المحاضرة السادسه

العرض البياني للبيانات

أولا:البيانات المبوبة

يتم استخدام العديد من الاشكال للتعبير عن البيانات المبوبة فى صورة جداول توزيعات تكرارية وهى :

- المدرج التكرارى
- المضلع التكرارى
- المنحنى التكرارى
- المنحنى التكرارى المتجمع الصاعد
- المنحنى التكرارى المتجمع الهابط (النازل)

١ - المدرج التكرارى:

هو عبارة عن أعمدة مستطيلة متلاصقة يعبر ارتفاع العمود فيها على التكرار المناظر للفئة. ويستخدم هذا النوع من الرسوم البيانية لتمثيل البيانات التى تم عرضها في جدول توزيع تكرارى، وفيه يمثل كل مستطيل فئه من فئات التوزيع التكرارى.

يتم تقسيم المحور الرأسي (المحور الصادي) فى المدرج التكرارى حسب التكرار (فقد نستخدم التكرار الأصلى في حالة تمثيل التوزيع التكرارى، وكذلك يمكن أن نستخدم التكرار النسبى في حالة تمثيل التوزيع التكرارى النسبى).

ويتم تقسيم المحور الأفقى (المحور السيني) على أساس الفئات وهنا يظهر حالتين هما:

الحاله الأولى:- تساوى أطول الفئات :وفى هذه الحاله يكون ارتفاع المستطيل معبرا عن عدد مرات تكرار وجه الظاهرة محل الدراسة

الحاله الثانيه:- عدم تساوى أطوال الفئات :وفى هذه الحالة لابد من إجراء تعديل في التكرار الأصلى قبل رسم المدرج التكرارى، لذا فإننا نقوم بإيجاد **التكرار المعدل** والذى هو عبارة عن ناتج قسمه التكرار الأصلى لكل فئه على طول الفئة المقابلة

مثال: البيانات التالية تعبر عن رأس المال المستثمر في شركات الحاسبات الآلية بالألف ريال

فئات رأس المال	٠-	١٠-	٢٠-	٣٠-	٤٠-٥٠	المجموع
عدد الشركات	٨	٩	١٦	١١	٦	٥٠

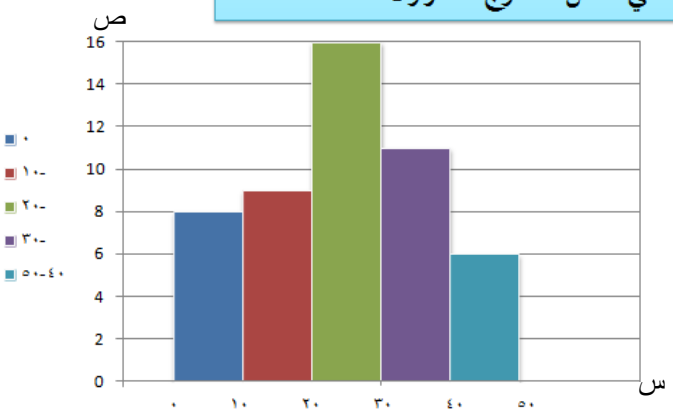
المطلوب:

عرض البيانات السابقة في شكل المدرج التكرارى.

الحل

كماهو المطلوب باستخدام المدرج التكرارى

ويتبين انه لاحاجة الى ايجاد التكرار المعدل لان الجدول منتظم واطوال الفئات متساويه (الحالة الاولى)



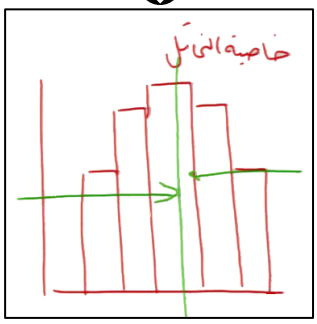
سمر المغربي

بعض خصائص التوزيع التكراري:

يمكن إستنتاج بعض خصائص التوزيع التكرارى من شكل المدرج التكرارى بدراسة الخصائص التاليه:

الخاصية الأولى:التماثل

وهو أن يكون المدرج متماثل الطرفين في حي التقسيم من الوسط يكون طرفه الايمن مساوي لطرفه الايسر كما في الصوره

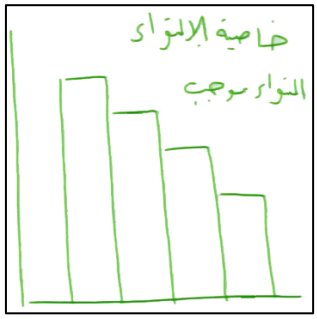


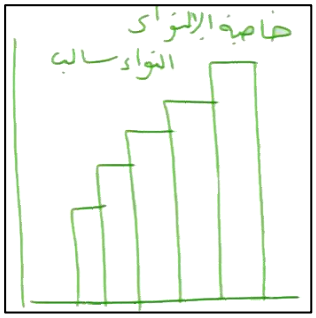
الخاصية الثانية: الإلتواء

وهو ان يكون التوزيع في جهة طرف اكثر او اعلى من جهة الطرف الاخر(أي انه أعلى قيمه لمستطيل يكون في جهة اعلى والجهة الاخرى أقل)والالتواء نوعين:

١-الالتواء الموجب: تكون أعلى قيمة تقع في اليسار واقل قيمة تقع في اليمين

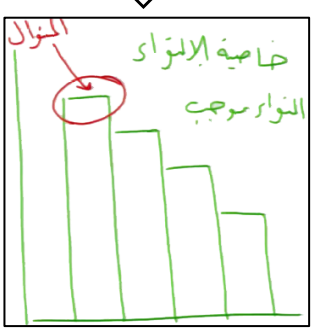
٢-الالتوا السالب: تكون اعلى قيمة تقع في اليمين واقل قيمة تقع في اليسار

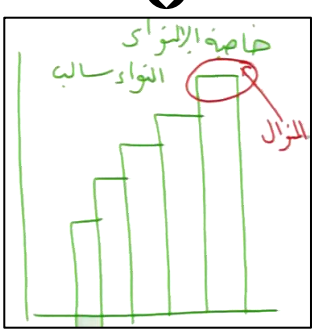




الخاصية الثالثة: المنوال

هو أعلى قيمة في التوزيع





سمر المغربي

٢ - المضلع التكراري:

هو ذلك النوع من الرسوم البيانية الذي يمكن الحصول عليه من خلال حساب مراكز الفئات أو بتنصيف الأضلاع العلوية للمستطيلات في المدرج التكراري، ثم نوصل هذه النقاط بعضها مع بعض، كما يبدوا لنا في المثال التالي:

مثال: استخدم البيانات في المثال السابق والتي تعبر عن رأس المال المستثمر في شركات الحاسبات الآلية بالألف ريال

فئات رأس المال	٠-	١٠-	٢٠-	٣٠-	٤٠-٥٠	المجموع
عدد الشركات	٨	٩	١٦	١١	٦	٥٠

المطلوب:

عرض البيانات السابقة في شكل المضلع التكراري.

الحل

هناك طريقتين للحل الطريقة الاولى من خلال حساب مراكز(بالنسبه لي هالطريقه اوضح وارتب☺ +شوية تركيز)

القانون/ مركز الفئة=(الحد الأدنى+الحد الأعلى)÷٢

أولاً: نقوم بعمل جدول لتسهل بقية الخطوات ☺☺☺☺☺☺

الفئات	مراكز الفئات	التكرارات
٠	(٠+١٠)÷٢=٥	٨
١٠	(١٠+٢٠)÷٢=١٥	٩
٢٠	(٢٠+٣٠)÷٢=٢٥	١٦
٣٠	(٣٠+٤٠)÷٢=٣٥	١١
٤٠-٥٠	(٤٠+٥٠)÷٢=٤٥	٦

ثانياً: رسم المضلع التكراري :يجب تحديد مركز نقطة البداية ومركز نقطة النهاية :

قانون نقطة البدايه=أول مركز فئة-طول الفئة

(ملاحظه: أرجو الانتباه للإشاره والتفريق-)

وهنا طول الفئة =١٠

نقطة البداية=٥-١٠=-٥ وتوضع في بداية المحور السيني

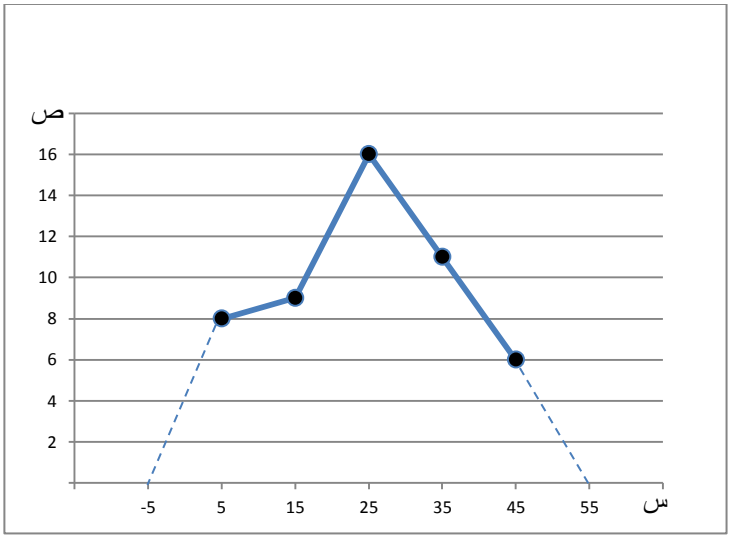
قانون نقطة النهاية=أخر مركز فئة+طول الفئة

(ملاحظه: أرجو الانتباه للإشاره والتفريق+)

نقطة النهاية=٤٥+١٠=٥٥ وتوضع في نهاية المحور السيني

وفي المحور السيني بدلاً من وضع الفئات نضع مراكز الفئات

والمحور الصادي نضع التكرارات كما هي ثم نحدد مواقع النقاط



ونصل فيما بينها بخط مستقيم ولاكن في نقطتي البداية والنهايه يكون التوصيل بخط منقط ☺

سمر المغربي

٣ - المنحنى التكراري:

ونحصل عليه إذا مهدنا المضلع التكراري وجعلناه منحنى بدلا من خطوط منكسرة فإننا نحصل على المنحنى التكراري.

مثال: البيانات التالية تعبر عن رأس المال المستثمر في شركات الحاسبات الآلية بالألف ريال

فئات رأس المال	٠-	١٠-	٢٠-	٣٠-	٤٠-٥٠	المجموع
عدد الشركات	٨	٩	١٦	١١	٦	٥٠

المطلوب:

عرض البيانات السابقة في شكل المنحنى التكرارى.

الحل

نفس المضلع التكراري بنفس الخطوات ولاكن الفرق انه بدلا من رسم المضلع التكراينرسم منحنى تكراري بخط اليد

القانون/ مركز الفئة=(الحد الأدنى+الحد الأعلى)÷٢

أولاً: نقوم بعمل جدول لتسهل بقية الخطوات

الفئات	مراكز الفئات	التكرارات
٠	(٠+١٠)÷٢=٥	٨
١٠	(١٠+٢٠)÷٢=١٥	٩
٢٠	(٢٠+٣٠)÷٢=٢٥	١٦
٣٠	(٣٠+٤٠)÷٢=٣٥	١١
٤٠-٥٠	(٤٠+٥٠)÷٢=٤٥	٦

ثانياً: رسم المنحنى التكراري :يجب تحديد مركز نقطة البداية ومركز نقطة النهاية :

قانون نقطة البدايه=أول مركز فئة-طول الفئة

(ملاحظه: أرجو الانتباه للإشاره والتفريق-)

وهنا طول الفئة =١٠

نقطة البداية=٥-١٠=-٥ وتوضع في بداية المحور السيني

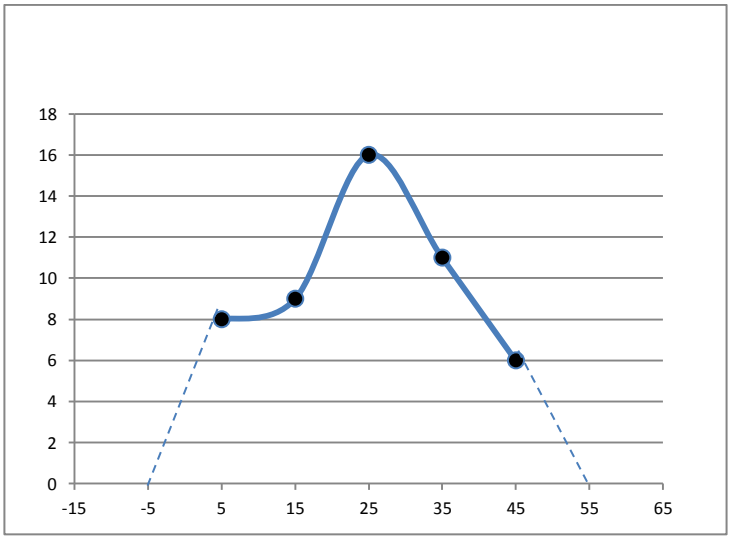
قانون نقطة النهاية=أخر مركز فئة+طول الفئة

(ملاحظه: أرجو الانتباه للإشاره والتفريق+)

نقطة النهاية=٤٥+١٠=٥٥ وتوضع في نهاية المحور السيني

وفي المحور السيني بدلاً من وضع الفئات نضع مراكز الفئات

والمحور الصادي نضع التكرارات كما هي ثم نحدد مواقع النقاط



ونصل فيما بينها بخط اليدعلى شكل منحنى ولاكن في نقطتي البداية والنهايه يكون التوصيل بشكل منحنى باليد منقط ☺

سمر المغربي

التوزيعات التكرارية المتجمعه:

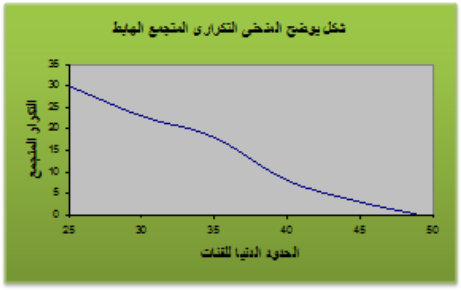
تستخدم المنحنيات المتجمعه لتمثيل التوزيعات التكراريه المتجمعه بيانياً بما يتلائم مع نوع التوزيع التكراري المتجمع، ونحصل على المنحنى المتجمع برصد التكرار المتجمع لأي فئة مقابل الحد الأعلى أو الحد الأدنى الفعلي لها ثم نوصل هذه النقاط فيما بينها بخطوط ممهدة.

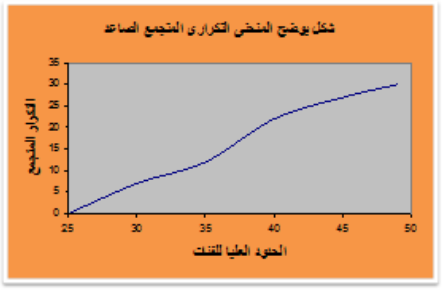
٤ - المنحنى المتجمع الصاعد:

يستخدم لتمثيل التوزيع التكرارى المتجمع الصاعد، سواء أكان بالقيم المطلقه للتكرارات، أو بالتكرار النسبي. ويراعي وضع النقاط الخاصه بالتكرارات في حالة المنحنى المتجمع الصاعد عند الحد الأعلى لكل فئه، لأنه يعبر عن العدد الاجمالى لأوجه الظاهرة الواقع أسفل الحد الأعلى للفئه.

٥ - المنحنى المتجمع الهابط (النازل):

ويستخدم لتمثيل التوزيع التكرارى المتجمع الهابط (النازل) أيضاً بالقيم المطلقه للتكرارات أو بالتكرار النسبى، ويراعى وضع النقاط الخاصه بالتكرارات المتجمعه الهابطه (النازلة) عند الحد الأدني لكل فئه، لأنه يعبر عن العدد الاجمالى لأوجه الظاهرة الواقع أعلي الحد الأدنى للفئه.



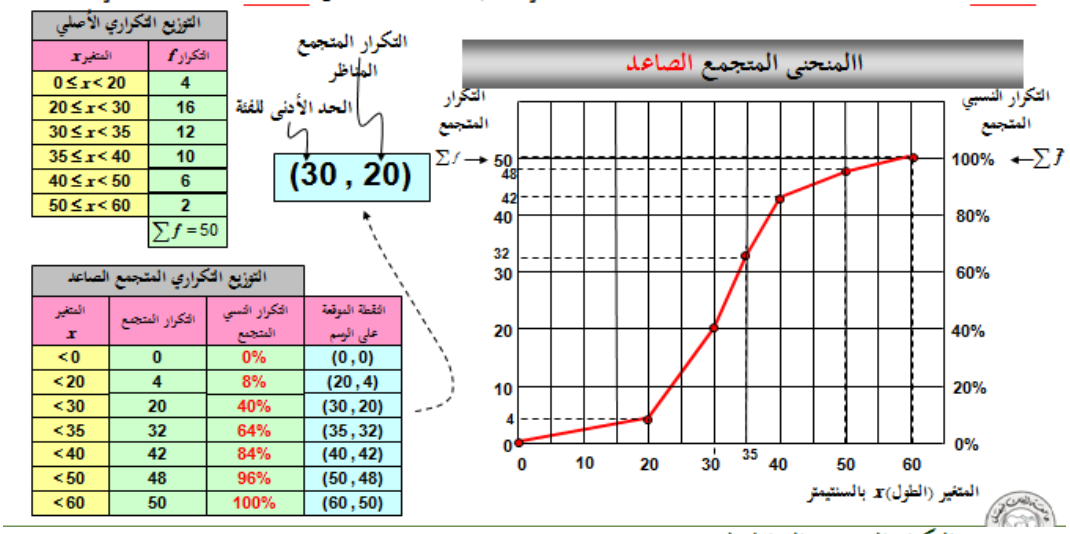


المنحنى المتجمع الصاعد

ذكرنا سابقاً عند عرضنا للبيانات عن طريق الجداول أنه يمكن عرض البيانات عن طريق التوزيع التكراري المتجمع الصاعد أو النازل، ويمكن الاستفادة من هذه الجداول في رسم المنحنى المتجمع الصاعد أو النازل كالآتي :

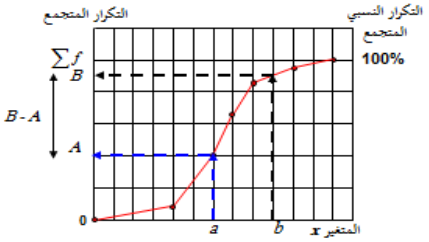
التوزيع التكراري الأصلي	
المتغير x	التكرار f
$0 \le x < 20$	4
$20 \le x < 30$	16
$30 \le x < 35$	12
$35 \le x < 40$	10
$40 \le x < 50$	6
$50 \le x < 60$	2
$\sum f = 50$	

التوزيع التكراري المتجمع الصاعد			
المتغير x	التكرار المتجمع	التكرار النسبي المتجمع	النقطة الموقعة على الرسم
< 0	0	0%	(0 , 0)
< 20	4	8%	(20 , 4)
< 30	20	40%	(30 , 20)
< 35	32	64%	(35 , 32)
< 40	42	84%	(40 , 42)
< 50	48	96%	(50 , 48)
< 60	50	100%	(60 , 50)



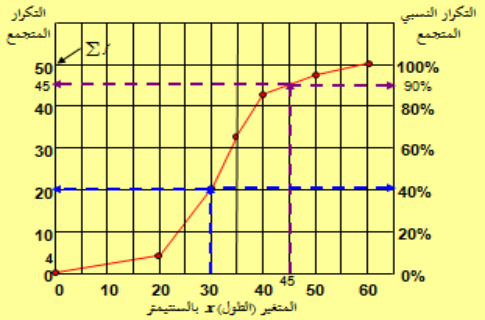
- تحديد التكرار المتجمع المناظر لـ :

"x محصورة بين قيمتين"



فلحساب قيمة التكرار المتجمع المناظر لـ "$a \le x < b$"
نحدد قيمتي a , b على المحور الأفقي [محور المتغير]
ونحدد قيم التكرارات المتجمعة المناظرة [لتكن A , B على الترتيب] ، فيكون الحل المطلوب هو :
الفرق بين القيمتين A , B

فمثلاً في المثال التوضيحي السابق



عدد الأزهار التي أطوال سيقانها ما بين 30 ، 45 هو :
45 – 20 = 25

ونسبتهم المئوية تساوي $\frac{25}{50} \times 100 = 50\%$
أو من الرسم : 90 – 40 = 50%

الحل بشكل أوضح☺ : نقوم بعمل جدول للتوزيع التكراري المتجمع الصاعد من خلال التوزيع التكراري الاصلي كالأتي:

التكرار المتجمع الصاعد=التكرار الاصلي+التكرار المتجمع اللذي يسبقه(لاحظ الاشاره +صاعد للصعود)

التكرار النسبي= (التكرار المتجمع ÷ مجموع التكرارات) ×١٠٠

المتغير	التكرار الاصلي	التكرار المتجمع الصاعد	التكرار النسبي المتجمع	النقطة الموقعه على الرسم	
				س	ص
٠	٠	٠ (لانه صاعد نبدأبالصفر)	(٠÷٥٠)×١٠٠=٠%	(٠،٠)	
٢٠	٤	٤=٠+٤	(٤÷٥٠)×١٠٠=٨%	(٤،٢٠)	
٣٠	١٦	٢٠=١٦+٤	(٢٠÷٥٠)×١٠٠=٤٠%	(٢٠،٣٠)	
٣٥	١٢	٣٢=١٢+٢٠	(٣٢÷٥٠)×١٠٠=٦٤%	(٣٢،٣٥)	
٤٠	١٠	٤٢=١٠+٣٢	(٤٢÷٥٠)×١٠٠=٨٤%	(٤٢،٤٠)	
٥٠	٦	٤٨=٦+٤٢	(٤٨÷٥٠)×١٠٠=٩٦%	(٤٨،٥٠)	
٦٠	٢	٥٠=٢+٤٨	(٥٠÷٥٠)×١٠٠=١٠٠%	(٥٠،٦٠)	

سمر المغربي

المنحنى المتجمع النازل(الهابط)

وبنفس طريقة المنحنى المتجمع الصاعد يمكن رسم المنحنى المتجمع النازل أو الهابط كالآتي :

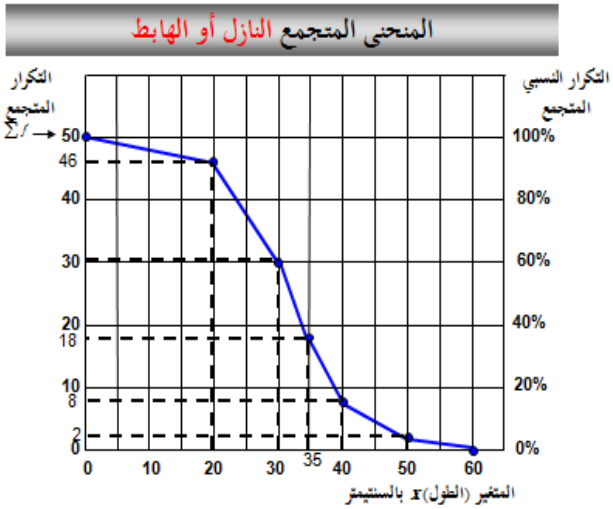
التوزيع التكراري الأصلي	
المتغير x	التكرار f
$0 \le x < 20$	4
$20 \le x < 30$	16
$30 \le x < 35$	12
$35 \le x < 40$	10
$40 \le x < 50$	6
$50 \le x < 60$	2
	$\sum f = 50$

التكرار المتجمع المناظر

الحد الأدنى للفئة

(30 , 30)

التوزيع التكراري المتجمع الهابط			
المتغير x	التكرار المتجمع	التكرار النسبي المتجمع	النقطة الموقعة على الرسم
≥ 0	50	100%	(0 , 50)
≥ 20	46	92%	(20 , 46)
≥ 30	30	60%	(30 , 30)
≥ 35	18	36%	(35 , 18)
≥ 40	8	16%	(40 , 8)
≥ 50	2	4%	(50 , 2)
≥ 60	0	0%	(60 , 0)

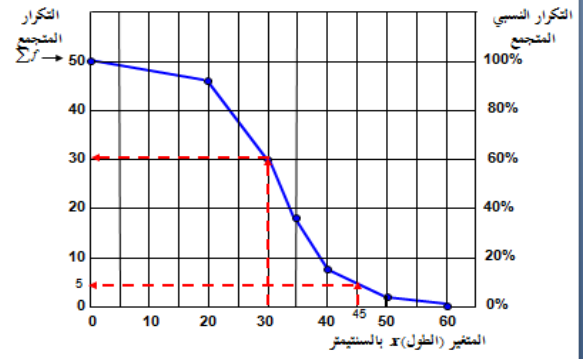


ويفيد المنحنى المتجمع النازل أو الهابط في الرد على نفس الأسئلة التي يرد عليها المنحنى المتجمع الصاعد مع الأخذ في الاعتبار أن التدريج الرأسي [التكرار المتجمع] يمثل التكرار المناظر لـ "x أكبر من أو تساوي"

فمثلاً في المثال التوضيحي السابق

- عدد الأزهار التي أطوال سيقانها 30 فأكثر هو 30 بينما عدد الأزهار التي أطوال سيقانها أقل من 30 هو : 50 – 30 = 20
- عدد الأزهار التي أطوال سيقانها 45 فأكثر هو 5 بينما عدد الأزهار التي أطوال سيقانها أقل من 45 هو : 50 – 5 = 45
- عدد الأزهار التي أطوال سيقانها ما بين 30 , 45 هو : 50 – 5 = 25

قارن النتائج السابقة بالنتائج التي سبق وحصلنا عليها باستخدام المضلع التكراري المتجمع المتصاعد



أي أن المنحنيان التكراريان المتجمعان الصاعد والهابط يؤديان نفس الغرض تقريبا

الحل بشكل أوضح☺ : نقوم بعمل جدول للتوزيع التكراري المتجمع النازل من خلال التوزيع التكراري الاصلي كالأتي:

التكرار المتجمع النازل=التكرار الاصلي - التكرار المتجمع اللذي يسبقه(لاحظ الاشاره – نازل للهبوط)

التكرار النسبي= (التكرار المتجمع ÷ مجموع التكرارات) ×١٠٠

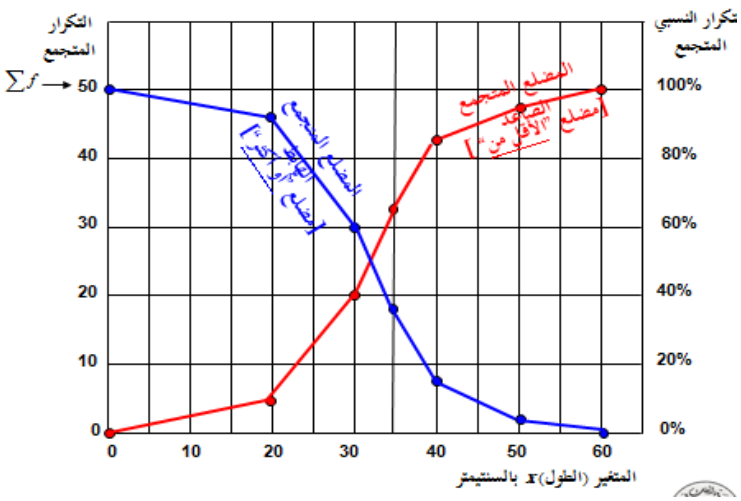
المتغير	التكرار الاصلي	التكرار المتجمع النازل	التكرار النسبي المتجمع	النقطة الموقعه على الرسم	
				س	ص
٠	٠	٥٠ (لانه نازل نبدأ من م التكرارات)	%١٠٠=١٠٠×(٥٠÷٥٠)	(٥٠،٠)	
٢٠	٤	٤٦=٥٠-٤	%٩٢=١٠٠×(٥٠÷٤٦)	(٤٦،٢٠)	
٣٠	١٦	٣٠=١٦-٤٦	%٦٠=١٠٠×(٥٠÷٣٠)	(٣٠،٣٠)	
٣٥	١٢	١٨=١٢-٣٠	%٣٦=١٠٠×(٥٠÷١٨)	(١٨،٣٥)	
٤٠	١٠	٨=١٠-١٨	%١٦=١٠٠×(٥٠÷٨)	(٨،٤٠)	
٥٠	٦	٢=٦-٨	%٤=١٠٠×(٥٠÷٢)	(٢،٥٠)	
٦٠	٢	٠=٢-٢	٠=١٠٠×(٥٠÷٠)	(٠،٦٠)	

سمر المغربي

ويمكن رسم المضلعين التكراريين المتجمعين : الصاعد والهابط على رسمة واحدة كما هو مبين :

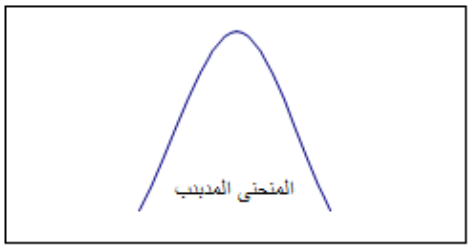
التوزيع التكراري المتجمع الصاعد			
المتغير x	التكرار المتجمع	التكرار النسبي المتجمع	النقطة الموقعة على الرسم
<0	0	0%	(0,0)
<20	4	8%	(20,4)
<30	20	40%	(30,20)
<35	32	64%	(35,32)
<40	42	84%	(40,42)
<50	48	96%	(50,48)
<60	50	100%	(60,50)

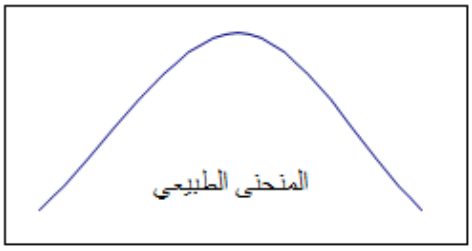
التوزيع التكراري المتجمع الهابط			
المتغير x	التكرار المتجمع	التكرار النسبي المتجمع	النقطة الموقعة على الرسم
≥ 0	50	100%	(0,50)
≥ 20	46	92%	(20,46)
≥ 30	30	60%	(30,30)
≥ 35	18	36%	(35,18)
≥ 40	8	16%	(40,8)
≥ 50	2	4%	(50,2)
≥ 60	0	0%	(60,0)



الأشكال الشائعة للتوزيعات التكرارية

يعتبر التوزيع الطبيعي ذو شكل الجرس من التوزيعات التكراريه الهامه في دراستنا.
وفى أحيان أخرى يكون المنحنى التكرارى مدبدب القمة بحيث تكون القمه ضيقة وذو طرفين واسعين نسبياً، فيسمى فى هذه الحالة منحنى قليل التفرطح أو المنحنى المدبب.
وقد يكون المنحنى التكرارى مسطح القمه بحيث تكون القمه واسعه ذو طرفين ضيقين نسبياً، فيسمى منحنى كبير التفرطح أو المنحنى المفرطح، وفيما يلي رسم بيانى يوضح كلا المنحنين المدبدب والمفرطح.





الشكل الاساسي هو المنحنى الطبيعي

أما المنحنى المدبدب يكون أعلى من المنحنى الطبيعي

والمنحنى المفرطح يكون أقل من المنحنى الطبيعي

سمر المغربي