مقاييس التشتت للبيانات الأولية

اهداف المحاضرة

بنهاية المحاضرة يكون الطالب قادر على:

١. تعريف وحساب المدى للبيانات الاولية.

٢. تعريف وحساب التباين للبيانات الاولية.

٣. تعريف وحساب الانحراف المعياري للبيانات الاولية.

٤. تعريف وحساب الانحراف المتوسط للبيانات الاولية.

المدى للبيانات الأولية

تعريف المدى:

المدى في البيانات الاولية هو الفرق بين اعلى قيمة واقل قيمة.

المدى للبيانات الأولية

من تعريف المدى نجد انه لايعتمد على كل البيانات وهذا يقلل من اهميته اذا كان اكبر واقل قيمة قيماتان شاذتان ففي هذه الحالة يكون المدى كبيرا والبيانات غير متباعدة.

للتخلص من هذه الصعوبات نستخدم:

المدى المئيني = $P_{90} - P_{10}$

المدى الربيعي = $Q_3 - Q_1$

نصف المدى الربيعي = $\frac{Q_3 - Q_1}{2}$

المدى للبيانات الأولية

مثال (١): اوجدي المدى للاعداد ٢، ٤، ٦، ٥،٣.

المدى للبيانات الأولية

حل المثال (١):

المدى = اكبر قيمة ـ اقل قيمة

= ٦ ـ ٢ = ٤

التباين للبيانات الأولية

تعريف التباين:

إذا كانت $X_1, X_2, X_3, \ldots, X_n$ تمثل عينة عشوائية، فأن التباين هو

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left(X_i - \bar{X}\right)^2}{n-1}$$

التباين للبيانات الأولية

مثال (٢): اوجد التباين للأعداد ٢، ٤، ٦، ٣، ٥.

التباين للبيانات الأولية

حل المثال (٢):

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(X_i - \overline{X}\right)^2}{n-1}$$

$$\overline{X} = \frac{\sum X_i}{n} = \frac{2+4+6+3+5}{5} = 4$$

التباين للبيانات الأولية

حل المثال (٢):

$$\sum(X_i - \bar{X})^2 = (2-4)^2 + (4-4)^2 + (6-4)^2 + (3-4)^2 + (5-4)^2$$

$$\sum(X_i - \bar{X})^2 = (-2)^2 + (0)^2 + (2)^2 + (-1)^2 + (1)^2$$

$$\sum(X_i - \bar{X})^2 = 4 + 0 + 4 + 1 + 1 = 10$$

التباين للبيانات الأولية

حل المثال (٢):

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(X_i - \overline{X}\right)^2}{n-1}$$

$$S^2 = \frac{10}{5-1} = \frac{10}{4} = 2.5$$

الانحراف المعياري للبيانات الأولية

تعريف: الانحراف المعياري للبيانات الأولية هو الجذر التربيعي الموجب للتباين للبيانات الأولية

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(X_i - \overline{X}\right)^2}{n-1}}$$

الانحراف المعياري للبيانات الأولية

مثال (٣): اوجد الإنحراف المعياري للأعداد

٣، ٩، ١٢، ٨.

الانحراف المعياري للبيانات الأولية

حل المثال (٣):

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(X_i - \bar{X}\right)^2}{n-1}}$$

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{n} = \frac{3+9+12+8}{4} = 8$$

الانحراف المعياري للبيانات الأولية

حل المثال (٣):

$$\sum(X_i - \bar{X})^2 = (3-8)^2 + (9-8)^2 + (12-8)^2 + (8-8)^2$$

$$\sum(X_i - \bar{X})^2 = (-5)^2 + (1)^2 + (4)^2 + (0)^2$$

$$\sum(X_i - \bar{X})^2 = 25 + 1 + 16 + 0 = 42$$

الانحراف المعياري للبيانات الأولية

حل المثال (٣):

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(X_i - \bar{X}\right)^2}{n-1}}$$

$$S = \sqrt{\frac{42}{4-1}} = \sqrt{\frac{42}{3}} = \sqrt{14} = 3.74$$

نظرية(١)

التباين للبيانات الاولية هو:

$$S^2 = \frac{1}{n-1}\left[\sum X_i^2 - n\bar{X}^2\right]$$

نظرية(١)

مثال (٤): للأعداد ٢، ٤، ٦، ٣، ٥ اوجد

١. التباين.
٢. الإنحراف المعياري.

باستخدام النظرية (١).

نظرية(١)

حل المثال (٤):

$$S^2 = \frac{1}{n-1}\left[\sum X_i^2 - n\bar{X}^2\right]$$

نظرية(١)

حل المثال (٤):

$$\sum X_i{}^2 = (2)^2 + (4)^2 + (6)^2 + (3)^2 + (5)^2$$

$$\sum X_i{}^2 = 4 + 16 + 36 + 9 + 25 = 90$$

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{n} = \frac{2+4+6+3+5}{5} = 4$$

نظرية(١)

حل المثال (٤):

$$S^2 = \frac{1}{n-1}\left[\sum X_i^2 - n\bar{X}^2\right]$$

$$S^2 = \frac{1}{5-1}\left[90 - 5\times(4)^2\right] = \frac{10}{4} = 2.5$$

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{2.5} = 1.58$$

الانحراف المتوسط للبيانات الأولية

تعريف: اذا كانت $X_1, X_2, X_3, \ldots, X_n$ تمثل عينة عشوائية،

فأن الانحراف المتوسط يكون

$$M.D. = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left| X_i - \bar{X} \right|}{n}$$

الانحراف المتوسط للبيانات الأولية

مثال (٥): اوجد الإنحراف المتوسط للأعداد

٣، ٩، ١٢، ٨.

الانحراف المتوسط للبيانات الأولية

حل المثال (٥):

$$M.D.=\frac{\sum_{i=1}^{n}\left|X_i-\bar{X}\right|}{n}$$

الانحراف المتوسط للبيانات الأولية

حل المثال (٥):

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{n} = \frac{3+9+12+8}{4} = 8$$

الانحراف المتوسط للبيانات الأولية

حل المثال (٥):

$$\sum |X_i - \bar{X}| = |3-8| + |9-8| + |12-8| + |8-8|$$

$$\sum |X_i - \bar{X}| = |-5| + |1| + |4| + |0|$$

$$\sum |X_i - \bar{X}| = 5 + 1 + 4 + 0 = 10$$

الانحراف المتوسط للبيانات الأولية

حل المثال (٥):

$$M.D. = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left| X_i - \bar{X} \right|}{n}$$

$$M.D. = \frac{10}{4} = 2.5$$

تطبيقات على مقاييس التشتت للبيانات الأولية

١. اذا كان

$$n = 10 \qquad \sum (X_i - \bar{X})^2 = 144$$

احسب

أ- التباين.

ب- الانحراف المعياري.

تطبيقات على مقاييس التشتت للبيانات الأولية

٢. معطى المعلومات التالية:

$\sum {X_i}^2 = 247$ $\qquad \bar{X} = 3$ $\qquad n = 8$

اوجد

أ- التباين.

ب- الانحراف المعياري.

تطبيقات على مقاييس التشتت للبيانات الأولية

٣. احسب الانحراف المتوسط اذا كان

$$n = 5 \qquad \sum|X_i - \bar{X}| = 65$$

تطبيقات على مقاييس التشتت للبيانات الأولية

١. **معطى البيانات التالية**

٩ ، ٣ ، ١٧، ١١ ، ٧ ، ١٣

احسب

أ- **التباين.**

ب- **الانحراف المعياري.**

ت- **الانحراف المتوسط.**