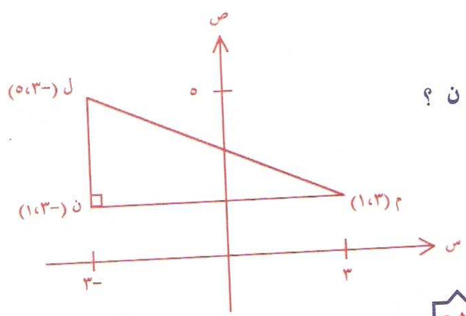
د : $س^{(س+ص)}$ لا تمثل عدداً زوجياً (لأنه على سبيل المثال إذا كانت ص = ٣ وَ س = ١
فإن $س^{(س+ص)} = ١^{٤} = ١$ عدداً فردياً) و هو بدوره اختيار مرفوض أيضاً .

الجواب : ب

مثال ٤ /

في الشكل المرافق ما مساحة المثلث ل م ن ؟

أ. ٦　　ب. ٨
ج. ١٢　　د. ٢٤



الحل /

من المعروف أن مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ × طول القاعدة × طول الارتفاع .

و حيث إن المثلث ل م ن هو مثلث قائم الزاوية في ن ، فإن طول القاعدة هو |م ن| و طول الارتفاع هو |ل ن| .

و باستخدام قانون إيجاد طول القطعة المستقيمة |أ ب| = $\sqrt{(س_١ - س_٢)^٢ + (ص_١ - ص_٢)^٢}$

نجد أن :

$$|م ن| = \sqrt{(٣ - (-٣))^٢ + (١ - ١)^٢} = \sqrt{(٣ + ٣)^٢ + (٠)^٢}$$
$$= \sqrt{٦^٢} = \sqrt{٣٦} = ٦ .$$

$$|ل ن| = \sqrt{(٣ - (-٣))^٢ + (٥ - ١)^٢} = \sqrt{(-٣ + ٣)^٢ + (٤)^٢}$$
$$= \sqrt{(٠)^٢ + ١٦} = \sqrt{١٦} = ٤ .$$

إذاً مساحة المثلث ل م ن = $\frac{١}{٢} \times ٦ \times ٤ = ١٢$.

الجواب ج

مثال ٥ /

$$\frac{٤^٢ + ٤^٣}{٤^٢} =$$

أ. ٦٥　　ب. ٦٤　　ج. ٥　　د. ٤

الحل /

$$\frac{٤^٢ + ٤^٣}{٤^٢} = \frac{٤^٢}{٤^٢} + \frac{٤^٣}{٤^٢} = ١ + ٤ = ٥ .$$

الجواب ج

مثال ٦ /

إذا كان ١٢ يمثل $\frac{٣}{٧}$ عدد ما ، فما مقدار $\frac{٣}{٤}$ ذلك العدد ؟

أ. ٢١　　ب. ٢٨　　ج. ٣٥　　د. ٤٢

الحل /

لنفرض أن س هو العدد المجهول الذي نريد إيجاد ثلاثة أرباعه ، و بالتالي نجد أن :

$$\frac{٣}{٧} \times س = ١٢ \Leftarrow ٣ س = ١٢ \times ٧ = ٨٤$$
$$\Leftarrow س = \frac{٨٤}{٣} = ٢٨$$

و هذا يعني أن : $\frac{٣}{٤} \times$ س $= \frac{٣}{٤} \times ٢٨ = ٣ \times ٧ = ٢١$ و هو المطلوب إيجاده .

الجواب : أ

مثال ٧ /

تسير دراجة هوائية بسرعة ٢٠كم/الساعة ، و تسير دراجة نارية بسرعة ٩٥كم/الساعة .

إذا افترقتا باتجاهين متعاكسين ، بعد كم ساعة تصبح المسافة بينهما ٥٧٥كم ؟

أ. ٤ ساعات　　ب. ٥ ساعات　　ج. ٦ ساعات　　د. ٧ ساعات

الحل /

طالما أن الدراجة الهوائية و الدراجة النارية تسيران في اتجاهين متعاكسين فإننا نجد أن :

بعد الساعة الأولى تقطع الدراجة الهوائية مسافة ٢٠كم بينما تقطع الدراجة النارية مسافة ٩٥كم في الاتجاه المعاكس بمعنى أن المسافة بينهما = ٢٠ + ٩٥ = ١١٥كم بعد الساعة الأولى .

وبالمثل نجد أن :

بعد مضي الساعة الثانية تصبح المسافة بينهما = ٢ × ١١٥ = ٢٣٠كم

و بعد مضي الساعة الثالثة تصبح المسافة بينهما = ٣ × ١١٥ = ٣٤٥كم

و بعد مضي الساعة الرابعة تصبح المسافة بينهما = ٤ × ١١٥ = ٤٦٠كم

و بعد مضي الساعة الخامسة تصبح المسافة بينهما = ٥ × ١١٥ = ٥٧٥كم ، و هي المسافة المطلوبة .

و حيث إن : $\text{الزمن} = \frac{\text{المسافة}}{\text{السرعة}} = \frac{\text{المسافة الإجمالية}}{\text{سرعة الدراجة الهوائية + سرعة الدراجة النارية}}$

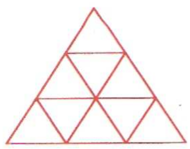
$= \frac{٥٧٥}{٩٥+٢٠} = \frac{٥٧٥}{١١٥} = ٥$ ساعات .

الجواب : ب

مثال ٨ /

إذا كان ل يمثل أكبر عدد من المثلثات التي يمكن أن يحويها الشكل المرافق .

فإن قيمة ل تساوي :



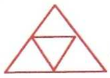
أ. ١٥ مثلثاً　　ب. ٩ مثلثات

ج. ١٠ مثلثات　　د. ١٣ مثلثاً

الحل /

بتدقيق النظر نجد أن هناك ٣ أنواع من المثلثات يحويها الشكل هي على النحو التالي :

مثلثات صغيرة داخلية △ و عددها ٩ مثلثات .

مثلثات داخلية مكونة من ٤ مثلثات صغيرة  و عددها ٣ مثلثات .
المثلث الخارجي الكبير و الذي يحوي جميع المثلثات السابقة و عدده ١ مثلث و بالتالي فإن إجمالي المثلثات = ٩ + ٣ + ١ = ١٣ مثلثاً .

الجواب أ

مثال ٩ /

تربح شركة سنوياً ٤٠٠٠٠٠ريال ، فإذا كانت توزع أرباحها على النحو التالي :
٣٠٪ رواتب موظفين ، ١٥٪ صيانة ، ١٠٪ مكافآت ، و الباقي يوزع على المساهمين .
فما مقدار ما يوزع على المساهمين ؟

أ. ١٨٠٠٠٠ ريالاً		ب. ٢٢٠٠٠٠ ريالاً
ج. ٦٠٠٠٠ ريالاً		د. ١٢٠٠٠٠ ريالاً

الحل /

إن مقدار ما تنفقه الشركة سنوياً على رواتب الموظفين والصيانة والمكافآت

$$= ٣٠\% + ١٥\% + ١٠\% = \frac{٣٠}{١٠٠} + \frac{١٥}{١٠٠} + \frac{١٠}{١٠٠} = \frac{٥٥}{١٠٠} = ٥٥\%$$

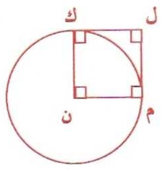
و بالتالي فإن نسبة الباقي التي توزع على المساهمين $= \frac{١٠٠}{١٠٠} - \frac{٥٥}{١٠٠} = \frac{٤٥}{١٠٠} = ٤٥\%$

إذاً مقدار ما يوزع على المساهمين $= \frac{٤٥}{١٠٠} \times ٤٠٠٠٠٠ = ١٨٠٠٠٠$ ريالاً .

الجواب أ

مثال ١٠ /

إذا كانت مساحة المربع ل م ن ك في الشكل المرافق تساوي ٢ فما طول محيط الدائرة التي مركزها ن ؟



أ. $٢\sqrt{٢}$ ط		ب. ٢ط
ج. ٢ط^{٢}		د. $\sqrt{٢}$ ط

الحل /

طول محيط الدائرة = ٢ ط نق ، حيث ط = ٣,١٤ وَ نق = نصف قطر الدائرة .
مساحة المربع = طول الضلع × طول الضلع = (طول الضلع)^{٢} = ٢
⇐ طول ضلع المربع = $\sqrt{٢}$

و حيث إن القطعة المستقيمة م ن تمثل ضلع المربع ل م ن ك وَ في نفس الوقت تمثل نصف قطر الدائرة التي مركزها ن . فإن نق = طول الضلع م ن = ٢√

و بالتالي يكون طول محيط الدائرة التي مركزها ن = ٢ ط نق = ٢√٢ ط و هو المطلوب .

الجواب أ

مثال ١١ /

في استبيان إحصائي مبسط شمل ٤٠ شخصاً وُجد أن ١٨ شخصاً يرتدون عقالاً و ٢٤ شخصاً يرتدون مشلحاً . إذا كان ٦ أشخاص لا يرتدون عقالاً أو مشلحاً .

فكم عدد الأشخاص الذين يرتدون عقالاً و مشلحاً معاً ؟

أ. ٣٤ شخصاً　　ب. ٣٠ شخصاً　　ج. ٨ أشخاص　　د. ٦ أشخاص

الحل /

٦ أشخاص لا يرتدون عقالاً أو مشلحاً .

⇐ عدد الأشخاص الذين يرتدون عقالاً أو مشلحاً أو كليهما معاً = ٤٠ – ٦ = ٣٤ شخصاً .

١٨ شخصاً يرتدون عقالاً ⇐ { يرتدون عقالاً فقط .
يرتدون عقالاً و مشلحاً معاً .

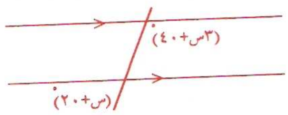
إذا عدد الأشخاص الذين يرتدون مشلحاً فقط = ٣٤ – ١٨ = ١٦ شخصاً .

٢٤ شخصاً يرتدون مشلحاً ⇐ { يرتدون مشلحاً فقط = ١٦ شخصاً .
يرتدون عقالاً و مشلحاً معاً = ٢٤ – ١٦ = ٨ أشخاص .

الجواب ج

مثال ١٢ /

في الشكل المرافق ما قيمة س ؟

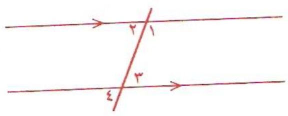


أ. ٢٠　　ب. ٣٠

ج. ٤٠　　د. ٥٠

الحل /

بإعادة رسم الشكل نجد أن :



قياس الزاوية ١ = (٣س+٤٠)°

و قياس الزاوية ٤ = (س+٢٠)°

و حيث إن قياس الزاوية ٣ = قياس الزاوية ٤ (بالتقابل بالرأس)

و قياس الزاوية ٣ = قياس الزاوية ٢ (بالتبادل)

فإن قياس الزاوية ٢ = قياس الزاوية ٤ = (س+٢٠)°

و حيث إن الزاويتين ١ وَ ٢ متكاملتان (أي مجموعهما = ١٨٠°) فإننا نجد أن :

(٣س+٤٠)° + (س+٢٠)° = ١٨٠°

⇐ ٤س + ٦٠ = ١٨٠ ⇐ ٤ س = ١٨٠ − ٦٠ = ١٢٠

⇐ س = $\frac{١٢٠}{٤}$ = ٣٠ و هو المطلوب .

الجواب : ب

مثال ١٣ /

ينهي ٥٦ عاملاً مشروعاً خلال ٣ أيام . كم عاملاً يستطيعون إنهاء المشروع في يومين ؟

أ. ٨٤ عاملاً ب. ٤٨ عاملاً ج. ٦٥ عاملاً د. ٥٢ عاملاً

الحل /

إن عدد العمال يتناسب عكسياً مع عدد الأيام (بمعنى أن عدد العمال يزداد بنقصان الأيام) .

فإذا فرضنا أن عدد العمال المطلوب لإنهاء المشروع في يومين هو س .

فعندئذ نجد أن ٥٦ × ٣ = س × ٢ ⇐ س = $\frac{٥٦ \times ٣}{٢}$ = ٢٨ × ٣ = ٨٤ عاملاً .

و عليه فإن عدد العمال الذين يستطيعون إنهاء المشروع في يومين = ٨٤ عاملاً و هو المطلوب .

(لاحظ أن الاختيارين ب وَ د مرفوضان لأنه عندما يقل عدد الأيام لا بد أن يزداد عدد العمال و يكون أكثر من ٥٦ عاملاً) .

الجواب : أ

مثال ١٤ /

أحمد أكبر من ماجد بـ ٦ سنوات . بعد سنتين يصبح عُمُر أحمد ضعف عُمُر ماجد .

فما عُمُر أحمد الآن ؟

أ. ٤ سنوات ب. ١٠ سنوات ج. ١٢ سنة د. ١٤ سنة

الحل /

لنفرض أن عُمُر ماجد الآن هو س .

إذاً يكون عُمُر أحمد الآن هو س + ٦

بعد سنتين يصبح { عُمُر أحمد = (س + ٦) + ٢ = س + ٨
عُمُر ماجد = س + ٢ }

و حيث إنه بعد سنتين يصبح عُمُر أحمد ضعف عُمُر ماجد فهذا يعني أن :

س + ٨ = ٢ (س + ٢) = ٢ س + ٤

⇐ ٨ − ٤ = ٢ س − س

و بالتالي ينتج أن : س = ٤ و هذا هو عُمُر ماجد الآن .

و عليه فإن عُمُر أحمد الآن = س + ٦ = ٤ + ٦ = ١٠ سنوات و هو المطلوب .

الجواب : ب

مثال ١٥ /

اشترى تاجر بضاعة بمبلغ ٤٥٠٠ ريالاً . باعها وربح فيها . فإذا كانت النسبة بين مقدار الربح و ثمن الشراء هي $\frac{٢}{٩}$ فما مقدار الربح ؟

أ. ٤٥٠ ريالاً ب. ٥٠٠ ريالاً ج. ٦٥٠ ريالاً د. ١٠٠٠ ريالاً

الحل /

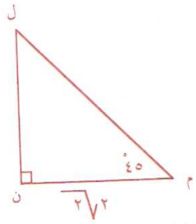
لنفرض أن مقدار الربح هو س ، و عليه نجد أن :

نسبة الربح إلى ثمن الشراء = $\frac{\text{س}}{٤٥٠٠} = \frac{٢}{٩}$

إذاً س = $\frac{٢ \times ٤٥٠٠}{٩}$ = ٢ × ٥٠٠ = ١٠٠٠ ريالاً و هو مقدار الربح المطلوب إيجاده .

الجواب : د

مثال ١٦ /



في الشكل المرافق ما طول الوتر ل م ؟

أ. ١٦ ب. ٨ ج. ٤ د. ٢√٢

الحل /

لحل هذا المثال نحتاج إلى تذكر المعلومتين التاليتين :

إذا تطابقت زاويتان في مثلث ما فإن الضلعين المواجهين لهاتين الزاويتين يتطابقان .

نظرية فيثاغورث : في المثلث القائم الزاوية يكون مربع طول الوتر = مجموع مربعي طولي الضلعين الآخرين .

الآن بتدقيق النظر في الشكل المعطى نجد أن : قياس الزاوية م ل ن = قياس الزاوية ل م ن = ٤٥° .

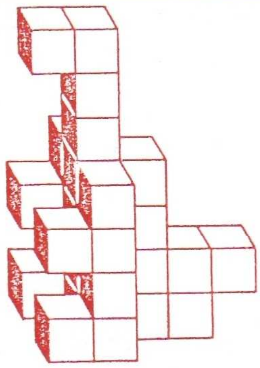
إذاً طول الضلع ل ن = طول الضلع م ن = ٢√٢ و بتطبيق نظرية فيثاغورث نجد أن :

|ل م|² = |م ن|² + |ل ن|² = (٢√٢)² + (٢√٢)² = ٨ + ٨ = ١٦

إذاً طول الوتر ل م = √١٦ = ٤ و هو المطلوب .

الجواب : ج

مثال ١٧ /



الشكل المرافق مكون من عدد معين من المكعبات المتساوية . ما عدد هذه المكعبات؟

أ. ٢٣ مكعباً   ب. ٢٥ مكعباً

ج. ٢٦ مكعباً   د. ٢٧ مكعباً

الحل /

بتدقيق النظر في الشكل المعطى نجد أنه أقرب ما يكون إلى شكل الديناصور . لاحظ البطن و ملصق بها الأرجل و من أعلى الرقبة و الرأس و أخيراً في الخلف يأتي الذيل .

و السر يكمن في البطن حيث تتكون من ٤ مكعبات (ارتفاعاً) × ٣ مكعبات (عرضاً) = ١٢مكعباً و الأرجل ٤ مكعبات و من ثم الرقبة و الرأس تمثل ٤ مكعبات و أخيراً الذيل يتكون من ٧ مكعبات و بالتالي يكون إجمالي عدد المكعبات = ١٢ + ٤ + ٤ + ٧ = ٢٧ مكعباً و هو المطلوب .

الجواب : د

مثال ١٨ /

إذا نقص طول نصف قطر دائرة ما بمقدار ٣٠% فإن مساحة هذه الدائرة ستنقص بمقدار :

أ. ٩٠ %   ب. ٥١ %   ج. ٤٩ %   د. ٣٠ %

الحل /

لنفرض أن الطول الأصلي لنصف قطر الدائرة = ر .

إذا المساحة الأصلية لهذه الدائرة = ط ر^{٢} .

و حيث إن نصف القطر (ر) نقص بمقدار ٣٠ % من طوله الأصلي (ر) .

فإن طول نصف القطر بعد التناقص = طول نصف القطر الأصلي − مقدار النقصان = ر − ٣٠ % ر

= (٧٠ %) ر = $\frac{٧٠}{١٠٠}$ ر = $\frac{٧}{١٠}$ ر = (٠,٧) ر

و عليه نجد أن مساحة الدائرة بعد التناقص = ط [(٠,٧) ر]^{٢} = ط (٠,٤٩) ر^{٢}

و بالتالي فإن الفرق بين مساحة الدائرة الأصلية و مساحة الدائرة بعد التناقص

= ط ر^{٢} − ط (٠,٤٩) ر^{٢} = ط ر^{٢} (١ − ٠,٤٩) = (٠,٥١) ط ر^{٢}

و هذا يعني أن مساحة الدائرة ستنقص بمقدار = ٠,٥١ = ٥١ % و هو المطلوب .

الجواب : ب

مثال ١٩ /

إذا كان العدد س أصغر من العدد ص ، فأي المقادير التالية يكون أكبر من س وَ أصغر من ص :

أ. $\frac{س + ص}{٢}$ ب. س ص ج. $\frac{س ص}{٢}$ د. ص − س

الحل /

المتوسط الحسابي لعددين مختلفين يكون دوماً واقعاً بينهما . و المتوسط الحسابي للعددين المختلفين س وَ ص هو $\frac{س + ص}{٢}$ ، و بالتالي يكون الجواب هو (أ) .

و لمزيد من الإيضاح سنناقش المثال التالي : لفرض أن س = ٣ وَ ص = ٤ إذاً :

س ص = ٣ × ٤ = ١٢ وَ $\frac{س ص}{٢} = \frac{٣ \times ٤}{٢} = \frac{١٢}{٢} = ٦$ وَ ص − س = ٤ − ٣ = ١ .

و بالتالي فإن الاختيارات ب وَ ج وَ د تكون غير صحيحة في حين نجد أن الحل الصحيح هو أ

لأن $\frac{س + ص}{٢} = \frac{٣+٤}{٢} = \frac{٧}{٢} = ٣\frac{١}{٢}$ وَ هذا العدد يقع بين ٣ وَ ٤ وَ هو المطلوب .

الجواب : أ

مثال ٢٠ /

إذا كان س + ص = ٦ وَ ٣ س − ص = ٤ فإن س − ص =

أ. ٤ ب. ٢ ج. صفر د. −١

الحل /

بحل نظام المعادلتين آنياً مع بعضهما البعض نجد أن :

س + ص = ٦ بالجمع

٣ س − ص = ٤

٤ س = ١٠ ⇐ س = $\frac{١٠}{٤}$ = ٢,٥

و بالتعويض عن قيمة س في المعادلة الأولى نجد أن : ٢,٥ + ص = ٦ ⇐ ص = ٦ − ٢,٥ = ٣,٥

و هكذا فإن : س − ص = ٢,٥ − ٣,٥ = −١ و هو المطلوب .

الجواب : د

مثال ٢١ /

إذا كان هناك عدد ٤ طرق مختلفة تربط مدينة الأحلام بمدينة الأمل و عدد ٣ طرق تربط مدينة الأمل بمدينة العجائب فما عدد الطرق المختلفة التي يمكن سلكها للوصول من مدينة الأحلام إلى مدينة العجائب عبر مدينة الأمل ؟

أ. ١٢ طريقاً ب. ٧ طرق ج. ٩ طرق د. ٣ طرق

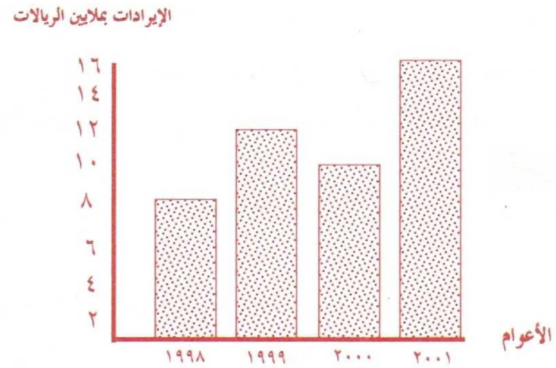
الحل /

عدد الطرق المختلفة التي يمكن سلكها للوصول من مدينة الأحلام إلى مدينة العجائب عبر مدينة الأمل = ٤ × ٣ = ١٢ طريقاً مختلفاً .

مدينة الأحلام □ ـــ ٤ طرق ـــ △ مدينة الأمل ـــ ٣ طرق ـــ ○ مدينة العجائب

الجواب: أ

- **الأسئلة الثلاثة التالية (٢٢، ٢٣ ، ٢٤) متعلقة بالرسم البياني التالي :**



مثال ٢٢ /

ما معدل الإيرادات للأعوام الأربعة (١٩٩٨، ١٩٩٩ ، ٢٠٠٠ ، ٢٠٠١) ؟

أ. ٤٠ مليون ريالاً   ب. ٣٧ مليون ريالاً   ج. ١١,٥ مليون ريالاً   د. ٤٦ مليون ريالاً

الحل /

المعدل = $\frac{\text{مجموع الإيرادات}}{\text{عدد الأعوام}}$ = $\frac{٨ + ١٢ + ١٠ + ١٦}{٤}$ = $\frac{٤٦}{٤}$ = ١١,٥ مليون ريالاً .

الجواب: ج

مثال ٢٣ /

ما نسبة إيرادات عام ١٩٩٨ إلى عام ٢٠٠١ ؟

أ. $\frac{١}{٢}$ ب. $\frac{٤}{٥}$ ج. $\frac{٢}{١}$ د. $\frac{٥}{٤}$

الحل /

النسبة = $\frac{\text{إيرادات عام ١٩٩٨}}{\text{إيرادات عام ٢٠٠١}}$ = $\frac{٨}{١٦}$ = $\frac{١}{٢}$ و هو المطلوب .

الجواب: أ

مثال ٢٤ /

ما النسبة المئوية لازدياد إيرادات عام ٢٠٠٠ عن إيرادات عام ١٩٩٨ ؟

أ. ٢٠ % ب. ٥٠ % ج. ٣٠ % د. ٢٥%

الحل /

الزيادة في الإيرادات بين عام ٢٠٠٠ و عام ١٩٩٨ = ١٠ − ٨ = ٢ مليون ريالاً .

إذاً النسبة المئوية لازدياد إيرادات عام ٢٠٠٠ عن إيرادات عام ١٩٩٨

$= \frac{٢}{٨} \times ١٠٠ = \frac{١}{٤} \times ١٠٠ = ٢٥$ % و هو المطلوب .

الجواب: د

مثال ٢٥ /

انطلق منير صباحاً بدراجته الهوائية من بيته إلى عمله بسرعة ١٥كيلو متر في الساعة ، و في المساء عاد منير من عمله إلى بيته ماشياً على قدميه بسرعة ٣ كيلومتر في الساعة فإذا كانت المسافة بين البيت و العمل تساوي ١٥ كيلومتر ، فما متوسط (معدل) سرعة منير ذهاباً و إياباً ؟

أ. ٩ كيلومتراً في الساعة ب. ١٢ كيلومتراً في الساعة

ج. ٥ كيلومتراً في الساعة د. ٧,٥ كيلومتراً في الساعة

الحل /

بما أن السرعة = $\frac{\text{المسافة}}{\text{الزمن}}$ فإن متوسط السرعة ذهاباً و إياباً = $\frac{\text{المسافة الإجمالية ذهاباً و إياباً}}{\text{الزمن الإجمالي ذهاباً و إياباً}}$

و عليه فإن المسافة الإجمالية ذهاباً و إياباً = ١٥ + ١٥ = ٣٠ كيلومتراً

و الزمن الذي استغرقه منير في الذهاب من بيته إلى عمله = $\frac{١٥}{١٥}$ = ١ ساعة

و الزمن الذي استغرقه منير في العودة من عمله إلى بيته = $\frac{١٥}{٣}$ = ٥ ساعات

و بالتالي يكون الزمن الإجمالي ذهاباً و إياباً = ١ + ٥ = ٦ ساعات

إذاً متوسط السرعة ذهاباً و إياباً = $\frac{٣٠}{٦}$ = ٥ كيلومتراً في الساعة و هو المطلوب .

الجواب: ج

مثال ٢٦ /

إذا كانت صفر < ص < ١ فإن :

أ. $ص^٢$ > صفر ب. $ص^٢$ > ص

ج. $ص^٢$ < ص د. $ص^٢$ > ١

الحل /

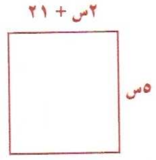
الاختيار أ مرفوض لأن ص^{٢} تكون دوماً كمية غير سالبة لجميع قيم ص الحقيقية ، و كذلك نجد أن الاختيار د مرفوض أيضاً لأن ص^{٢} لا يمكن أن تكون أكبر من الواحد طالما أن ١ > ص > ٠ .

الآن : صفر < ص < ١ ⇐ ص تكون كسر موجب أقل من الواحد الصحيح .

⇐ ص^{٢} تكون كسر موجباً أقل من قيمة ص .

الجواب : ب

مثال ٢٧ /



في المربع المرافق ما قيمة س ؟

أ. ٥ ب. ٧ ج. ٨ د. ٣

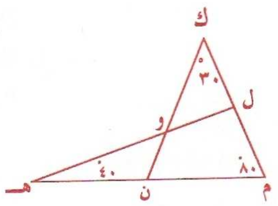
الحل /

بما أن الشكل هو مربع ، فهذا يعني أن جميع أضلاعه متساوية وَ بالتالي تكون لدينا المساواة التالية :

٥ س = ٢س + ٢١ ⇐ ٣ س = ٢١ ⇐ س = $\frac{٢١}{٣}$ = ٧ و هو المطلوب .

الجواب : ب

مثال ٢٨ /



في الشكل المرافق ما قياس الزاوية ل و ك بالدرجات ؟

أ. ٣٠ ب. ٤٠ ج. ٥٠ د. ٦٠

الحل /

من المعلوم أن مجموع قياسات زوايا أي مثلث = ١٨٠° . إذاً في المثلث ل م هـ نجد أن :

قياس الزاوية م ل هـ = ١٨٠ − (٨٠ + ٤٠) = ١٨٠ − ١٢٠ = ٦٠°

وحيث أن قياس الزاوية م ل هـ = قياس الزاوية ل ك و + قياس الزاوية ل و ك

(لأن قياس الزاوية الخارجية في مثلث ما = مجموع قياسي الزاويتين الداخليتين غير المجاورة لها) . فإن :

٦٠ = ٣٠ + قياس الزاوية ل و ك ⇐ قياس الزاوية ل و ك = ٦٠ − ٣٠ = ٣٠° و هو المطلوب .

الجواب : أ

مثال ٢٩ /

إذا كانت ك ل م ن = صفر ، ل م ن هـ = ١ فإن :

أ. ك = صفر ب. ل = صفر ج. م = صفر د. ن = صفر

الحل /

ك ل م ن = صفر ⟸ ك = صفر أو ل = صفر أو م = صفر أو ن = صفر

لكن ل م ن هـ = ١ ⟸ ل ≠ صفر وَ م ≠ صفر وَ ن ≠ صفر وَ هـ ≠ صفر

إذاً لابد أن تكون ك = صفر و هو المطلوب .

الجواب : أ

مثال ٣٠ /

أي الأعداد التالية يكون أكبر من $\frac{١}{٤}$ ؟

أ. $(٠,٢٥)^{٢}$ ب. $(\frac{١}{٤})^{٤}$ ج. $\sqrt{\frac{١}{٤}}$ د. ٠,٠٤

الحل /

باتباع أسلوب التعويض المباشر نجد أن :

أ. $(٠,٢٥)^{٢} = (\frac{١}{٤})^{٢} = \frac{١}{١٦} < \frac{١}{٤}$

ب. $(\frac{١}{٤})^{٤} = \frac{١}{٢٥٦} < \frac{١}{٤}$

ج. $\sqrt{\frac{١}{٤}} = \frac{\sqrt{١}}{\sqrt{٤}} = \frac{١}{٢} > \frac{١}{٤}$ و هو المطلوب لوجود حل صحيح واحد فقط .

الجواب : ج

مثال ٣١ /

إذا كانت س ص ع = ٢٤٠ ، فأي القيم التالية لا يمكن أن تساوي قيمة ص ؟

أ. ٢ ب. ٥ ج. ٣ د. صفر

الحل /

باستعراض سريع للإجابات المقترحة نجد وبكل وضوح أن ص لا يمكن أن تساوي صفراً لأنه إذا كانت ص = صفر لنتج عن ذلك أن س ص ع = س × صفر × ع = صفر ≠ ٢٤٠.

الجواب : د

مثال ٣٢ /

مصباح كهربائي يُباع بمبلغ ٣٥ ريالاً محققاً ربحاً مقداره ٢٥ % من قيمة التكلفة . إذا خفّض الربح ليصبح ١٥% من قيمة التكلفة . فما سعر البيع الجديد بعد التخفيض ؟

أ. $٢٩\frac{٣}{٤}$ ريالاً ب. $٣١\frac{١}{٢}$ ريالاً ج. $٣٢\frac{١}{٥}$ ريالاً د. $٣٥\frac{١}{٢}$ ريالاً

الحل /

لنفرض أن قيمة التكلفة = س

إذاً قيمة التكلفة + الربح (٢٥ % من قيمة التكلفة) = ٣٥ ريالاً

أي أن : $\text{س} + ٢٥\%\,\text{س} = ٣٥ \Rightarrow \text{س} + \frac{٢٥}{١٠٠}\text{س} = ٣٥$

$\Rightarrow \text{س}\left(١ + \frac{١}{٤}\right) = ٣٥ \Rightarrow \frac{٥}{٤}\text{س} = ٣٥ \Rightarrow \text{س} = ٣٥ \times \frac{٤}{٥} = ٧ \times ٤ = ٢٨$

و حيث إن سعر البيع الجديد بعد التخفيض = قيمة التكلفة + ١٥% من قيمة التكلفة ، إذاً :

$\text{س} + \frac{١٥}{١٠٠}\text{س} = ٢٨ + \frac{١٥}{١٠٠} \times ٢٨ = ٢٨ + \frac{٢١}{٥} = ٢٨ + ٤\frac{١}{٥} = ٣٢\frac{١}{٥}$ ريالاً .

الجواب : ج

مثال ٣٣ /

يقف رجل طوله ١,٨ متراً بجانب عمود كهرباء إذا كان طول ظل الرجل على الأرض يساوي ١,٢ متراً وَ طول ظل العمود على الأرض يساوي ٩,٦ متراً ، فكم يبلغ ارتفاع العمود ؟

أ. ١٤,٤ متراً   ب. ٤,٤ متراً   ج. ٦,٤ متراً   د. ١٢,٨ متراً

الحل /

بالرجوع إلى موضوع التناسب نجد أن :

$$\frac{\text{طول ظل العمود}}{\text{طول ظل الرجل}} = \frac{\text{ارتفاع العمود}}{\text{طول الرجل}} \Rightarrow \frac{٩,٦}{١,٢} = \frac{\text{ارتفاع العمود}}{١,٨}$$

$\Rightarrow$ ارتفاع العمود $= \frac{٩,٦}{١,٢} \times ١,٨ = ٨ \times ١,٨ = ١٤,٤$ متراً و هو المطلوب .

الجواب : أ

مثال ٣٤ /

إذا كان مُعَدَّل أعْمَار خمسة عمال يساوي ٢٥ سنة ، و إذا كان عُمُــر العامل لا يقل عن ٢٣ سنة . فما أكبر عُمُر محتمل يمكن أن يكون لأي عامل منهم ؟

أ. ٢٧ سنة   ب. ٣١ سنة   ج. ٣٧ سنة   د. ٣٣ سنة

الحل /

إن أكبر عُمُر محتمل لأي عامل منهم يمكن أن يظهر حينما يكون عُمُر كل عامل من العمال الأربعة (الآخرين) هو الحد الأدنى للأعمار ٢٣ سنة ، و بما أن معدل أعمار الخمسة العمال يساوي ٢٥ سنة فإننا نجد أن : $٢٥ = \frac{\text{مجموع أعمار أربعة عمال (عُمُر كل واحد منهم ٢٣ سنة) + أكبر عُمُر محتمل}}{٥}$

⇐ ٥ × ٢٥ = (٤ × ٢٣) + أكبر عُمُر محتمل

⇐ أكبر عُمُر محتمل لأي عامل منهم = ١٢٥ − ٩٢ = ٣٣ سنة و هو المطلوب .

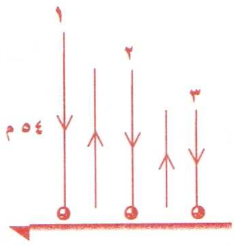
الجواب د

مثال ٣٥ /

أسقطت كرة من ارتفاع ٥٤ متراً عن سطح الأرض ، فإذا كانت الكرة ترتد إلى أعلى لمسافة تعادل $\frac{١}{٣}$ الارتفاع الذي سقطت منه . فكم متراً تبلغ المسافة الإجمالية التي قطعتها الكرة عندما تصطدم بالأرض للمرة الثالثة ؟

أ. ٧٨ متراً ب. ١٠٢ متراً ج. ٩٦ متراً د. ١٠٨ متراً

الحل /



عندما أسقطت الكرة في المرة الأولى من ارتفاع ٥٤ متراً اصطدمت بالأرض و ارتدت لأعلى لمسافة تساوي $\frac{١}{٣}$ الارتفاع الذي سقطت منه ($\frac{١}{٣}$ × ٥٤ = ١٨ متراً) .

أي أن المسافة التي قطعتها الكرة في المرة الأولى

= ٥٤ + ($\frac{١}{٣}$× ٥٤) = ٥٤ + ١٨ = ٧٢ متراً .

في المرة الثانية أسقطت الكرة من ارتفاع ١٨ متراً اصطدمت بالأرض و ارتدت لأعلى لمسافة تساوي $\frac{١}{٣}$ الارتفاع الذي سقطت منه ($\frac{١}{٣}$ × ١٨ = ٦ متراً) .

أي أن المسافة التي قطعتها الكرة في المرة الثانية فقط = ١٨ + ($\frac{١}{٣}$× ١٨) = ١٨ + ٦ = ٢٤متراً

عندما تصطدم الكرة بالأرض للمرة الثالثة تكون قد أسقطت من ارتفاع ٦ أمتار و بهذا تكون المسافة الإجمالية التي قطعتها الكرة عندما تصطدم بالأرض للمرة الثالثة = ٧٢ + ٢٤ + ٦ = ١٠٢ متراً .

الجواب ب

مثال ٣٦ /

خلط تاجر نوعين من العسل ليحصل على ٣٠ كيلو غرام تكلفة الكيلو غرام الواحد منها ١٨ ريالاً فإذا كانت تكلفة الكيلو غرام الواحد من النوع الأول هي ١٤ريالاً و تكلفة الكيلو غرام الواحد من النوع الثاني هي ٢٠ ريالاً . فكم كيلو غراماً يلزمه من النوع الثاني ليحصل على الكمية المخلوطة ؟

أ. ٢٠ كيلو غرام ب. ١٥كيلو غرام

ج. ٢١كيلو غرام د. ١٠ كيلو غرام

الحل /

التكلفة الإجمالية للعسل المخلوط = ٣٠ × ١٨ = ٥٤٠ ريالاً .

لنفرض أن وزن النوع الأول = س وَ وزن النوع الثاني = ص

إذاً : س + ص = ٣٠ كيلو غرام

و بالتالي تكون التكلفة الإجمالية للعسل المخلوط = (س × ١٤) + (ص × ٢٠) = ٥٤٠ ريالاً .

و بحل المعادلتين : س + ص = ٣٠ وَ ١٤ س + ٢٠ص = ٥٤٠ نجد أن :

٦س = ٦٠ ⟸ س = ١٠ ⟸ ص = ٣٠ − ١٠ = ٢٠ كيلو غرام

أي أن كمية النوع الثاني = ص = ٢٠ كيلو غرام و هو المطلوب .

الجواب : أ

مثال ٣٧ /

عند وضع ٦ لترات من البنزين في خزان الوقود لسيارة معينة نجد أن المؤشر يتحرك من علامة $\frac{\text{١}}{\text{٤}}$ إلى علامة $\frac{\text{٥}}{\text{٨}}$. أوجد السعة الإجمالية باللتر لخزان وقود هذه السيارة ؟

أ. ٢٤ لتراً ب. ١٦ لتراً ج. ١٨ لتراً د. ٣٠ لتراً

الحل /

لنفرض أن السعة الإجمالية لخزان وقود السيارة = س .

عند وضع ٦ لترات في خزان الوقود يتحرك المؤشر من $\frac{\text{١}}{\text{٤}}$ إلى $\frac{\text{٥}}{\text{٨}}$ يعني أن :

$\frac{\text{٥}}{\text{٨}}$س − $\frac{\text{١}}{\text{٤}}$س = ٦ ⟸ $\frac{\text{٥}}{\text{٨}}$س − $\frac{\text{٢}}{\text{٨}}$س = ٦

⟸ $\frac{\text{٣}}{\text{٨}}$س = ٦ ⟸ س = $\frac{\text{٦ × ٨}}{\text{٣}}$ = ١٦ لتراً و هو المطلوب .

الجواب : ب

مثال ٣٨ /

خرطوم ماء يستطيع أن يملأ حوض سباحة في زمن مقداره م ساعة . ما مقدار الجزء الممتلئ من حوض السباحة بعد مضي زمن مقداره ن ساعة ؟ (ن أقل من م) .

أ. م ن ب. $\frac{\text{م}}{\text{ن}}$ ج. $\frac{\text{ن}}{\text{م}}$ د. م + ن

الحل /

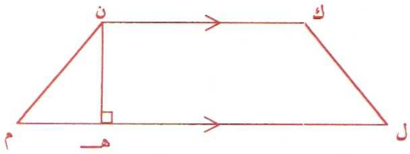
بما أن الحوض يمتلئ بعد مدة مقدارها م ساعة .

إذاً بعد ساعة واحدة يمتلئ جزء مقداره $\frac{\text{١}}{\text{م}}$ من الحوض .

و بالتالي نجد أنه بعد مُضي زمن مقداره ن ساعة سيمتلئ جزءٌ مقداره $\frac{ن}{م}$ من الحوض و هو المطلوب

الجواب : ج

مثال ٣٩ /



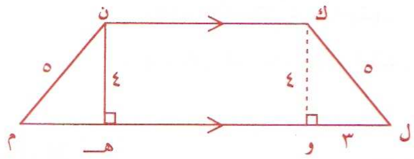
في الشكل المرافق :

|ل م| = ٢٦ ، |ك ل| = |ن م| = ٥

|ن هـ| = ٤ ، فما طول ك ن ؟

أ. ٢٣ ب. ٣ ج. ٦ د. ٢٠

الحل /



نرسم العمود ك و على ل م فنجد أن :

|ك و| = |ن هـ| = ٤

في المثلث القائم الزاوية ك ل و نجد أن :

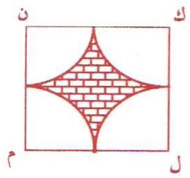
|ل و| = $\sqrt{(٥)^{٢} - (٤)^{٢}}$ = $\sqrt{٢٥ - ١٦}$ = $\sqrt{٩}$ = ٣ (حسب نظرية فيثاغورث) .

و بالمثل نجد أن |هـ م| = ٣

إذاً |هـ و| = ٢٦ − ٣ − ٣ = ٢٦ − ٦ = ٢٠ و هذا يعني أن |ك ن| = ٢٠ و هو المطلوب .

الجواب : د

مثال ٤٠ /



طول ضلع المربع ك ل م ن = ٤ .

أوجد مساحة المنطقة المظللة في الشكل المرافق . إذا علمت أن كلاً من ك وَ ل وَ م وَ ن هي مراكز الدوائر التي تمثل الأقواس الموجودة في الشكل جزءاً منها ؟

أ. ١٦ ب. ٤ط

ج. ١٦−٤ط د. ١٦ + ٤ط

الحل /

الأربعة الأقواس (غير المظلّلة في الشكل) مجتمعة مع بعضها بعضاً تكون دائرة نصف قطرها = ٢ = نق ، و بالتالي فإن مساحتها = ط نق^{٢} = (٢)^{٢} ط = ٤ ط .

و حيث إن مساحة المنطقة المظللة = مساحة المربع − ٤ط = ١٦ − ٤ط و هو المطلوب .

الجواب : ج

النوع الثاني : أسئلة المقارنات

كل سؤال من الأسئلة التالية يحتوي على كميتين ، واحدة في العمـــود الأول و الأخرى في العمـــود الثاني و المطلـوب هو المقـارنة بينهما عن طريـق اختيار الإجابة الصحيحة بواسطة ما يلي :

تظليل أ : إذا كانت كمية العمود الأول أكبر من كمية العمود الثاني .
تظليل ب : إذا كانت كمية العمود الأول أصغر من كمية العمود الثاني .
تظليل ج : إذا كانت الكميتان متساويتين .
تظليل د : إذا لم يمكن المقارنة بينهما لنقص المعلومات المعطاة .

مثال ٤١ /

قارن بين

$(\frac{١}{٤})^{٢}$	$(\frac{١}{٣})^{٢}$

الحل /

$(\frac{١}{٤})^{٢} = \frac{١^{٢}}{٤^{٢}} = \frac{١}{١٦}$ ، $(\frac{١}{٣})^{٢} = \frac{١^{٢}}{٣^{٢}} = \frac{١}{٩}$ و من الواضح أن $\frac{١}{١٦} < \frac{١}{٩}$

أي أن كمية العمود الأول تكون أصغر من كمية العمود الثاني .

الجواب : ب

مثال ٤٢ /

مربع ودائرة متساويان في المساحة

قارن بين

طول ضلع المربع	طول قطر الدائرة

الحل /

لنفرض أن طول ضلع المربع = س وَ طول قطر الدائرة = ٢ر
إذاً : مساحة المربع = $س^{٢}$ وَ مساحة الدائرة = ط $ر^{٢}$
و حيث إن مساحة المربع = مساحة الدائرة $\Leftarrow$ $س^{٢}$ = ط $ر^{٢}$

⇐ س = ر $\sqrt{ط}$ = ر $\sqrt{٣,١٤}$ > ر $\sqrt{٤}$ = ٢ر

و هذا يعني أن طول ضلع المربع (س) أصغر من طول قطر الدائرة (٢ر)

أي أن كمية العمود الأول تكون أصغر من كمية العمود الثاني .

الجواب : ب

مثال ٤٣ /

إذا كان س > صفر و ص > صفر

قارن بين

س^{٢} + ص^{٢}	(س − ص)^{٢}

الحل /

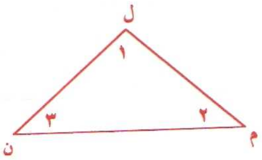
(س − ص)^{٢} = (س − ص) (س − ص) = س^{٢} + ص^{٢} − ٢س ص > س^{٢} + ص^{٢}

إذاً كمية العمود الأول تكون أكبر من كمية العمود الثاني .

الجواب : أ

مثال ٤٤ /

في المثلث المرافق | ل م | = | ل ن |



قارن بين

قياس الزاوية ١ + قياس الزاوية ٢	قياس الزاوية ١ + قياس الزاوية ٣

الحل /

حيث إن | ل م | = | ل ن | فإن المثلث المعطى يكون مثلثاً متطابق الضلعين . و بالتالي نجد أن زاويتي القاعدة م ن تكونان متساويتين في القياس . أي أن :

قياس الزاوية ٢ = قياس الزاوية ٣ ⇐ قياس الزاوية ١+ قياس الزاوية ٢ = قياس الزاوية ١+ قياس الزاوية ٣

و هذا يعني أن كمية العمود الأول تساوي كمية العمود الثاني .

الجواب : ج

مثال ٤٥ /

قارن بين

$\sqrt{١٤٤}$	$\sqrt{١٠٠}$ + $\sqrt{٤٤}$

الحل /

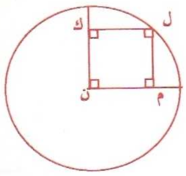
من المعلوم أن : √١٤٤ = ١٢ ، √١٠٠ = ١٠ ، √٤٤ > √٣٦ = ٦

بمعنى أن √١٠٠ + √٤٤ > ١٠ + ٦ = ١٦ > ١٢ = √١٤٤

و هذا يعني أن كمية العمود الأول تكون أصغر من كمية العمود الثاني .

الجواب ب

مثال ٤٦ /



في الشكل المرافق دائرة مركزها النقطة ن وَ نصف قطرها ر .
علماً بأن ك ل م ن مستطيلاً بداخلها .

قارن بين

طول القطعة المستقيمة ك م	طول نصف قطر الدائرة

الحل /

القطعة المستقيمة ل ن تمثل قطراً في المستطيل و في الوقت نفسه تمثل نصف قطر الدائرة .

و حيث إن قطرا المستطيل يكونان متساويين .

فإن | ك م | = | ل ن | = ر

إذاً كمية العمود الأول تساوي كمية العمود الثاني .

الجواب ج

مثال ٤٧ /

إذا كان س ص = صفر

قارن بين

س	ص

الحل /

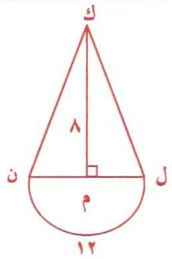
س ص = صفر ⇐ س = صفر أو ص = صفر

إذا كان س = صفر ⇐ ص تكون أي عدد سواءً صفراً أو أصغر من الصفر أو أكبر من الصفر .

أما إذا كان ص = صفر ⇐ س تكون أي عدد سواءً صفراً أو أصغر من الصفر أو أكبر من الصفر .

و بالتالي نجد أننا لا نستطيع أن نقارن بين س وَ ص .

الجواب د



مثال ٤٨ /

في الشكل المرافق :

محيط نصف الدائرة = ١٢ ، و ارتفاع المثلث ك ل ن = ٨ .

قارن بين

مساحة نصف الدائرة	مساحة المثلث ك ل ن

الحل /

محيط الدائرة = ٢ط نق ، حيث نق = نصف القطر ، ط = ٣,١٤

إذا محيط نصف الدائرة = $\frac{\text{محيط الدائرة}}{٢} = \frac{٢\text{ط نق}}{٢}$ = ط نق = ١٢ ⇐ نق = $\frac{١٢}{\text{ط}}$

الآن مساحة نصف الدائرة = $\frac{\text{مساحة الدائرة}}{٢} = \frac{\text{ط نق}^٢}{٢}$ =

= $(\frac{\text{ط}}{٢})(\frac{١٢}{\text{ط}})^٢ = \frac{١٤٤}{٢\text{ط}} = \frac{٧٢}{\text{ط}}$

كما نجد أن مساحة المثلث ك ل ن = $\frac{١}{٢}$ × طول القاعدة × طول الارتفاع .

و حيث أن طول الارتفاع = ٨ وَ طول القاعدة = | ل ن | = طول قطر الدائرة = ٢نق

إذا مساحة المثلث ك ل ن = $\frac{١}{٢}$ × ٢نق × ٨ = ٨ نق = ٨ ($\frac{١٢}{\text{ط}}$) = $\frac{٩٦}{\text{ط}}$

و حيث أن $\frac{٩٦}{\text{ط}} > \frac{٧٢}{\text{ط}}$

إذا كمية العمود الأول تكون أصغر من كمية العمود الثاني .

الجواب : ب

مثال ٤٩ /

إذا كان س + ص = ٥ وَ س + ع = ٦

قارن بين

س	١

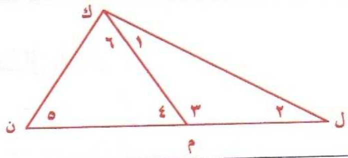
الحل /

من الواضح أن المعلومات المعطاة غير كافية للمقارنة بين س وَ ١ لأنه لدينا معادلتين ذات ثلاثة مجاهيل و هذا لا يكفي لإيجاد قيمة س .

الجواب : د

مثال ٥٠ /

في الشكل المرافق.



قارن بين قياسات

الزاوية ٣ + الزاوية ٤	الزاوية ١+الزاوية ٢+الزاوية ٥+الزاوية ٦

الحل /

قياس الزاوية ٣ + قياس الزاوية ٤ = ١٨٠° لأنهما زاويتان متكاملتان .

قياس الزاوية ١ + قياس الزاوية ٢ + قياس الزاوية ٥ + قياس الزاوية ٦ = مجموع زوايا المثلث ك ل ن = ١٨٠°

إذاً كمية العمود الأول تساوي كمية العمود الثاني .

الجواب : ج

مثال ٥١ /

إذا كان س ≠ صفر

قارن بين

$\frac{٢+٣+٤+٥+٦}{٥\text{ س}}$	$\frac{٤}{\text{س}}$

الحل /

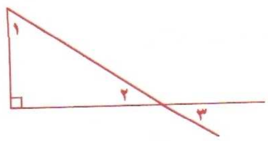
$\frac{٢+٣+٤+٥+٦}{٥\text{س}} = \frac{٢٠}{٥\text{س}} = \frac{٤}{\text{س}}$.

إذاً كمية العمود الأول تساوي كمية العمود الثاني .

الجواب : ج

مثال ٥٢ /

في الشكل المرافق.



قارن بين

قياس الزاوية ١ + قياس الزاوية ٣	٩٠°

الحل /

قياس الزاوية ١ + قياس الزاوية ٢ = ٩٠° (لأن مجموع زوايا المثلث = ١٨٠°)

قياس الزاوية ٣ = قياس الزاوية ٢ (بالتقابل بالرأس)

إذاً : قياس الزاوية ١ + قياس الزاوية ٣ = قياس الزاوية ١ + قياس الزاوية ٢ = ٩٠°

إذاً كمية العمود الأول تساوي كمية العمود الثاني .

الجواب: ج

مثال ٥٣/

قارن بين

١٠٥٪ من ٥٠٠	٥٠٪ من ١٠٠٠

الحل /

١٠٥٪ من ٥٠٠ = $\frac{١٠٥}{١٠٠}$ × ٥٠٠ = ١٠٥ × ٥ = ٥٢٥

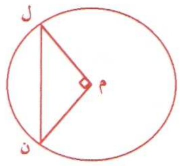
٥٠٪ من ١٠٠٠ = $\frac{٥٠}{١٠٠}$ × ١٠٠٠ = ٥٠ × ١٠ = ٥٠٠

من الواضح أن ٥٢٥ > ٥٠٠

وبالتالي فإن كمية العمود الأول تكون أكبر من كمية العمود الثاني .

الجواب: أ

مثال ٥٤/



في الشكل المرافق

مساحة المثلث ل م ن = ١٢,٥

قارن بين

مساحة الدائرة التي مركزها م	٢٦ط

الحل /

نفرض أن طول نصف قطر الدائرة التي مركزها م = ر

إذاً |ل م| = |م ن| = ر

وحيث إن المثلث ل م ن قائم الزاوية في م وأيضاً متطابق الضلعين فإننا نجد أن :

مساحة المثلث ل م ن = $\frac{١}{٢}$ × |ل م| × |م ن| = $\frac{١}{٢}$ × ر × ر = $\frac{١}{٢}$ ر^{٢} = ١٢,٥

⇐ ر^{٢} = ٢ × ١٢,٥ = ٢٥

إذاً مساحة الدائرة التي مركزها م = ط ر^{٢} = ٢٥ط < ٢٦ط

إذاً كمية العمود الأول تكون أصغر من كمية العمود الثاني .

الجواب: ب

مثال ٥٥ /

قارن بين

$(-٣)^{٨}$	$(-٣)^{٩}$

الحل /

$(-٣)^{٨} >$ صفر لأن (− ٣) كمية سالبة مرفوعة لقوة زوجية هي ٨ .

$(-٣)^{٩} <$ صفر لأن (− ٣) كمية سالبة مرفوعة لقوة فـــردية هي ٩ .

إذاً كمية العمود الأول تكون أكبر من كمية العمود الثاني .

الجواب : أ

مثال ٥٦ /

إذا كان $س^{٢} - ٥س + ٦ =$ صفر

قارن بين

مجموع جذري المعادلة	حاصل ضرب جذري المعادلة

الحل /

بحل المعادلة المعطاة نجد أن :

$س^{٢} - ٥س + ٦ =$ صفر $\Leftrightarrow$ (س − ٢) (س − ٣) = صفر $\Leftarrow$ س = ٢ أو س = ٣

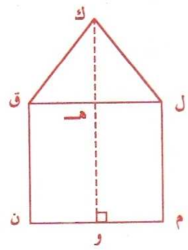
و عليه فإن جذري المعادلة المعطاة هما : ٢ وَ ٣

إذاً مجموع جذري المعادلة = ٢ + ٣ = ٥ بينما حاصل ضرب جذري المعادلة = ٢ × ٣ = ٦ .

و هذا يعني أن كمية العمود الأول تكون أصغر من كمية العمود الثاني .

الجواب : ب

مثال ٥٧ /



في الشكل المرافق :

مساحة المثلث ك ل ق + مساحة المربع ل م ن ق = ١٢٥ ،

و محيط المربع ل م ن ق = ٤٠ .

قارن بين

ضعف طول الضلع ن ق	طول القطعة المستقيمة ك و

الحل /

بما أن محيط المربع ل م ن ق = ٤٠ = ٤ × طول الضلع ⇐ طول الضلع = $\frac{٤٠}{٤}$ = ١٠ .

و حيث أن مساحة المربع ل م ن ق = طول الضلع × طول الضلع = ١٠ × ١٠ = ١٠٠ .

و بما أن : مساحة المثلث ك ل ق + مساحة المربع ل م ن ق = ١٢٥

⇐ مساحة المثلث ك ل ق = ١٢٥ − مساحة المربع ل م ن ق = ١٢٥−١٠٠ = ٢٥ .

و بما أن : طول ضلع المربع ل م ن ق = ١٠ ⇐ |ل هـ| = ١٠

و كذلك بما أن : مساحة المثلث ك ل ق = $\frac{١}{٢}$ × |ل ق| × |ك هـ| = $\frac{١}{٢}$ × ١٠ × |ك هـ| = ٢٥

⇐ ٥ |ك هـ| = ٢٥ ⇐ |ك هـ| = $\frac{٢٥}{٥}$ = ٥

و بالتالي نجد أن طول القطعة المستقيمة ك و = |ك هـ| + |هـ و| = ٥ + ١٠ = ١٥

بينما ضعف طول الضلع ن ق = ٢ × ١٠ = ٢٠

و هذا يعني أن كمية العمود الأول تكون أكبر من كمية العمود الثاني .

الجواب : أ

مثال ٥٨ /

إذا كان س^٢ = ١٠٠ وَ ص^٢ = ٢٥

قارن بين

(س − ص) (س + ص)	١٢٥

الحل /

من قانون الفرق بين مربعين نجد أن :

(س − ص)(س + ص) = س^٢ − ص^٢ = ١٠٠ − ٢٥ = ٧٥ < ١٢٥

إذاً كمية العمود الأول تكون أصغر من كمية العمود الثاني .

الجواب : ب

مثال ٥٩ /

قارن بين

$\frac{١}{س^٣}$ ÷ $\frac{١}{\frac{١}{س}}$	$\frac{١}{س^٤}$

الحل /

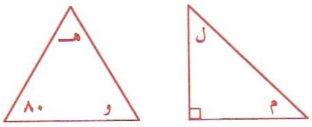
$$\frac{١}{س^{٣}} \div \frac{١}{\frac{١}{س}} = \frac{١}{س^{٣}} \div \frac{س}{١} = \frac{١}{س^{٣}} \times \frac{١}{س} = \frac{١}{س^{٤}}$$

و هذا يعني أن كمية العمود الأول تساوي كمية العمود الثاني .

الجواب : ج

مثال ٦٠ /

في الشكلين الموافقين :



قارن بين

قياس الزاوية هـ + قياس الزاوية و	قياس الزاوية ل + قياس الزاوية م

الحل /

حيث إن مجموع قياسات زوايا أي مثلث = ١٨٠°

إذاً : قياس الزاوية هـ + قياس الزاوية و = ١٨٠ − ٨٠ = ١٠٠°

وَ قياس الزاوية ل + قياس الزاوية م = ١٨٠ − ٩٠ = ٩٠°

و عليه تكون كمية العمود الأول أكبر من كمية العمود الثاني .

الجواب : أ

أسئلة الاختبار الذاتي التجريبي الأول

في التفكير الرياضي

النوع الأول : الأسئلة المتعددة الاختيارات

١. كم يكون إجمالي عدد الأيام في س أسبوع وَ س يوم ؟

أ. ١٤س　　ب. ٧س +٧　　ج. ٨س　　د. $٧س^{٢}$

٢. صالح أصغر بسنتين من أمين . إذا كان عُمُـــر أمين الآن هو ل سنة . فما عُمُـــر صالح قبل سنتين من الآن ؟

أ. ل - ٤　　ب. ٢ل - ٢　　ج. ٢ (ل - ٢)　　د. ل

٣. إذا كان خارج القسمة ($٢^{١٥}$ ÷ ل) يساوي عدداً صحيحاً ، فإن العدد ل يمكن أن يكون أي عدد من الأعداد التالية ما عدا ..

أ. ٦　　ب. ٨　　ج. ٣٢　　د. ٦٤

٤. $٣١,٧٢١ \times \frac{١}{١٠} \times \frac{١}{١٠} =$

أ. ٣١٧,٢١　　ب. ٣٧٢,١　　ج. ٣,١٧٢١　　د. ٠,٣١٧٢١

٥. أي الإجابات التالية تكون أقرب إلى قيمة المقدار $\frac{٨٩٧,٦١ \times ٠,٣١}{١,٩}$

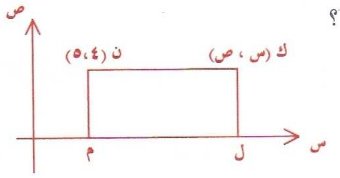
أ. ٤٥٠　　ب. ١٥٠　　ج. ٣٠٠　　د. ٢٥٠

٦. $\frac{\text{س} - \text{ص}}{٩ - ٣} =$

أ. $\frac{\text{س}}{٩} - \frac{\text{ص}}{٣}$　　　ب. $\frac{\text{س}}{٩} + \frac{\text{ص}}{٣}$

ج. $\frac{\text{س}}{٦} - \frac{\text{ص}}{٦}$　　　د. $\frac{\text{س} - \text{ص}}{٩} - \frac{\text{س} - \text{ص}}{٣}$

٧. في الشكل المرافق : إذا كانت مساحة المستطيل ك ل م ن تساوي ٣٢ ، ما إحداثيات (س ، ص) للنقطة ك ؟



أ. (٤ ، ٨)　　　ب. (١٣ ، ٤)

ج. (٨ ، ٥)　　　د. (٤ ، ١٣)

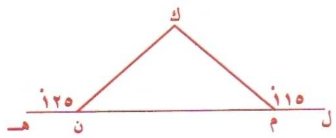
٨. راتب فيصل يساوي ١٢٥% من راتب سعد ، و راتب حسام يساوي ٨٠ % من راتب سعد ، إذا كان مجموع مرتباتهم الثلاثة يساوي ٦١٠٠٠ ريالاً . فما مقدار راتب حسام ؟

أ. ٢٥٠٠٠ ريالاً　　　ب. ٢٤٠٠٠ ريالاً　　　ج. ٢٠٠٠٠ ريالاً　　　د. ١٦٠٠٠ ريالاً

٩. إذا كان $\text{س}^٢ + ٢\text{س} + \text{ص} = (\text{س} + \text{م})(\text{س} + ٤)$ ، فإن قيمة م تساوي ...

أ. ٢　　　ب. ٦　　　ج. −٢　　　د. −٦

١٠. في الشكل المرافق : ما قياس الزاوية م ك ن ؟



أ. ٦٠°　　　ب. ٦٥°

ج. ٧٠°　　　د. ٥٥°

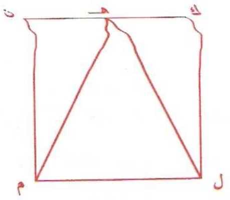
١١. ما مقدار ميل الخط المستقيم الذي معادلته : $٤\text{ص} = ١٠\text{س} + ٨$ ؟

أ. ٦　　　ب. ١٠　　　ج. $\frac{-٢}{٥}$　　　د. $\frac{٥}{٢}$

١٢. إذا كانت $\text{س}^٣ + ٧ \geq -١$ ، ما أكبر قيمة ممكنة للعدد س ؟

أ. −٨　　　ب. ٢　　　ج. −١　　　د. −٢

١٣. في الشكل المرافق : المربع ك ل م ن طول ضلعه يساوي ٦ سم .
فإذا كانت النقطة هـ تقع في منتصف الضلع ك ن .
فما محيط المثلث هـ ل م ؟



أ. ٣ √٥ سم ب. ٦ + ٦ √٥ سم
ج. ١٢ √٥ سم د. ٦ + ٩ √٥ سم

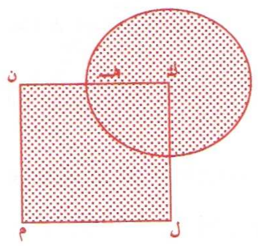
١٤. قطار سار لمدة ٣ ساعات بسرعة مقدارها ٤٠ ميلاً / الساعة ، ثم قطع مسافة ٨٠ ميلاً خلال ٣ ساعات وَ ٤٠ دقيقة . ما معدل سرعة القطار خلال رحلته هذه ؟

أ. ٣٠ ميلاً/الساعة ب. ٣٥ ميلاً/الساعة ج. ٢٥ ميلاً/الساعة د. ٢٠ ميلاً/الساعة

١٥. يستغرق محمود ٨ ساعات لحرث حقل والده ، بينما يستغرق جميل ١٠ ساعات لحرث الحقل نفسه. إذا عمل كل من محمود وَ جميل معاً في حرث حقل والدهما ، فكم يستغرقان من الوقت ؟

أ. ١٨ ساعة ب. ٣ $\frac{٥}{٧}$ ساعة ج. ٤ $\frac{٤}{٩}$ ساعة د. ٩ ساعات

١٦. في الشكل المرافق : الرأس ك للمربع ك ل م ن هو مركز للدائرة .
فإذا كان |ك هـ| = |هـ ن| = ٣ سم .
فما مساحة الجزء المظلل في الشكل ؟



أ. (٩ + $\frac{٢٧}{٤}$) سم² ب. (٣٦ + $\frac{٢٧}{٤}$ط) سم²
ج. (٣٦ + ٩ط) سم² د. (٣٦ + ٢٧ط) سم²

١٧. رجل طوله ٦ أقدام ، و كان طول ظلّه على الأرض يساوي ٤ أقدام ، في اللحظة نفسها كان طول ظل علم (راية) على الأرض يساوي ٥٠ قدماً ، فكم يبلغ ارتفاع العلم ؟

أ. ٧٥ قدماً ب. ٣٠٠ قدماً ج. ١٥٠ قدماً د. ٦٠ قدماً

١٨. إذا كانت أطوال أضلاع مثلث ما هي : ٥ ، ١٢ ، ١٣. أوجد مساحة هذا المثلث ؟

أ. ٣٠ ب. ٦٠ ج. ٤٥ د. ٤٠

١٩. إذا كان متوسط سعر عدد ١٣ قطعة من الملابس المختلفة هو ١٢ ريالاً. فإذا أخذنا إحدى هذه القطع سيكون متوسط سعر عدد ١٢ قطعة (الباقية) من الملابس المختلفة هو ١١ريالاً .
ما سعر القطعة التي أخذناها ؟

أ. ١٢ريالاً ب. ١ريالاً ج. ٢٤ريالاً د. ١١ريالاً

٢٠. إذا كان لدينا مستقيمان متعامدان وَ معرفان بالمعادلتين :
ص = ك س + هـ وَ ص = ل س + و . فأي العلاقات التالية تكون صحيحة ؟

أ. ك + ل = −١ ب. ك ل = ١ ج. ك − ل = ١ د. ك ل = −١

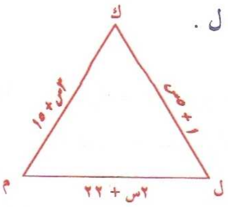
٢١. أي الأعداد التالية يكون الأكبر قيمة :

أ. $\frac{٨}{٠,٨}$ ب. $\frac{٠,٨}{٨}$ ج. $(٠,٨)^{٢}$ د. $\sqrt{٠,٨}$

٢٢. تنتج ٤ بقرات عدد ٤ علب من الحليب في مدة ٤ أيام . فكم يوماً تحتاج ٨ بقرات لإنتاج عدد ٨ علب من الحليب ؟

أ. ٨ أيام ب. ١٦ يوماً ج. ٤ أيام د. ٢ يوماً

٢٣. في الشكل المرافق : المثلث ك ل م فيه :
قياس الزاوية ك ل م = قياس الزاوية ل م ك = قياس الزاوية م ك ل .
أوجد قيمة س ؟



أ. ٦ ب. ٧
ج. ٨ د. ٩

النوع الثاني : أسئلة المقارنات

كل سؤال من الأسئلة التالية يحتوي على كميتين، واحدة في العمود الأول والأخرى في العمود الثاني والمطلوب هو المقارنة بينهما عن طريق اختيار الإجابة الصحيحة بواسطة ما يلي :

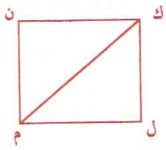
تظليل أ : إذا كانت كمية العمود الأول أكبر من كمية العمود الثاني .
تظليل ب : إذا كانت كمية العمود الأول أصغر من كمية العمود الثاني .
تظليل ج : إذا كانت الكميتان متساويتين .
تظليل د : إذا لم يمكن المقارنة بينهما لنقص المعلومات المعطاة .

٢٤. إذا كان س > ١

قارن بين

$\frac{س}{١ - س}$	$\frac{١}{س - ١}$

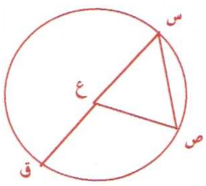
٢٥. في الشكل المرافق : ك ل م ن مربع فيه :
طول القطر ك م = $٦\sqrt{٢}$



قارن بين

طول محيط المربع	$٢٤\sqrt{٢}$

٢٦. في الشكل المرافق : س ق قطر الدائرة التي مركزها ع .
إذا علمت أن : | س ص | = | ع ص |



قارن بين

قياس الزاوية ص ع ق	١١٠°

٢٧. إذا كان ٨١ > س > ٦٤

قارن بين

س	٦٥

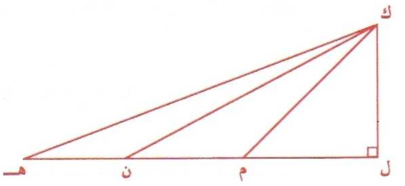
٢٨. إذا كان س ص ع = صفر وَ كان ع = ١

قارن بين

١	س ص

٢٩. في الشكل المرافق ، لدينا :

|ل م| = |م ن| = |ن هـ|



قارن بين

مساحة المثلث ك ل م + مساحة المثلث ك م ن	مساحة المثلث ك م ن + مساحة المثلث ك ن هـ

٣٠. إذا كان $٣^{س+١}$ = ٨١

قارن بين

س	٤

جدول الإجابات الصحيحة لأسئلة الاختبار الذاتي التجريبي الأول في التفكير الرياضي

١. ج
٢. أ
٣. أ
٤. د
٥. ب
٦. ج
٧. ب
٨. د
٩. ج
١٠. أ

١١. د
١٢. د
١٣. ب
١٤. أ
١٥. ج
١٦. ب
١٧. أ
١٨. أ
١٩. ج
٢٠. د

٢١. أ
٢٢. ج
٢٣. ب
٢٤. ب
٢٥. ب
٢٦. أ
٢٧. د
٢٨. أ
٢٩. ج
٣٠. ب

الحلول النموذجية لأسئلة

الاختبار الذاتي التجريبي الأول في التفكير الرياضي

١. للتحويل من أسابيع إلى أيام نقوم بضرب عدد الأسابيع في الرقم ٧ (لأن الأسبوع يحتوي على ٧ أيام) ، و على هذا نجد أن : س أسبوع = س × ٧ = ٧ س (يوماً) .
و بالتالي فإن إجمالي عدد الأيام في س أسبوع وَ س يوم = ٧ س + س = ٨ س (يوماً) .

الجواب : ج

٢. لنفرض أن عُمُر صالح الآن = ع ، و لدينا أن عُمُر أمين الآن = ل .
إذاً : ع = ل – ٢ (لأن صالح أصغر بسنتين من أمين) .
و بهذا نجد أنه قبل سنتين من الآن يكون لدينا :
عُمُر صالح = ع – ٢ = (ل – ٢) – ٢ = (ل – ٤) سنة و هو المطلوب .

الجواب : أ

٣. لكي يكون خارج القسمة ($٢^{١٥}$ ÷ ل) عدداً صحيحاً ، فإنه لابد و أن يكون العدد ل من الصورة : $٢^{ن}$ حيث ن أي عدد صحيح أقل من أو يساوي ١٥ . و باستعراض الاختيارات المقترحة نجد أن :

$$٨ = ٢^{٣} \text{ ، } ٣٢ = ٢^{٥} \text{ ، } ٦٤ = ٢^{٦}$$

و هذا يعني أن العدد ل يمكن أن يكون أيــّـاً من هذه الأعداد : ٨ ، ٣٢ ، ٦٤ باستثناء العدد ٦ لأنه لا يمكن وضع ٦ في الصورة : $٢^{ن}$ حيث ن عدد صحيح .

الجواب : أ

٤. بكل سهولة نجد أن :

$$٣١{,}٧٢١ \times \frac{١}{١٠} \times \frac{١}{١٠} = \frac{٣١{,}٧٢١}{١٠٠} = ٠{,}٣١٧٢١$$ و هو المطلوب .

الجواب : د

٥. بتقريب كل عدد من الأعداد المعطاة في السؤال نجد أن :
٨٩٧,٦١ هو أقرب إلى العدد ٩٠٠

٠,٣١ هو أقرب إلى العدد ٠,٣٣ (الثلث)

١,٩ هو أقرب إلى العدد ٢

و بالتالي نجد أن $\frac{\text{٨٩٧,٦١} \times \text{٠,٣١}}{\text{١,٩}}$ يساوي تقريبياً $\frac{\text{٩٠٠} \times \text{٠,٣٣}}{\text{١,٩}} = \frac{\text{٣٠٠}}{\text{٢}} = \text{١٥٠}$

الجواب : ب

٦. $\frac{\text{س} - \text{ص}}{\text{٩} - \text{٣}} = \frac{\text{س} - \text{ص}}{\text{٦}} = \frac{\text{س}}{\text{٦}} - \frac{\text{ص}}{\text{٦}}$ و هو المطلوب .

الجواب : ج

٧. أولاً : لابد و أن نلاحظ أن وقوع النقطتين ك وَ ن على مستقيم واحد يوازي محور السينات ، فهذا يعني أن الإحداثي الصادي للنقطة ك يساوي الإحداثي الصادي للنقطة ن . إذاً ص = ٤ .

ثانياً : من المعروف أن لكل سؤال إجابة واحدة صحيحة فقط .

و باستخدام طريقة رفض (الإجابات الخاطئة حتماً) و باستعراض الاختيارات المقترحة نجد أن : الاختيار ب (١٣ ، ٤) هي الإجابة الوحيدة التي يكون فيها الإحداثي الصادي ص = ٤ و هو المطلوب . و الحل الرياضي لهذه المسألة كما يلي :

النقطة م تقع على محور السينات فهذا يعني أن إحداثيها الصادي يساوي صفراً . وَ النقطة م وَ النقطة ن تقعان على نفس المستقيم الموازي لمحور الصادات ، و هذا يعني أن لهما نفس الإحداثي السيني . أي أن إحداثيات النقطة م هي (٥ ، ٠) .

و بسهولة نجد أن $|\text{م ن}| = \sqrt{(\text{٥} - \text{٥})^{\text{٢}} + (\text{٤} - \text{٠})^{\text{٢}}} = \sqrt{\text{٤}^{\text{٢}}} = \text{٤}$.

و حيث إن مساحة المستطيل = الطول × العرض = ٣٢

إذاً الطول ك ن = ٣٢ ÷ ٤ = ٨

أي أن الإحداثي السيني للنقطة ك يبعد ٨ وحدات يمين الإحداثي السيني للنقطة ن

أي أن الإحداثي السيني للنقطة ك = ٥ + ٨ = ١٣ = س .

أما الإحداثي الصادي للنقطة ك = الإحداثي الصادي للنقطة ن = ٤ (لماذا ؟) .

إذاً (س ، ص) = (١٣ ، ٤) .

الجواب : ب

٨. نفرض أن راتب فيصل = ف وَ راتب سعد = س وَ راتب حسام = ح .

فيما أن راتب فيصل يساوي ١٢٥٪ من راتب سعد ، فهذا يعني أن : ف = ١٢٥٪ س

و بالتالي نحصل على أن :

ف = $\frac{١٢٥}{١٠٠}$ س ⇐ ف = $\frac{٥}{٤}$ س

و بما أن راتب حسام يساوي ٨٠ % من راتب سعد ، فهذا يعني أن : ح = ٨٠ % س

و على هذا بجد أن :

ح = $\frac{٨٠}{١٠٠}$. س ⇐ ح = $\frac{٤}{٥}$ س

و حيث إن مجموع مرتباهم الثلاثة يساوي ٦١٠٠٠ ريالاً ، فهذا يؤدي إلى تكوين المعادلة التالية :

ف + س + ح = $\frac{٥}{٤}$ س + س + $\frac{٤}{٥}$ س = ٦١٠٠٠ ريالاً .

و بتوحيد المقامات نجد أن :

$\frac{٢٥ \text{ س} + ٢٠ \text{ س} + ١٦ \text{ س}}{٢٠}$ = $\frac{٦١ \text{س}}{٢٠}$ = ٦١٠٠٠ ريالاً .

⇐ س = $\frac{٢٠ \times ٦١٠٠٠}{٦١}$ = ٢٠٠٠٠ ريالاً ، و هذا يمثل راتب سعد .

إذاً راتب حسام : ح = $\frac{٤}{٥}$ س = $\frac{٤}{٥}$ × ٢٠٠٠٠ = ٤ × ٤٠٠٠ = ١٦٠٠٠ ريالاً .

الجواب : د

٩. لدينا أن : س^{٢} + ٢س + ص = (س + م) (س + ٤)

= س^{٢} + ٤س + م س + ٤م = س^{٢} + (٤ + م) س + ٤م

و بمساواة معامل س في المعادلة اليمنى بمعامل س في المعادلة اليسرى (الأخيرة) نجد أن :

٤ + م = ٢ ⇐ م = ٢ − ٤ = − ٢ و هو المطلوب .

الجواب : ج

١٠. من الشكل نجد أن :

قياس الزاوية ك م ن = ١٨٠ − ١١٥ = ٦٥° (لأنها مكملة الزاوية ل م ك)

قياس الزاوية ك ن م = ١٨٠ − ١٢٥ = ٥٥° (لأنها مكملة الزاوية هـــ ن ك)

و حيث إن مجموع قياسات زوايا المثلث = ١٨٠°

إذاً قياس الزاوية م ك ن = ١٨٠ − (٦٥ + ٥٥) = ١٨٠ − ١٢٠ = ٦٠° .

الجواب : أ

١١. الصورة العامة لمعادلة الخط المستقيم الذي ميله (م) وَ يقطع جزءاً مقداره (ل) من محور الصادات هي : ص = م س + ل .

و بوضع المعادلة المعطاة في الصورة العامة نجد أن :

٤ ص = ١٠س + ٨ ⇔ ص = $\frac{١٠}{٤}$ س + $\frac{٨}{٤}$ ⇔ ص = $\frac{٥}{٢}$ س + ٢

و بمقارنة المعادلة الأخيرة بالصورة العامة لمعادلة الخط المستقيم الذي ميله (م) نجد أن :

الميل م = $\frac{٥}{٢}$ و هو المطلوب .

الجواب : د

١٢. بحل المتراجحة (المتباينة) نجد أن :

س^{٣} + ٧ ≤ -١ ⇔ س^{٣} ≤ -١ - ٧ = -٨ = (-٢)^{٣}

⇔ س ≤ -٢ (و ذلك بأخذ الجذر التكعيبي للطرفين) .

و طالما أن س أصغر من أو تساوي -٢ فهذا يعني أن -٢ هي أكبر قيمة ممكنة للعدد س .

الجواب : د

١٣. محيط المثلث هـ ل م = مجموع أطول أضلاعه الثلاثة = |ل م| + |هـ ل| + |هـ م| .

و لإيجاد |هـ ل| نطبق نظرية فيثاغورث على المثلث القائم الزاوية هـ ك ل فنجد أن :

|هـ ل| = $\sqrt{|ك ل|^{٢} + |ك هـ|^{٢}}$

= $\sqrt{٦^{٢} + ٣^{٢}}$ = $\sqrt{٣٦ + ٩}$ = $\sqrt{٤٥}$ = $\sqrt{٩}$ × $\sqrt{٥}$ = ٣$\sqrt{٥}$

و بالمثل نجد أن :

|هـ م| = |هـ ل| = ٣$\sqrt{٥}$

إذاً محيط المثلث هـ ل م = ٦ + ٣$\sqrt{٥}$ + ٣$\sqrt{٥}$ = ٦ + ٦$\sqrt{٥}$ سم و هو المطلوب .

الجواب : ب

١٤. متوسط السرعة = $\frac{\text{المسافة الإجمالية}}{\text{الزمن الكلي}}$

خلال ٣ ساعات و بسرعة ٤٠ ميلا/الساعة يكون القطار قد قطع مسافة تساوي

٣ × ٤٠ = ١٢٠ ميلاً.

إذاً المسافة الإجمالية للرحلة = ١٢٠ + ٨٠ = ٢٠٠ ميلاً .

و الزمن الكلي للرحلة = ٣ ساعات + ٣ ساعات وَ ٤٠ دقيقة

= ٣ + ٣ $\frac{٤٠}{٦٠}$ (لأن ٤٠ دقيقة = $\frac{٤٠}{٦٠}$ ساعة)

= ٦ $\frac{٢}{٣}$ ساعة

إذاً متوسط السرعة = ٢٠٠ ÷ ٦$\frac{٢}{٣}$ = ٢٠٠ ÷ $\frac{٢٠}{٣}$ = ٢٠٠ × $\frac{٣}{٢٠}$ = ٣٠ ميلا/الساعة .

الجواب : أ

١٥. بما أن محمود يستغرق ٨ ساعات لحرث الحقل .

فهذا يعني أن محمود يستطيع حرث جزء مقداره $\frac{١}{٨}$ من الحقل خلال الساعة الواحدة .

و بالمثل نجد أن جميل يستطيع حرث جزء مقداره $\frac{١}{١٠}$ من الحقل خلال الساعة الواحدة .

إذاً خلال ساعة واحدة يستطيع محمود و جميل أن يحرثا جزءاً من حقل والدهما مقداره :

$\frac{١}{٨} + \frac{١}{١٠} = \frac{٥ + ٤}{٤٠} = \frac{٩}{٤٠}$ من الحقل .

و إذا فرضنا أن الزمن اللازم لكي يُنهي محمود وَ جميل حرث حقل والدهما كاملاً يســـــــاوي ن ساعة . فهذا يعني أنه خلال ن ساعة يحرثا محمود و جميل جزءاً من حقل والدهما مقداره :

ن × $\frac{٩}{٤٠}$ = ١ (الحقل كاملاً) .

إذاً : ن = $\frac{٤٠}{٩} = ٤\frac{٤}{٩}$ ساعة و هذا هو الوقت المطلوب إيجاده .

الجواب ج

١٦. بما أن |ك هـ| = |هـ ن| = ٣ سم .

فهذا يعني أن طول ضلع المربع = |ك ن| = ٣ + ٣ = ٦سم .

و أيضاً فإن طول نصف قطر الدائرة = |ك هـ| = ٣ سم .

و حيث إن مساحة المربع = طول الضلع × طول الضلع = ٦ × ٦ = ٣٦ سم^٢

و مساحة الدائرة = ط نق^٢ = ط (٣)^٢ = ٩ ط سم^٢ (حيث نق = نصف القطر) .

و حيث إن مساحة الجزء المظلّل في الشكل = مساحة المربع + $\frac{٣}{٤}$ مساحة الدائرة .

فإن المساحة المظللة = ٣٦ + ($\frac{٣}{٤}$ × ٩ ط) = (٣٦ + $\frac{٢٧}{٤}$ ط) سم^٢ .

الجواب ب

١٧. لنفرض أن ارتفاع العلم (الراية) = ع قدماً .

و بالرجوع إلى معلومات التناسب نجد أن :

$\frac{\text{طول الرجل}}{\text{طول العلم}} = \frac{\text{طول ظل الرجل}}{\text{طول ظل العلم}} \Leftrightarrow \frac{٦}{ع} = \frac{٤}{٥٠}$

⟸ ٤ ع = ٦ × ٥٠ = ٣٠٠ ⟸ ع = $\frac{٣٠٠}{٤}$ = ٧٥ قدماً و هو المطلوب .

الجواب أ

١٨. بملاحظة سريعة لأطوال أضلاع المثلث المعطاة نجد أن :

٥^٢ + ١٢^٢ = ٢٥ + ١٤٤ = ١٦٩ = ١٣^٢

و بتذكر عكس نظرية فيثاغورث نجد أن المثلث المعطى هو مثلث قائم الزاوية و بالتالي فإن :

مساحة المثلث القائم الزاوية = $\frac{١}{٢}$ × حاصل ضرب الضلعين القائمين .

و بما أن الوتر يكون دوماً أطول أضلاع المثلث القائم الزاوية فهذا يعني أن :

طولي الضلعين القائمين هما ٥ ، ١٢

إذاً مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ × ٥ × ١٢ = ٥ × ٦ = ٣٠ و هو المطلوب .

الجواب : أ

١٩. لنفرض أن الثمن الإجمالي لعدد ١٣ قطعة من الملابس المختلفة هو س ، و لنفرض أن سعر القطعة التي أخذناها هو ص .

و حيث إن متوسط السعر = $\frac{\text{الثمن الإجمالي}}{\text{عدد القطع}}$

إذاً متوسط سعر ١٣ قطعة = $\frac{\text{س}}{١٣}$ = ١٢ ريالاً ⇐ س = ١٢ × ١٣ = ١٥٦ ريالاً

و بالمثل فإن متوسط سعر ١٢ قطعة = $\frac{\text{س - ص}}{١٢}$ = ١١ ريالاً

⇐ ١٥٦ − ١١×١٢ = ص ⇐ ص = ١٥٦ − ١٣٢ = ٢٤ ريالاً .

إذاً سعر القطعة التي أخذناها = ص = ٢٤ ريالاً و هو المطلوب .

الجواب : ج

٢٠. الصورة العامة لمعادلة الخط المستقيم الذي ميله م وَ يقطعاً جزءاً مقداره جـ من محور الصادات هي : ص = م س + جـ .

إذاً من معادلة المستقيم الأول ص = ك س + هـ نجد أن ميله $\text{م}_١$ = ك

و من معادلة المستقيم الثاني ص = ل س + و نجد أن ميله $\text{م}_٢$ = ل

و حيث إن حاصل ضرب ميلا المستقيمين المتعامدين يساوي − ١

إذاً : $\text{م}_١ \times \text{م}_٢$ = ك × ل = ك ل = − ١ و هو المطلوب .

الجواب : د

٢١. بحل سريع و تقريبي للإجابات المعطاة نجد أن :

$\frac{٨}{٠{,}٨} = \frac{٨٠}{٨} = ١٠$ ، $\frac{٠{,}٨}{٨} = \frac{٨}{٨٠} = \frac{١}{١٠} = ٠{,}١$ ،

$(٠{,}٨)^٢ = (\frac{٨}{١٠})^٢ = \frac{٦٤}{١٠٠} = ٠{,}٦٤$ ،

$\sqrt{٠{,}٨}$ يساوي تقريباً $\sqrt{٠{,}٨١} = ٠{,}٩$

فمن الواضح أن الإجابة (أ : $\frac{٨}{٠{,}٨}$) هي الأكبر قيمة ، و هو المطلوب .

الجواب : أ

٢٢. بما أن ٤ بقرات تنتج عدد ٤ علب من الحليب في ٤ أيام ، فهذا يعني أن ٤ بقرات تنتج علبة واحدة من الحليب في اليوم الواحد . و بالتالي فإن ٨ بقرات تنتج عدد ٢ علبة من الحليب في اليوم الواحد .

إذاً المدة اللازمة لعدد ٨ بقرات لإنتاج عدد ٨ علب من الحليب = $\frac{٨}{٢}$ = ٤ أيام .

الجواب : ج

٢٣. بما أن قياسات زوايا المثلث متساوية فهذا يعني أن جميع أضلاعه تكون متساوية أيضاً .

أي أن   ١ + ٥س = ٣س + ١٥ = ٢س + ٢٢

⇐   ١ + ٥س = ٣س + ١٥   ⇐   ٢س = ١٤   ⇐   س = ٧   و هو المطلوب

الجواب : ب

٢٤. بما أن س > ١ ، فهذا يعني أن المقدار ١ – س < ٠ بينما يكون المقدار س – ١ > ٠ .

و على هذا نستنتج أن :

كمية العمود الأول $\frac{س}{١ - س}$ هي كمية سالبة بينما تكون كمية العمود الثاني $\frac{١}{س - ١}$ هي كمية موجبة .

إذاً كمية العمود الأول تكون أصغر من كمية العمود الثاني .

الجواب : ب

٢٥. لإيجاد محيط المربع ك ل م ن لا بد من معرفة طول ضلعه ، و لإيجاد طول ضلع المربع نقوم بتطبيق نظرية فيثاغورث على المثلث القائم الزاوية ك ل م فنجد أن :

|ك م|^{٢} = |ك ل|^{٢} + |ل م|^{٢} = ٢ |ك ل|^{٢} (|ك ل|^{٢} = |ل م|^{٢})

أي أن : ($٦\sqrt{٢}$)^{٢} = ٣٦ × ٢ = ٢ |ك ل|^{٢}

⇐ |ك ل|^{٢} = $\frac{٣٦ × ٢}{٢}$ = ٣٦   ⇐ |ك ل| = $\sqrt{٣٦}$ = ٦ = طول ضلع المربع .

إذا طول محيط المربع = ٤ × طول الضلع = ٤ × ٦ = ٢٤ .

و بالتالي فإن كمية العمود الأول تكون أصغر من كمية العمود الثاني و هو المطلوب .

الجواب : ب

٢٦. لاحظ أن |ع ص| = |ع س| لأن كلاً منهما يمثل نصف قطر الدائرة .

و حيث إن |س ص| = |ع ص| ⇐ |س ص| = |ع ص| = |ع س|

و على هذا فإن المثلث س ص ع متطابق الأضلاع و بالتالي فهو متطابق الزوايا .

إذاً قياس الزاوية س ع ص = ٦٠° ⇐ قياس الزاوية ص ع ق = ١٨٠-٦٠ = ١٢٠°

أي أن كمية العمود الأول تكون أكبر من كمية العمود الثاني .

الجواب : أ

٢٧. بما أن ٨١ > س > ٦٤ فهذا يعني أنه لمقارنة العدد س بالرقم ٦٥ يكون لدينا الاحتمالات التالية:

س = ٦٤,٥ > ٦٤ أو س = ٦٥ = ٦٥ أو س = ٦٦ < ٦٥

أي أن المعلومات المعطاة غير كافية للمقارنة .

الجواب : د

٢٨. بما أن س ص ع = صفر وَ ع = ١ ≠ صفر ⇐ س ص = صفر < ١ .

إذاً كمية العمود الأول تكون أكبر من كمية العمود الثاني .

الجواب : أ

٢٩. مساحة المثلث ك ل م + مساحة المثلث ك م ن = مساحة المثلث ك ل ن

= $\frac{١}{٢}$ × القاعدة × الارتفاع = $\frac{١}{٢}$ × |ل ن| × |ك ل|

= $\frac{١}{٢}$ × ٢ × |م ن| × |ك ل| = |م ن| × |ك ل| (لأن |ل م| = |م ن|).

مساحة المثلث ك م ن + مساحة المثلث ك ن هـ = مساحة المثلث ك م هـ

= $\frac{١}{٢}$ × القاعدة × الارتفاع = $\frac{١}{٢}$ × |م هـ| × |ك ل| (الارتفاع = |ك ل|)

= $\frac{١}{٢}$ × ٢ × |م ن| × |ك ل| = |م ن| × |ك ل| (لأن |م ن| = |ن هـ|) .

أي أن كمية العمود الأول تكون مساوية لكمية العمود الثاني .

الجواب : ج

٣٠. لاحظ أن : ٣$^{س+١}$ = ٨١ = ٣^{٤}

بما أن الأساسات متساوية فإن الأسس لابد و أن تكون متساوية .

أي أن س + ١ = ٤ ⇐ س = ٤ − ١ = ٣ < ٤ .

إذاً كمية العمود الأول تكون أصغر من كمية العمود الثاني .

الجواب : ب

أسئلة الاختبار الذاتي التجريبي الثاني

في التفكير الرياضي

النوع الأول : الأسئلة المتعددة الاختيارات

١. في إحدى المدارس الثانوية كانت شعبة الرياضيات تضم عدد ١٥ طالباً و شعبة اللغة العربية تضم عدد ١٢طالباً . إذا علمت أن هناك عدد ١٣ طالباً ينتمي كل منهم إمّا إلى شعبة الرياضيات فقط أو إلى شعبة اللغة العربية فقط ، فما عدد الطلاب الذين ينتمون إلى كِلْتَا الشعبتين معاً ؟

أ. ٢ طالباً　　ب. ٦ طلاب　　ج. ٧ طلاب　　د. ٢٧ طالباً

٢. المسافة من جدة إلى المدينة المنورة هي ٣٧٥ كيلو متراً ، فإذا استغرقت شاحنة مـدّة ٣ ساعات لقطع المسافة الأولى من الطريق و قدرها ١٧٥ كيلو متراً ، فما المدة الزمنية اللازمـة للشاحنة لقطع المسافة المتبقية لكي يكون متوسط سرعتها خلال الرحلة كاملة من جدة إلى المدينـة المنورة هي ٥٠ كيلو متراً في الساعة ؟

أ. ٢٧٠ دقيقة　　ب. ٣٣٠ دقيقة　　ج. ٣٧٠ دقيقة　　د. ٤٥٠ دقيقة

٣. في الشكل المرافق : ك ل م ن مستطيل .

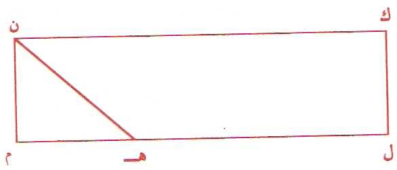
مساحة المثلث هـ م ن = ٧ سم^2

إذا علمت أن :

|ل هـ| = ٣ |هـ م|

وَ |هـ م| = |م ن|

فإن مساحة المستطيل ك ل م ن تساوي :



أ. ٣٦ سم^2　　ب. ٢٨سم^2　　ج. ٤٢ سم^2　　د. ٥٦ سم^2

٤. إذا كانت س < ص فأي الأعداد التالية يكون أكبر من س وَ في الوقت نفسه يكون أصغر من ص ؟

أ. $\frac{س + ص}{٢}$ ب. س ص ج. ص^{٢} ــ س^{٢} د. ص ــ س

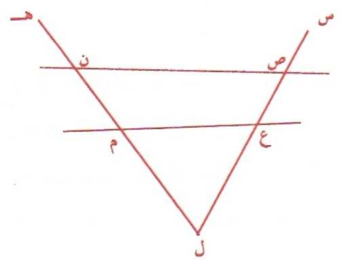
٥. إذا كان المعدل (المتوسط الحسابي) لعدد ٦ أرقام يساوي ٤,٥ . فما مجموع هذه الأرقام الستة ؟

أ. ٢٤ ب. ٢٧ ج. ٢٩ د. ٣٠

٦. أي الكسور التالية يكون الأكبر قيمة ؟

أ. $\frac{٦١}{١٠٠}$ ب. $\frac{١٣}{٢٠}$ ج. $\frac{٣٣}{٥٠}$ د. $\frac{٢٩}{٤٠}$

٧. إذا كان قياس الزاوية هـ ن ص = ١٤٥°،
وَ قياس الزاوية س ص ن = ١٢٥°،
فإن قياس الزاوية ع ل م =



أ. ٣٥° ب. ٥٠°
ج. ٩٠° د. ١٣٥°

٨. إذا كان س عدداً فردياً صحيحاً ، فأي المقادير التالية يكون عدداً زوجياً ؟

أ. ٢س+١ ب. ٢(س+١) ج. ٢س−١ د. (س−٢) (س+٢)

٩. يحتاج عاملان إلى ١٥ يوماً من العمل لبناء سور حول حديقة منزلية ، فإذا عملا معاً لمدة ٦ أيام ثم توقف الأول و استمر الثاني في العمل بمفرده فإنه يحتاج إلى ٣٠ يوماً أخر لإتمام بناء السور . فكم يوماً يحتاج العامل الثاني لبناء السور بمفرده ؟

أ. ٣٥ يوماً ب. ٤٥ يوماً ج. ٥٠ يوماً د. ٣٦ يوماً

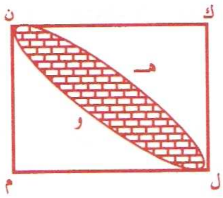
١٠. كانت نسبة المقترعين في إحدى الدوائر الانتخابية تساوي ٨٠ % من عدد المواطنين المسجلين الذين يحق لهم الاقتراع ، وكانت نسبة الأصوات التي حصل عليها المرشح الفائز تساوي ٦٠ % من أصوات المقترعين ، فكم تبلغ النسبة المئوية للذين صوتوا لصالح المرشح الفائز من عدد المسجلين الذين يحق لهم الاقتراع ؟

أ. ٧٥ %　　ب. ٤٨ %　　ج. ٦٠ %　　د. ٧٠ %

١١. العدد الإجمالي للعاملين في إحدى الشركات أقل من ٥٠ عاملاً . تغيّب في أحد الأيام $\frac{٢}{٩}$ العدد الإجمالي للعاملين وكان $\frac{١}{٤}$ عدد الحاضرين يعملون في قسم الشؤون الإدارية . فأي الأرقام التالية يمكن أن يمثل العدد الإجمالي للعاملين في هذه الشركة ؟

أ. ٤٥ عاملاً　　ب. ٢٧ عاملاً　　ج. ٢٨ عاملاً　　د. ٣٦ عاملاً

١٢. في الشكل المرافق : ك ل م ن مربع طول ضلعه ١٠ ،
ن هـ ل قوس من دائرة مركزها م وَ نصف قطرها ١٠ ،
ن و ل قوس من دائرة مركزها ك وَ نصف قطرها ١٠ .
فما مساحة المنطقة المظللة في الشكل ؟



أ. ٢٥ ط − ١٠٠　　ب. ٥٠ ط − ١٠٠　　ج. ١٠٠ − ٢٥ ط　　د. ١٠٠ − ٥٠ ط

١٣. إذا كان س ص ع = ١ وَ كان س = ع فإن ص =

أ. ١ − $س^{٢}$　　ب. $س^{٢}$　　ج. $\frac{١}{س^{٢}}$　　د. $\frac{١}{٢س}$

١٤. مساحة المستطيل الذي طوله = س+١ وَ عرضه = س−١ هي :

أ. ٢س　　ب. ٢س+٢　　ج. $س^{٢}$+١　　د. $س^{٢}$ − ١

١٥. إذا كانت س + ص = ١٦ فإن س − ع =

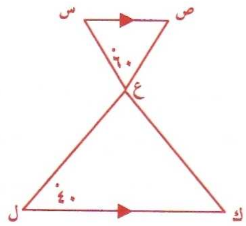
أ. ١٦− ص − ع　　ب. ع + ١٦　　ج. ٨　　د. ١٦− ص

١٦. ثوبٌ ثمنه الأصلي ١٢,٥ ريالاً ، بِيــع بمبلغ ١٠ ريالات . فإن نسبة الخصم على السعر الأصلي تساوي

أ. ٢٪　　ب. ٢,٥٪　　ج. ٢٠٪　　د. ٢٥٪

١٧. في الشكل المرافق :

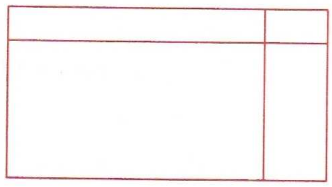
قياس الزاوية س ص ع + قياس الزاوية ع ك ل =



أ. ١٠٠°　　ب. ١٢٠°

ج. ١٨٠°　　د. ٨٠°

١٨. ما أكبر عدد ممكن من المستطيلات التي يمكن مشاهدتها في الشكل المرافق ؟

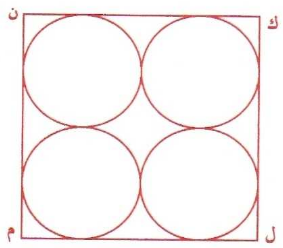


أ. ٩ مستطيلات　　ب. ٨ مستطيلات

ج. ٧ مستطيلات　　د. ٥ مستطيلات

١٩. في الشكل المرافق : مساحة كل دائرة = ٤ط .

إذاً طول محيط الشكل ك ل م ن =



أ. ١٦　　ب. ١٦ط

ج. ٣٢　　د. ٣٢ط

٢٠. ساعة حائط تقدم ٦ دقائق في كل ساعة ، إذا ضُبِطت حسب الوقت الصحيح عند الساعة التاسعة صباحاً . فما الوقت الذي تشير إليه عقارب هذه الساعة الحائطية عندما يكون الوقت الصحيح هو ٧:٣٠ مساءً ؟

أ. ٧:٣٩ مساءً　　ب. ٧:٣٦ مساءً　　ج. ٦:٢٧ مساءً　　د. ٨:٣٣ مساءً

النوع الثاني : أسئلة المقارنات

كل سؤال من الأسئلة التالية يحتوي على كميتين، واحدة في العمود الأول والأخرى في العمود الثاني والمطلوب هو المقارنة بينهما عن طريق اختيار الإجابة الصحيحة بواسطة ما يلي :

تظليل أ : إذا كانت كمية العمود الأول أكبر من كمية العمود الثاني .
تظليل ب : إذا كانت كمية العمود الأول أصغر من كمية العمود الثاني .
تظليل ج : إذا كانت الكميتان متساويتين .
تظليل د : إذا لم يمكن المقارنة بينهما لنقص المعلومات المعطاة .

٢١. إذا كان س > ١ وَ ص > ١ وَ س ≠ ص

قارن بين

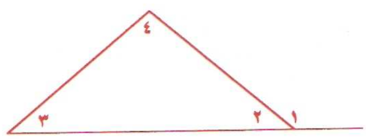
$\frac{س}{ص} + ١$	$\frac{س + ص}{ص}$

٢٢. إذا كان $س^٢ + ص^٢ = ١٠٠$

قارن بين

س	ص

٢٣. في الشكل المرافق :



قارن بين

قياس الزاوية ١	قياس الزاوية ٤

٢٤. إذا كان س > صفر

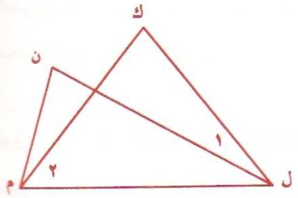
قارن بين

$س^٣$	$س^٢$

٢٥. في الشكل المرافق :

|ك ل| = |ك م| = |ل ن|

وَ قياس الزاوية ١ = ٦٥°



قارن بين

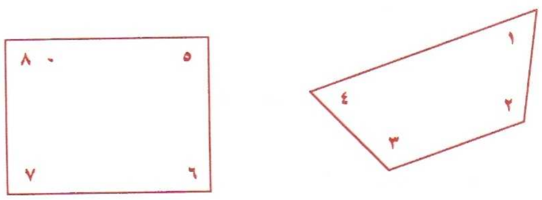
قياس الزاوية ١	قياس الزاوية ٢

٢٦.

قارن بين

$(\frac{١}{٢})^٢$	٢٦ %

٢٧.



قارن بين

مجموع قياسات الزوايا (١،٢،٣،٤)	مجموع قياسات الزوايا (٥،٦،٧،٨)

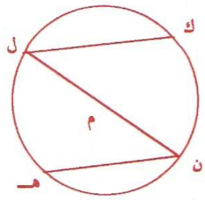
٢٨.

قارن بين

$\frac{٦^{١٠} - ٦^٩}{٥}$	$٦^٩$

٢٩. في الشكل المرافق :

لدينا دائرة مركزها م .



قارن بين

| ل ن |	| ك ل | + | ن هـ |

٣٠. إذا كان $\frac{س ع هـ + ص^{٢} هـ + ص ع^{٢}}{ص ع هـ} = \frac{١٤}{١٥}$ ،

(س ، ص ، ع ، هـ أعداد غير صفرية) .

قارن بين

$\frac{س}{ص} + \frac{ص}{ع} + \frac{ع}{هـ}$	١

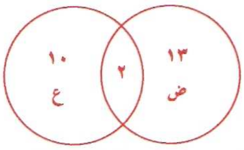
جدول الإجابات الصحيحة لأسئلة الاختبار الذاتي التجريبي الثاني في التفكير الرياضي

١. ج	١١. د	٢١. ج
٢. أ	١٢. ب	٢٢. د
٣. د	١٣. ج	٢٣. أ
٤. أ	١٤. د	٢٤. د
٥. ب	١٥. أ	٢٥. ب
٦. د	١٦. ج	٢٦. ب
٧. ج	١٧. ب	٢٧. ج
٨. ب	١٨. أ	٢٨. ج
٩. ج	١٩. ج	٢٩. د
١٠. أ	٢٠. د	٣٠. ب

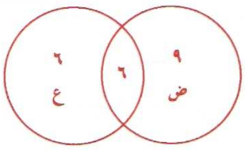
الحلول النموذجية لأسئلة

الاختبار الذاتي التجريبي الثاني في التفكير الرياضي

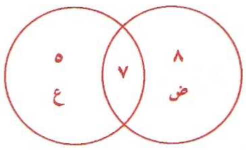
١. بقراءة المسألة جيداً نجد أنها ترتبط بموضوع المجموعات و عليه فإن :
عدد عناصر مجموعة الرياضيات ض = ١٥ عنصراً ،
عدد عناصر مجموعة اللغة العربية ع = ١٢ عنصراً ،
عدد ١٣ عنصراً ينتمي كل منهم إما إلى ض أو إلى ع .
المطلوب هو إيجاد عدد العناصر التي تنتمي إلى التقاطع ض ∩ ع ؟
الآن باستخدام طريقة تجربة البدائل نجد أن :



الاختيار (أ) غير صحيح لأن عدد ٢ عنصراً ينتميان إلى التقاطع يعني أن عدد العناصر التي تنتمي إما إلى ض أو إلى ع
= ١٣ + ١٠ = ٢٣ و هذا مخالف لما هو معطى من أن عددهم = ١٣ فقط .



الاختيار (ب) غير صحيح أيضاً لأن عدد ٦ عناصر ينتمون إلى التقاطع يعني أن عدد العناصر التي تنتمي إما إلى ض أو إلى ع = ٩+٦ = ١٥ و هذا أيضاً مخالف لما هو معطى من أن عددهم = ١٣ فقط .



الاختيار (ج) صحيح لأن عدد ٧ عناصر ينتمون إلى التقاطع يعني أن عدد العناصر التي تنتمي إما إلى ض أو إلى ع
= ٨ + ٥ = ١٣ و هو المطلوب .

الجواب : ج

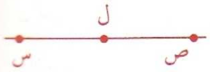
٢. بما أن متوسط السرعة = ٥٠ كم/ساعة و المسافة الإجمالية = ٣٧٥ كم .
و حيث إن : الزمن = $\frac{\text{المسافة}}{\text{السرعة}}$.
فإن إجمالي الزمن اللازم للرحلة = $\frac{٣٧٥}{٥٠}$ = ٧,٥ ساعة = ٧,٥ × ٦٠ = ٤٥٠ دقيقة .
و حيث إن الشاحنة استغرقت ٣ ساعات (١٨٠دقيقة) لقطع المسافة الأولى و قدرها ١٧٥كم
إذاً الزمن اللازم لقطع المسافة المتبقية = ٤٥٠ - ١٨٠ = ٢٧٠ دقيقة و هو المطلوب .

الجواب : أ

٣. في المستطيل ك ل م ن نجد أن الزاوية هـ م ن هي زاوية قائمة . و بما أن |هـ م| = |م ن|
إذاً المثلث هـ م ن هو مثلث قائم الزاوية و أيضاً متطابق الضلعين و مساحته = ٧ سم^{٢}
و حيث إن مساحة المثلث القائم الزاوية = $\frac{١}{٢}$ (حاصل ضرب الضلعين القائمين)
إذاً مساحة المثلث هـ م ن = $\frac{١}{٢}$ × |هـ م| × |م ن|
= $\frac{١}{٢}$ × |م ن|^{٢} = ٧ (لأن |هـ م| = |م ن|) .
إذاً |م ن|^{٢} = ٢ × ٧ = ١٤ ⇐ |م ن| = $\sqrt{١٤}$.
و بما أن |ل هـ| = ٣ |هـ م| ، فإن : |ل م| = |ل هـ| + |هـ م|
= ٣ |هـ م| + |هـ م| = ٤ |هـ م| = ٤ |م ن| = ٤ $\sqrt{١٤}$
و حيث إن مساحة المستطيل = الطول × العرض = |ل م| × |م ن|
= ٤ $\sqrt{١٤}$ × $\sqrt{١٤}$ = ٤ × ١٤ = ٥٦ سم^{٢} و هو المطلوب .

الجواب : د

٤. لنفرض أن العدد المطلوب إيجاده هو ل بحيث أن : س > ل > ص .



و من المعروف جيداً أن المتوسط (الحسابي) لأي عددين مختلفين يقع دائماً بينهما .
و المتوسط (الحسابي) للعددين (س وَ ص)
= $\frac{س + ص}{٢}$ = ل وَ هو ما تمثله الإجابة أ وَ هو المطلوب .
و للتأكد من أن الإجابات ب وَ ج وَ د هي اختيارات خاطئة فإننا نورد المثال التالي :
لنفرض أن س = ٢ وَ ص = ٣ (لاحظ أن س > ص) فإن :
س ص = ٦ وَ ص^{٢} − س^{٢} = ٩ − ٤ = ٥ وَ ص − س = ١ و جميع هذه الأرقام (٦، ٥، ١) لا تكون أكبر من (س = ٢) و في نفس الوقت تكون أصغر من (ص = ٣).

الجواب : أ

٥. المعدل (المتوسط الحسابي) = $\frac{\text{مجموع الأرقام}}{\text{عددهـا}}$

أي أن مجموع الأرقام = المعدل (المتوسط الحسابي) × عددها
= ٤,٥ × ٦ = ٢٧ و هو المطلوب .

الجواب : ب

٦. لمقارنة الكسور لابد من إيجاد المقام المشترك للكسور (نوحّد المقامات) .

و بملاحظة سريعة نجد أن العدد ٢٠٠ هو المقام المشترك و عليه فإن :

$\frac{٦١}{١٠٠} = \frac{١٢٢}{٢٠٠}$ ، $\frac{١٣}{٢٠} = \frac{١٣٠}{٢٠٠}$ ، $\frac{٣٣}{٥٠} = \frac{١٣٢}{٢٠٠}$ ، $\frac{٢٩}{٤٠} = \frac{١٤٥}{٢٠٠}$

و بعد توحيد المقامات نجد أن الكسر الذي بسطه أكبر يكون هو الأكبر .

و هذا يعني أن الكسر الأكبر هـــو $\frac{١٤٥}{٢٠٠} = \frac{٢٩}{٤٠}$ و هذا ما تمثله الإجابة د ، و هو المطلوب .

الجواب : د

٧. قياس الزاوية هـــ ن ص + قياس الزاوية ص ن م = ١٨٠°

⇐ قياس الزاوية ص ن م = ١٨٠° − ١٤٥° = ٣٥°

قياس الزاوية س ص ن + قياس الزاوية ن ص ع = ١٨٠°

⇐ قياس الزاوية ن ص ع = ١٨٠° − ١٢٥° = ٥٥°

و بما أن مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمثلث ص ل ن = ١٨٠°

إذاً قياس الزاوية ع ل م = ١٨٠° − (٣٥° + ٥٥°) = ١٨٠° − ٩٠° = ٩٠° و هو المطلوب .

الجواب : ج

٨. عند إضافة (١) لأي عدد صحيح فردي ، ينتج عدد صحيح زوجي .

و حيث إن س عدد صحيح فردي ⇐ س + ١ عدد صحيح زوجي .

و بالتالي فإن المقدار ٢ (س+١) يكون أيضاً عدداً صحيحاً زوجياً و هو المطلوب .

الجواب : ب

٩. يحتاج عاملان إلى ١٥ يوماً من العمل لبناء سور حول حديقة منزلية يعني أن هذين العاملين ينجزان جزءاً مقداره $\frac{١}{١٥}$ من بناء السور خلال اليوم الواحد .

و بالتالي فهما ينجزان جزءاً مقداره $\frac{٦}{١٥}$ من بناء السور خلال الستة الأيام التي عملا فيها معاً

إذاً الجزء الباقي من بناء السور = $\frac{١٥}{١٥} - \frac{٦}{١٥} = \frac{٩}{١٥}$

هذا الجزء الباقي $\frac{٩}{١٥}$ من بناء السور يستطيع إنجازه العامل الثاني بمفرده خلال ٣٠ يوماً

تعني أن جزءاً مقداره $\frac{١}{١٥}$ من بناء السور يستطيع العامل الثاني إنجازه بمفرده خـــلال $\frac{٣٠}{٩}$ يوماً ، و هذا بدوره يؤدي إلى أن الجزء من السور الذي مقداره $\frac{٦}{١٥}$ يحـــتاج إلى عمل العامل الثاني بمفرده لمدة = ٦ × $\frac{٣٠}{٩}$ = ٦ × $\frac{١٠}{٣}$ = $\frac{٦٠}{٣}$ = ٢٠ يوماً .

إذاً إجمالي المدة اللازمة التي يحتاجها العامل الثاني لبناء السور بمفرده = ٢٠+٣٠=٥٠ يوماً .

الجواب : ج

١٠. لنفرض أن نسبة المواطنين المسجلين الذين يحق لهم الاقتراع = ١٠٠ % . و لنفرض أن نسبة الأصوات التي حصل عليها المرشح الفائز من عدد المواطنين المسجلين الذين يحق لهم الاقتراع = س % .

و بما أن نسبة المقترعين = ٨٠ % من المواطنين المسجلين الذين يحق لهم الإقتراع ، و نسبة الأصوات التي حصل عليها المرشح الفائز = ٦٠ % من عدد المقترعين (الـ ٨٠ %)

فهذا يعني أن $\frac{٦٠\ \%}{٨٠\ \%} = \frac{\text{س}\ \%}{١٠٠\ \%} \Leftrightarrow \frac{٦}{٨} = \frac{\text{س}}{١٠٠} \Leftarrow \text{س} = \frac{٦ \times ١٠٠}{٨} = ٧٥$

إذاً نسبة الأصوات التي حصل عليها المرشح الفائز من عدد المسجلين الذين يحق لهم الاقتراع = ٧٥ %

الجواب : أ

١١. لحل هذه المسألة فإننا نلجأ إلى طريقة تجربة الاختيارات المعطاة واحداً تلو الآخر مع مراعاة أن تكون جميع الأرقام الناتجة هي أعداد صحيحة و ذلك كما يلي :

إذا كان : ٤٥ = إجمالي عدد العاملين في الشركة $\Leftarrow$

عدد الغائبين = $\frac{٢}{٩} \times ٤٥ = ١٠$ و بالتالي فإن عدد الحاضرين = ٤٥ − ١٠ = ٣٥ ، و هذا يعني أن عدد العاملين في الشؤون الإدارية = $\frac{١}{٤} \times ٣٥ = \frac{٣٥}{٤}$ ليس عدداً صحيحاً (مرفوض) .

إذا كان : ٢٧ = إجمالي عدد العاملين في الشركة $\Leftarrow$

عدد الغائبين = $\frac{٢}{٩} \times ٢٧ = ٦$ و بالتالي فإن عدد الحاضرين = ٢٧ − ٦ = ٢١ ، و هذا يعني أن عدد العاملين في الشؤون الإدارية = $\frac{١}{٤} \times ٢١ = \frac{٢١}{٤}$ ليس عدداً صحيحاً (مرفوض) .

إذا كان : ٢٨ = إجمالي عدد العاملين في الشركة $\Leftarrow$

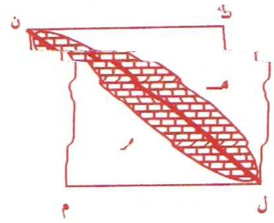
عدد الغائبين = $\frac{٢}{٩} \times ٢٨ = \frac{٥٦}{٩}$ ليس عدداً صحيحاً (مرفوض) .

إذا كان : ٣٦ = إجمالي عدد العاملين في الشركة $\Leftarrow$

عدد الغائبين = $\frac{٢}{٩} \times ٣٦ = ٨$ و بالتالي فإن عدد الحاضرين = ٣٦ − ٨ = ٢٨ ، و هذا يعني أن عدد العاملين في الشؤون الإدارية = $\frac{١}{٤} \times ٢٨ = ٧$ و هو المطلوب .

الجواب : د

١٢. نرسم قطر المربع ن ل .



مساحة المثلث ل م ن = $\frac{١}{٢}$ × ١٠ × ١٠ = ٥٠

المنطقة ن هـ ل م = $\frac{١}{٤}$ دائرة نصف قطرها ١٠

إذاً مساحة المنطقة ن هـ ل م = $\frac{١}{٤}$ ط (١٠)^{٢} = ٢٥ ط

و عليه فإن مساحة النصف العلوي ن هـ ل من المنطقة المظللة

= مساحة المنطقة ن هـ ل م − مساحة المثلث ل م ن = ٢٥ ط − ٥٠

و بالمثل نجد أن مساحة النصف السفلي ن و ل من المنطقة المظللة

= مساحة المنطقة ن و ل ك − مساحة المثلث ن ك ل = ٢٥ ط − ٥٠

إذاً إجمالي مساحة المنطقة المظللة ن هـ ل و

= (٢٥ ط − ٥٠) + (٢٥ ط − ٥٠) = ٥٠ ط − ١٠٠ و هو المطلوب .

الجواب : ب

١٣. س ص ع = ١ ، س = ع

إذاً : ١ = س ص ع = س^{٢} ص ⇐ ص = $\frac{١}{س^{٢}}$ و هو المطلوب .

الجواب : ج

١٤. مساحة المستطيل = الطول × العرض

= (س + ١) (س − ١) = س^{٢} − ١ و هو المطلوب .

الجواب : أ

١٥. س + ص = ١٦ ⇐ س = ١٦ − ص و بإضافة (− ع) لطرفي المعادلة نحصل على أن :

س − ع = ١٦ − ص − ع و هو المطلوب .

الجواب : أ

١٦. الثمن الأصلي للثوب = ١٢,٥ ريالاً ، و ثمن بيع الثوب = ١٠ ريالات

إذاً مقدار الخصم = ١٢,٥ − ١٠ = ٢,٥ ريالاً .

أي أن نسبة الخصم = $\frac{\text{مقدار الخصم}}{\text{الثمن الأصلي}}$ = $\frac{٢,٥}{١٢,٥}$ = $\frac{١}{٥}$ = ٠,٢٠ = ٢٠ % .

الجواب : ج

١٧. بتدقيق النظر في الشكل نجد أن الضلع س ص يوازي الضلع ك ل وَ بالتالي فإن :

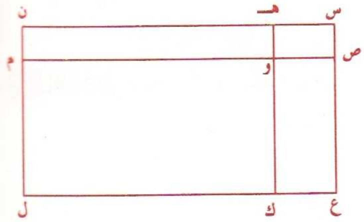
قياس الزاوية س ص ع = قياس الزاوية ك ل ع = ٤٠ْ (بالتبادل)

قياس الزاوية ك ع ل = قياس الزاوية س ع ص = ٦٠ْ (بالتقابل بالرأس)

إذاً قياس الزاوية ع ك ل = ١٨٠ْ – (٦٠ْ + ٤٠ْ) = ٨٠ْ (لأن مجموع قياسات زوايا المثلث = ١٨٠ْ)

قياس الزاوية س ص ع + قياس الزاوية ع ك ل = ٤٠ْ + ٨٠ْ = ١٢٠ْ و هو المطلوب .

الجواب : ب



١٨. بتسمية المستطيلات في الشكل المعطى نجد أن :

هناك عدد ٩ مستطيلات مختلفة هي كما يلي :

س ص و هـ ، ص ع ك و ، هـ و م ن ،

و ك ل م ، س ع ك هـ ، هـ ك ل ن ،

س ص م ن ، ص ع ل م ، س ع ل ن .

الجواب : أ

١٩. بما أن مساحة الدائرة التي نصف قطرها (نق) = ط نق^{٢}

و لدينا أن مساحة كل دائرة = ٤ ط ، فإن طول نصف قطر كل دائرة = ٢

و بالتالي فإن طول قطر كل دائرة = ٤

و حيث إن طول أي ضلع في الشكل ك ل م ن = ٢(طول قطر الدائرة) = ٢×٤ = ٨

إذاً طول محيط الشكل ك ل م ن = ٤ × ٨ = ٣٢ و هو المطلوب .

الجواب : ج

٢٠. عدد الساعات = ٧:٣٠ مساءً – ٩ صباحاً = ١٠,٥ ساعة

و حيث إن الساعة الحائطية تقدم ٦ دقائق كل ساعة فهذا يعني أن :

عدد الدقائق الزائدة = ١٠,٥ × ٦ = ٦٣ دقيقة = ١ ساعة و ٣ دقائق

إذاً الوقت الذي تشير إليه عقارب الساعة الحائطية عندما يكون الوقت الصحيح ٧:٣٠ مساءً

= ٧:٣٠ مساءً + ١:٠٣ = ٨:٣٣ مساءً و هو المطلوب .

الجواب : د

٢١. بتوزيع البسط على المقام نجد أن : $\frac{س + ص}{ص} = \frac{س}{ص} + \frac{ص}{ص} = \frac{س}{ص} + ١$

إذاً كمية العمود الأول تكون مساوية لكمية العمود الثاني .

الجواب : ج

٢٢. لا توجد علاقة واضحة بين س وَ ص من حيث أيهما أكبر أو أيهما أصغر ، و ذلك لوجود عدد لانهائي من الحلول الممكنة للمعادلة س^{٢} + ص^{٢} = ١٠٠
بمعنى أن المعلومات المعطاة غير كافية للمقارنة بين س وَ ص .

الجواب : د

٢٣. من المعلوم أن قياس الزاوية الخارجية لمثلث ما تساوي مجموع قياسي الزاويتين الداخليتين لهذا المثلث غير المجاورة لهذه الزاوية الخارجية .
و من الشكل المعطى نجد أن الزاوية ١ هي زاوية خارجية للمثلث و بالتالي فإن :
قياس الزاوية ١ = قياس الزاوية ٣ + قياس الزاوية ٤
و هذا بدوره يُبين أن قياس الزاوية ١ أكبر من قياس الزاوية ٤
أي أن كمية العمود الأول تكون أكبر من كمية العمود الثاني .

الجواب : أ

٢٤. لحل هذا السؤال دعونا نجرّب بأعداد رقمية :
لنفرض مثلاً أن : س = ٢ فإن س^{٣} = (٢)^{٣} = ٨ بينما س^{٢} = (٢)^{٢} = ٤
و هذا يعني أن س^{٣} > س^{٢} .
لكن إذا فرضنا أن : س = $\frac{١}{٢}$ فإن س^{٣} =($\frac{١}{٢}$)^{٣} = $\frac{١}{٨}$ بينما س^{٢} = ($\frac{١}{٢}$)^{٢} = $\frac{١}{٤}$
و هذا يعني أن س^{٣} < س^{٢} .
إذاً قد تكون س^{٣} > س^{٢} أو تكون س^{٣} < س^{٢}
إذاً الجواب هو د لعدم اكتفاء المعلومات المعطاة لإجراء المقارنة .

الجواب : د

٢٥. بما أن |ك ل| = |ك م| فالمثلث ك ل م هو مثلث متطابق الضلعين (الساقين) و من خصائص المثلث المتطابق الضلعين أن زاويتي القاعدة ل م تكونان متساويتين .
أي أن قياس الزاوية ك ل م = قياس الزاوية ك م ل = قياس الزاوية ٢
بمعنى آخر نجد أن قياس الزاوية ١ + قياس الزاوية ن ل م = قياس الزاوية ٢
و هذا يوضح أن قياس الزاوية ١ أصغر من قياس الزاوية ٢

أي أن كمية العمود الأول تكون أصغر من كمية العمود الثاني .

الجواب : ب

٢٦. $(\frac{١}{٢})^{٢} = (\frac{١}{٢})(\frac{١}{٢}) = \frac{١}{٤} = ٠,٢٥ = ٢٥\% < ٢٦\%$

إذاً كمية العمود الأول تكون أصغر من كمية العمود الثاني .

الجواب : ب

٢٧. من المعلوم أن مجموع قياسات الزوايا الداخلية لأي شكل رباعي يساوي ٣٦٠° .
و هذا يعني أن مجموع قياسات الزوايا (١,٢,٣,٤) = ٣٦٠°
= مجموع قياسات الزوايا (٥,٦,٧,٨)
أي أن كمية العمود الأول تكون مساوية لكمية العمود الثاني .

الجواب : ج

٢٨. $\frac{٦^{١٠} - ٦^{٩}}{٥} = \frac{٦^{٩}(٦-١)}{٥} = \frac{٦^{٩}(٥)}{٥} = ٦^{٩}$

إذاً كمية العمود الأول تكون مساوية لكمية العمود الثاني .

الجواب : ج

٢٩. بتدقيق النظر في الشكل المعطى نجد أنه لا توجد أي معلومات دقيقة توضح العلاقة بين |ل ن| وَ |ك ل| أو |ن هـ| .
و عليه فإنه لا يمكن تحديد العلاقة بين |ل ن| وَ |ك ل|+|ن هـ| .

الجواب : هـ

٣٠. $\frac{س}{ص} + \frac{ص}{ع} + \frac{ع}{هـ} = \frac{(ع\,هـ)\,س + (ص\,هـ)\,ض + (ص\,ع)\,ع}{ص\,ع\,هـ}$

$= \frac{س\,ع\,هـ + ص^{٢}\,هـ + ص\,ع^{٢}}{ص\,ع\,هـ} = \frac{١٤}{١٥} < \frac{١٥}{١٥} = ١$

و عليه فإن كمية العمود الأول تكون أصغر من كمية العمود الثاني .

الجواب : ب