مقاييس النزعة المركزية

اهداف المحاضرة

بنهاية المحاضرة يكون الطالب قادر على:

١. تعريف المنوال للتوزيع التكراري.

٢. حساب المنوال للتوزيع التكراري.

٣. تعريف صفات الوسط الحسابي، الوسيط والمنوال.

٤. المقارنة بين صفات الوسط الحسابي، الوسيط والمنوال.

المنوال للتوزيع التكراري ذي الفئات

لحساب المنوال في التوزيعات التكرارية ذات الفئات:

١. نحدد الفئة المنوالية (الفئات المنوالية) وهي الفئة (او الفئات) التي يقابلها اكبر تكرار.

٢. نحسب قيمة المنوال وهو عبارة عن مركز الفئة المنوالية ويسمى المنوال التقريبي.

المنوال للتوزيع التكراري ذي الفئات

مثال (١):

أحسب المنوال للتوزيع التكراري التالي:

الفئات	f
٧ - ١٣	١٢
١٣ - ١٩	١٠
١٩ _ ٢٥	١٤
٢٥ _ ٣١	١١
٣١ - ٣٧	٧

المنوال للتوزيع التكراري ذي الفئات

حل المثال (١):

١. الفئة المنوالية هي ١٩ ـ ٢٥

٢. المنوال التقريبي = مركز الفئة المنوالية $= \frac{25+19}{2} = 22$

المنوال للتوزيع التكراري ذي الفئات

مثال (٢):

أحسب المنوال للتوزيع التكراري التالي:

الفئات	التكرار (f)
٠ ـ ١٠	٦
١٠ ـ ٢٠	١٣
٢٠ ـ ٣٠	١٢
٣٠ ـ ٤٠	١٣
٤٠ ـ ٥٠	١١
مجموع التكرارات (n)	٥٥

المنوال للتوزيع التكراري ذي الفئات

حل المثال (٢):

١. الفئة المنوالية الاولى هي ١٠ – ٢٠

٢. المنوال التقريبي الاول = مركز الفئة المنوالية $= \frac{20+10}{2} = 15$

٣. الفئة المنوالية الثانية هي ٣٠ – ٤٠

٤. المنوال التقريبي الثاني = مركز الفئة المنوالية $= \frac{40+30}{2} = 35$

مقارنة بين صفات الوسط الحسابي والوسيط والمنوال

١. الوسط الحسابي اكثر مقاييس النزعة المركزية استعمالا، سهل الحساب والتعريف، يخضع للعمليات الجبرية:

- اذا علما الوسط الحسابي ومجموع التكرارات نستطيع معرفة مجموع القيم: $\sum X_i = n\bar{X}$

مثال: اذا كان $n = 11$ $\bar{X} = 5$ اوجد قيمة $\sum X_i$ ؟

حل المثال: $\sum X_i = n\bar{X} = 11 \times 5 = 55$

مقارنة بين صفات الوسط الحسابي والوسيط والمنوال

- مجموع انحرافات قيم البيانات عن وسطها الحسابي يساوي صفر:

$$\sum(X_i - \bar{X}) = 0 \; ; \qquad \sum(X_i - \bar{X}) f_i = 0$$

- يعتمد الوسط الحسابي في حسابه جميع القيم، فان قيمته تتغير اذا حذفنا او غيرنا في اي من مفردات البيانات.

مقارنة بين صفات الوسط الحسابي والوسيط والمنوال

- الوسط الحسابي هو نقطة اتزان التوزيع لو اضفنا اي عدد من القيم المساوية للوسط الحسابي الى البيانات فان هذه الاضافة لا تؤثر عليه ولكن اذا اضفنا مفردات تختلف قيمها عن قيمة الوسط الحسابي فان قيمته تتغير.
- من اهم نواقص الوسط الحسابي هو تأثره الشديد بالقيم المتطرفة.

مقارنة بين صفات الوسط الحسابي والوسيط والمنوال

٢. الوسيط سهل التعريف والحساب ولا يتأثر بالقيم الشاذة ولا يعتمد جميع القيم، فتغير بعض القيم ربما يؤثر في قيمته او لا يؤثر فيها، يمكن ايجاد الوسيط في حالة البيانات الناقصة اذا حددنا موقعها.

٣. الوسط الحسابي اكثر ثبوتا من الوسيط.

مقارنة بين صفات الوسط الحسابي والوسيط والمنوال

٣. المنوال في البيانات القليلة العدد عديم الفائدة، اما في البيانات الكبيرة العدد له معنى معقول. وميزته سهل الحساب وهو يتأثر بطريقة اختيار الفئات، لا يتأثر بالقيم الشاذة.

مقارنة بين صفات الوسط الحسابي والوسيط والمنوال

- يفضل استعمال الوسط الحسابي اذا كان التوزيع متماثل تقريبا.
- يفضل استعمال الوسيط اذا كان التوزيع ملتويا.
- يفضل استعمال المنوال اذا كان التوزيع متعدد المنوالات.

تطبيقات على مقاييس النزعة المركزية

الفئات	f
٥ ـ ١٥	٥
١٥ ـ ٢٥	٩
٢٥ ـ ٣٥	١٤
٣٥ ـ ٤٥	١٥
٤٥ ـ ٥٥	١٧
مجموع التكرارات (n)	٦٠

احسبي:

١. الوسط الحسابي.
٢. الوسط الهندسي.
٣. الوسيط.
٤. المنوال.

تطبيقات على مقاييس النزعة المركزية

١. الوسط الحسابي:

لحساب الوسط الحسابي نحسب مركز الفئة اولا $X_i = \frac{L+U}{2}$:

الفئات	f	X
٥ ـ ١٥	٥	١٠=٢÷(١٥+٥)
١٥ ـ ٢٥	٩	٢٠=٢÷(٢٥+١٥)
٢٥ ـ ٣٥	١٤	٣٠=٢÷(٣٥+٢٥)
٣٥ ـ ٤٥	١٥	٤٠=٢÷(٤٥+٣٥)
٤٥ ـ ٥٥	١٧	٥٠=٢÷(٥٥+٤٥)
(n)	٦٠	

تطبيقات على مقاييس النزعة المركزية

ثم نحسب قيمة $\sum X_i f_i$

الفئات	f	X	X.f
٥ _ ١٥	٥	(٥+١٥)÷٢=١٠	١٠×٥=٥٠
١٥ _ ٢٥	٩	(١٥+٢٥)÷٢=٢٠	٢٠×٩=١٨٠
٢٥ _ ٣٥	١٤	(٢٥+٣٥)÷٢=٣٠	٣٠×١٤=٤٢٠
٣٥ _ ٤٥	١٥	(٣٥+٤٥)÷٢=٤٠	٤٠×١٥=٦٠٠
٤٥ _ ٥٥	١٧	(٤٥+٥٥)÷٢=٥٠	٥٠×١٧=٨٥٠
(n)	٦٠		٢١٠٠

تطبيقات على مقاييس النزعة المركزية

في الخطوة الاخيرة نحسب قيمة الوسط الحساب بالتطبيق على القانون

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{h} X_i f_i}{n}$$

$$= \frac{2100}{60} = 35$$

تطبيقات على مقاييس النزعة المركزية

٢. الوسط الهندسي:

لحساب الوسط الهندسي نحسب مركز الفئة اولا $X_i = \frac{L+U}{2}$:

الفئات	f	X
٥ _ ١٥	٥	(٥+١٥)÷٢=١٠
١٥ _ ٢٥	٩	(١٥+٢٥)÷٢=٢٠
٢٥ _ ٣٥	١٤	(٢٥+٣٥)÷٢=٣٠
٣٥ _ ٤٥	١٥	(٣٥+٤٥)÷٢=٤٠
٤٥ _ ٥٥	١٧	(٤٥+٥٥)÷٢=٥٠
(n)	٦٠	

تطبيقات على مقاييس النزعة المركزية

ثم نحسب قيمة الوسط الهندسي بالتطبيق على القانون

$$G = \sqrt[n]{X_1^{f_1} \; X_2^{f_2} \; \ldots\ldots \; X_h^{f_h}}$$

$$G = \sqrt[60]{10^5 \times 20^9 \times 30^{14} \times 40^{15} \times 50^{17}}$$

تطبيقات على مقاييس النزعة المركزية

الفئات	f	التكرار المتجمع
٥ ـ ١٥	٥	٥
١٥ ـ ٢٥	٩	١٤
٢٥ ـ ٣٥	١٤	٢٨
٣٥ ـ ٤٥	١٥	٤٣
٤٥ ـ ٥٥	١٧	٦٠
مجموع التكرارات (n)	٦٠	

٣. **الوسيط:**

لحساب الوسيط نحدد ترتيب الوسيط اولا

ترتيب الوسيط = $\frac{n}{2}$

$$30 = \frac{60}{2} =$$

الفئة الوسيطية هي ٣٥ ـ ٤٥

$$M = a + \left(\frac{\frac{n}{2} - n_1}{f_m} \right) X \; C$$

تطبيقات على مقاييس النزعة المركزية

$a = 35$ $\quad \frac{n}{2} = \frac{60}{2} = 30$

$n_1 = 28$ $\quad f_m = 15$

$C = 45 - 35 = 10$

$$M = 35 + \left(\frac{30 - 28}{15} \right) X\, 10 = 36.3$$

الفئات	f	التكرار المتجمع
٥ _ ١٥	٥	٥
١٥ _ ٢٥	٩	١٤
٢٥ _ ٣٥	١٤	٢٨
٣٥ _ ٤٥	١٥	٤٣
٤٥ _ ٥٥	١٧	٦٠
مجموع التكرارات (n)	٦٠	

تطبيقات على مقاييس النزعة المركزية

الفئات	f
٥ ـ ١٥	٥
١٥ ـ ٢٥	٩
٢٥ ـ ٣٥	١٤
٣٥ ـ ٤٥	١٥
٤٥ ـ ٥٥	١٧
مجموع التكرارات (n)	٦٠

٤. المنوال:

الفئة المنوالية هي ٤٥ ـ ٥٥

المنوال التقريبي = مركز الفئة المنوالية

= (٤٥+٥٥) ÷ ٢= ٥٠