المحاضرة الثامنه

المقاييس الإحصائية للبيانات غير المبوبة

ثانيا: مقاييس التشتت أو الأنتشار

كما تميل القيم الى التمركز فانها تميل أيضا إلى التشتت أو الانتشار، فبالتالي فان أي توزيع من القيم له صفة التمركز، وصفة التشتت.

فمقاييس التشتت هي تلك المقاييس التي تعبر عن مدى تباعد القيم أو تقاربها في المجموعات التي يشملها البحث

مثال

مجموعة (أ) : ٨ ، ٨ ، ٨ ، ٨ ، ٨

مجموعة (ب) : ١ ، ٢ ، ٣ ، ٥ ، ٦

نلاحظ أن المجموعة الأولى (أ) لا يوجد بها تشتت، فهذه المجموعة متجانسة.

في حين نلاحظ ان المجموعة الثانية (ب) يوجد بها تشتت

يمكن ان يقاس تشتت البيانات عن طريق مقاييس التشتت المختلفة، وأهم هذه المقاييس:

- المدى
- المدى الربيعي
- الإنحراف عن المتوسط
- التباين
- الإنحراف المعياري

لماذا نستخدم مقاييس التشتت؟

نستخدم هذه المقاييس اذا كان عندنا مجموعتين ونريد ان نقارن بينهما، وكان المتوسط فيما يبينهما متساوي ، كما في المثال التالي:

مجموعة (أ): (٤٥ ، ٥٠ ، ٥٥) المتوسط هنا = ٥٠

مجموعة (ب): (٣٠ ، ٥٠ ، ٧٠) المتوسط هنا = ٥٠

فلذا لا نستطيع ان نقول هنا ان المجموعتين متساويتين لأننا إذا رجعنا الى المجموعتين وجدنا انهما مختلفتين في الدرجات رغم تساوي المتوسطين حيث أن المتوسط الحسابي في المجموعتين يساوي (٥٠) .

لكن اذا استخدمنا احد مقاييس التشتت مثل المدى والذي يحسب من خلال العلاقة التالية:

المدى = أعلى درجة – أقل درجة

وعلى ذلك فإن:

مدى مجموعة (أ) = ٥٥ - ٤٥ = ١٠

مدى مجموعة (ب) = ٧٠ – ٣٠ = ٤٠

نرى ان درجة التشتت في المجموعة (أ) أقل منها في المجموعة (ب)، أي ان المجموعة (أ) تكون أكثر تجانسا من المجموعة (ب)

أي انه كلما صغر التشتت كلما دل على ان المجموعه اكثر تجانس

١ - المدى Range

المدى هو الفرق بين أعلى درجة وأقل درجة في التوزيع.
ويعتبر المدى الوسيلة المباشرة لمعرفة مدى تقارب القيم أو تباعدها في أي توزيع، وهو وسيلة سهلة، إلا أنها أقل الوسائل دقة وذلك لأن حسابه يتوقف على قيمتين فقط من قيم المجموعة، ولا يهتم مطلقا بما بينهما من قيم أخرى.
فالمدى لا يصلح الا اذا اراد الباحث أن يأخذ فكرة سريعة عن مدى تشتت بينات التوزيع موضع الدراسة، الا أن استخدامه والاعتماد عليه قد يؤديان الى نتائج خادعة، وخاصة اذا كان هناك انفصال بين الدرجات المتطرفة وباقي الدرجات موضع البحث.

مثال: البيانات تعبر عن المبيعات الشهرية لأحد المحال التجارية خلال عام ١٤٢٧ هـ بلآلف ريال كما يلى:

الشهر	محرم	صفر	ربيع أول	ربيع ثان	جمادى أول	جمادى الاخر	رجب	شعبان	رمضان	شوال	ذى القعدة	ذى الحجة
المبيعات	٣	٥	٨	٣	٦	٤	١٢	٥	٤	٣	٧	٩

المطلوب:
حساب المدى للمبيعات الشهرية.

الحل:

نلاحظ أن أكبر قيمة هى ١٢ وأقل قيمة للمبيعات الشهرية هى ٣ لذلك يكون المدى ٩

Range=12-3=9

عيوب المدى:

نجد أن من أهم عيوب المدى أنة يتم حسابة بناءا على أكبر و أصغر قيميتين وبالتالى فى حالة كونهما أو أحدهما متطرفتين أو قيم شاذة فأن المدى يعطى نتائج مضللة.

٢- متوسط الانحرافات المطلقة Average Absolute Deviation

متوسط الانحرافات المطلقة AAD :
هو ذلك المقياس الذي يقيس تباعد كافة القيم عن المتوسط الحسابي .
وعلى الرغم من أن حساب نصف المدى الربيعي يقضي على أثر القيم المتطرفة، والتي تؤثر على حساب المدى المطلق، إلا أنها جميعا (المدى، ونصف المدى الربيعي) يتناولان التباعد بين قيمتين فقط (أعلى قيمة وأدنى قيمة) في المدى، (وقيمة الربيع الأدنى وقيمة الربيع الأعلى) في نصف المدى الربيعي، وذلك من بين القيم موضع الدراسة، أما بقية القيم تبقى مهملة .
وهذا ما أدى الى تطبيق متوسط الانحرافات المطلقة AAD الذي يقيس تباعد كافة القيم عن متوسطها الحسابي.
ويمكن حساب متوسط الأنحرافات المطلقة من خلال المعادلة التالية :

$$AAD = \frac{\sum_{i=1}^{n} |x_i - \bar{x}|}{n}$$

سمر المغربي

مثال: البيانات تعبر عن المبيعات الشهرية لأحد المحال التجارية خلال عام ١٤٢٧ هـ بآلاف ريال كما يلى:

الشهر	محرم	صفر	ربيع أول	ربيع ثان	جمادى أول	جمادى الاخر	رجب	شعبان	رمضان	شوال	ذى القعدة	ذى الحجة
المبيعات	٣	٥	٨	٣	٦	٤	١٢	٥	٤	٣	٧	٩

المطلوب:
أحسب متوسط الأنحرافات المطلقة للمبيعات الشهرية.

الحل: يجب أولا حساب قيمة المتوسط الحسابي فكان (قانون المتوسط الحسابي $\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عدد مفردات القيم}}$

ويرمز له بالرمز الانحراف $\bar{x}$)) **ثم من المتوسط الحسابي نقوم بحساب الانحراف للقيم بواسطة**

(المجموع الجبري للإنحراف $(\bar{x} - x)$)) **إذن المتوسط الحسابي =** $\frac{69}{12}$ **=٥,٧٥ ومن ثم نعمل الجدول**

توضيح

الانحرافات المطلقة نفسه قانون الانحراف ولاكن بالقيمة المطلقة يعني بدون إشارات

المبيعات x	الانحراف $(\bar{x} - x)$	$\lvert X - \bar{x} \rvert$
٣	٣-٥,٧٥= - ٢,٧٥	٢،٧٥
٥	٥-٥,٧٥= - ٠,٧٥	٠،٧٥
٨	٨-٥,٧٥=٢,٢٥	٢،٢٥
٣	٣-٥,٧٥=-٢,٧٥	٢،٧٥
٦	٦-٥,٧٥=٠,٢٥	٠،٢٥
٤	٤-٥,٧٥=-١,٧٥	١،٧٥
١٢	١٢-٥,٧٥=٦,٢٥	٦،٢٥
٥	٥-٥,٧٥=-٠,٧٥	٠،٧٥
٤	٤-٥,٧٥=-١,٧٥	١،٧٥
٣	٣-٥,٧٥=-٢,٧٥	٢،٧٥
٧	٧-٥,٧٥=١,٢٥	١،٢٥
٩	٩-٥,٧٥=٣,٢٥	٣،٢٥
المجموع	٠	٢٦،٥

توضيح

$\sum \lvert x - \bar{x} \rvert$ مجموع الانحرافات المطلقة

وعلى ذلك يمكن حساب متوسط الانحرافات المطلقة من خلال المعادله التاليه:

$$AAD = \frac{\sum \lvert x - \bar{x} \rvert}{n}$$

$$AAD = \frac{26.5}{12} = 2.2083$$

٣- التباين والانحراف المعياري:

التباين Variance هو متوسط مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابي. ويرمز له بالرمز σ^2 **(تقراء سيجما تربيع) وذلك إذا كان محسوب لبيانات المجتمع أما في حالة حسابة لبيانات عينة من المجتمع فيرمز له بالرمز** S^2 **.**

الانحراف المعياري Standard Deviation وهو الجذر التربيعي لمتوسط مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابي أي هو جذر التباين لذلك يرمز له بالرمز σ **(تقراء سيجما) و ذلك إذا كان محسوب لبيانات المجتمع أما في حالة حسابة لبيانات عينة من المجتمع فيرمز له بالرمز** S **.**

ويعتبر الانحراف المعياري والتباين من أهم مقاييس التشتت جميعا أو اكثرها استعمالا، وهما قريبين في خطوات ايجادهما من الانحراف عن المتوسط.

فالتباين واللإنحراف المعياري يختلف عن الإنحراف عن المتوسط في طريقة التخلص من اشارات الفروق بين القيم والمتوسط الحسابي، فبينما نتخلص من هذه الاشارات في طريقة الانحراف عن المتوسط بإهمال الاشارات كلية، نحتال على ذلك في طريقة التباين والانحراف المعياري بتربيع هذه الفروق (أي نضربها في نفسها) فتصبح بالتالي جميع الاشارات موجبة.

حساب التباين والانحراف المعياري :

يمكن حساب التباين من خلال المعادلة التالية:

$$S^2 = \frac{\sum x^2 - n(\bar{x})^2}{n-1}$$

أو من خلال تلك المعادلة في صورة سهلة التطبيق طريقة بإستخدام بيانات التمرين الاصليه

وهي اللي راح استخدمها لانها اسرع في استخراج التباين

$$S^2 = \frac{\sum x^2 - n(\bar{x})^2}{n-1}$$

وبالتالى يكون حساب الإنحراف المعياري كما يلي:

$$S = \sqrt{S^2}$$

مثال: البيانات تعبر عن المبيعات الشهرية لأحد المحال التجارية خلال عام ١٤٢٧ هـ بلآلف ريال كما يلي:

الشهر	محرم	صفر	ربيع أول	ربيع ثان	جمادى أول	جمادى الاخر	رجب	شعبان	رمضان	شوال	ذي القعدة	ذي الحجة
المبيعات	٣	٥	٨	٣	٦	٤	١٢	٥	٤	٣	٧	٩

المطلوب:

أحسب قيمة التباين وقيمة الإنحراف المعياري للمبيعات الشهرية.

الحل : من طريقة استخدام بيانات التمرين الأصليه مباشرة:والطريقة الاخرى في الكتاب ص١١٦

المبيعات x	X^2
٣	٩
٥	٢٥
٨	٦٤
٣	٩
٦	٣٦
٤	١٦
١٢	١٤٤
٥	٢٥
٤	١٦
٣	٩
٧	٤٩
٩	٨١
$\sum x$ =٦٩	$\sum x^2$ =٤٨٣

نرسم جدول من عامودين العمود الاول المبيعات X والعمود الثاني المبيعات تربيع x^2

ثم : المتوسط الحسابي $\bar{x}$ = $\frac{69}{12}$ =٥,٧٥

وكما طلب إحسب قيمة التباين والانحراف المعياري:

أ - التباين= من معادلته:

$$S^2 = \frac{\sum x^2 - n(\bar{x})^2}{n-1}$$

$$S^2 = \frac{483-12\,(5.75)^2}{12-1} = \frac{86.25}{11} = 7.8409$$

ب - الإنحراف المعياري=من معادلته:

$$S = \sqrt{S^2}$$

$$S = \sqrt{7.8409^2} \quad =2.80016$$

سمر المغربي

ملاحظة هامة:

يعتبر من أهم خصائص الانحراف المعيارى هو عدم تأثره بعمليات الجمع والطرح وإنما يتأثر فقط بعمليات الضرب والقسمة.

فنلاحظ عدم تغير قيمة الانحراف المعيارى في حالة الجمع أو الطرح وإنما تظل قيمتة كما هى بالرغم من طرح مقدار ثابت من جميع قيم التوزيع.

أما في حالة الضرب أو القسمة فنلاحظ تغير قيمة الانحراف المعيارى وهى نفس قيمة الانحراف المعيارى القديمة مضروبة فى القيمة التي ضرب فيها أو قسم عليها.

مثال: البيانات تعبر عن المبيعات الشهرية لأحد المحال التجارية خلال عام ١٤٢٧ هـ بلألف ريال كما يلى:

الشهر	محرم	صفر	ربيع أول	ربيع ثان	جمادى أول	جمادى الاخر	رجب	شعبان	رمضان	شوال	ذى القعدة	ذى الحجة
المبيعات	٣	٥	٨	٣	٦	٤	١٢	٥	٤	٣	٧	٩

المطلوب:
فإذا تم طرح ٢ من جميع بيانات المبيعات الشهرية أى تم تخفيض المبيعات الشهرية بمقدار ٢ أحسب قيمة الانحراف المعيارى الجديد؟

الحل : من طريقة استخدام بيانات التمرين الأصليه مباشرة:

x -٢	X^2
١	١
٣	٩
٦	٣٦
١	١
٤	١٦
٢	٤
١٠	١٠٠
٣	٩
٢	٤
١	١
٥	٢٥
٧	٤٩
٤٥	٢٥٥

نرسم جدول من عامودين العمود الاول المبيعات X -٢والعمود الثاني المبيعات تربيع بعد التخفيظ x^2

ثم : المتوسط الحسابي $\bar{x}$ = $\frac{45}{12}$ =٣,٧٥

وكما طلب إحسب قيمة التباين والانحراف المعياري:

أ - التباين= من معادلته:

$$S^2 = \frac{\sum x^2 - n(\bar{x})^2}{n-1}$$

$$S^2 = \frac{255 - 12\,(3.75)^2}{12-1} = \frac{86.25}{11} = 7.8409$$

ب - الإنحراف المعياري=من معادلته:

$$S = \sqrt{S^2}$$

$$S = \sqrt{7.8409^2} \quad =2.80016$$

نلاحظ عدم تغير قيمة الانحراف المعيارى وإنما ظلت قيمتة كما هى بالرغم من طرح مقدار ثابت ٢ من جميع قيم المبيعات الشهرية٠

سمر المغربي

مثال: البيانات تعبر عن المبيعات الشهرية لأحد المحال التجارية خلال عام ١٤٢٧ هـ بالألف ريال كما يلى:

الشهر	محرم	صفر	ربيع أول	ربيع ثان	جمادى أول	جمادى الاخر	رجب	شعبان	رمضان	شوال	ذى القعدة	ذى الحجة
المبيعات	٣	٥	٨	٣	٦	٤	١٢	٥	٤	٣	٧	٩

المطلوب:

أحسب قيمة الانحراف المعيارى للمبيعات الشهرية إذا تم زيادة المبيعات الشهرية إلى ثلاث أمثال الموجود حالياً ؟

الحل : من طريقة استخدام بيانات التمرين الأصليه مباشرة:

٣× x	x^2
٩	٨١
١٥	٢٢٥
٢٤	٥٧٦
٩	٨١
١٨	٣٢٤
١٢	١٤٤
٣٦	١٢٩٦
١٥	٢٢٥
١٢	١٤٤
٩	٨١
٢١	٤٤١
٢٧	٧٢٩
٢٠٧	٤٣٤٧

➲نرسم جدول من عامودين العمود الاول المبيعات X ×٣والعمود الثاني المبيعات تربيع بعد الزيادة x^2

ثم : المتوسط الحسابي $\bar{x}$ = $\frac{207}{12}$ = ١٧,٢٥

وكما طلب إحسب قيمة الانحراف المعياري:

أ - التباين= من معادلته:

$$S^2 = \frac{\sum x^2 - n(\bar{x})^2}{n-1}$$

$$S^2 = \frac{4347-12(17.25)^2}{12-1} = \frac{776.25}{11} = 70.56818$$

ب - الإنحراف المعياري=من معادلته:

$$S = \sqrt{S^2}$$

$$S = \sqrt{70.56818^2} = 8.40048$$

نلاحظ تغير قيمة الانحراف المعيارى وهى نفس قيمة الانحراف المعيارىالقديمة مضروبة فى ٣

وبالتالى يمكن أن نكون حصلنا على كافة المقاييس الإحصائية الوصفية التى تصف المبيعات الشهرية فكانت كما يلى:

المتوسط	الوسيط	المنوال	الوسط الهندسي
5.75	5	3	5.20114

المدى	متوسط الانحرافات المطلقة	التباين	الانحراف المعياري
9	2.20833	7.840909	2.80016