مقاييس التشتت للتوزيعات التكرارية

المدى – التباين

اهداف المحاضرة

بنهاية المحاضرة يكون الطالب قادر على:

١. تعريف المدى للتوزيع التكراري.

٢. حساب المدى للتوزيع التكراري.

٣. تعريف التباين للتوزيع التكراري.

٤. حساب التباين للتوزيع التكراري.

المدى للتوزيع التكراري

تعريف:

المدى للتوزيع التكراري هو الفرق بين الحد الاعلى للفئة العليا والحد الادنى للفئة الدنيا.

المدى للتوزيع التكراري

مثال (١):

احسب المدى للتوزيع التكراري الاتي؟

الفئات	التكرار (f)
٥ ـ ١٥	٥
١٥ ـ ٢٥	٩
٢٥ ـ ٣٥	١٤
٣٥ ـ ٤٥	١٥
٤٥ ـ ٥٥	١٧
مجموع التكرارات (n)	٦٠

المدى للتوزيع التكراري

حل المثال (١):

المدى = الحد الاعلى للفئة العليا – الحد الادنى للفئة الدنيا

المدى = ٥٥ – ٥ = ٥٠

التباين للتوزيع التكراري

تعريف:

اذا كانت مراكز فئات توزيع تكراري هي: $X_1, X_2, \ldots, X_h$

وكانت التكرارات المقابلة لها $f_1, f_2, \ldots, f_h$

فالتباين هو

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{h} (X_i - \bar{X})^2 f_i}{n-1}$$

حيث ان

$\bar{X}$ = الوسط الحسابي للتوزيع التكراري.

n = مجموع التكرارات.

التباين للتوزيع التكراري

مثال (٢): اوجد التباين للتوزيع التكراري؟

الفئات	التكرار (f)
٥ ـ ١٥	٥
١٥ ـ ٢٥	٩
٢٥ ـ ٣٥	١٤
٣٥ ـ ٤٥	١٥
٤٥ ـ ٥٥	١٧
مجموع التكرارات (n)	٦٠

التباين للتوزيع التكراري

الفئات	التكرار (f)
٥ ـ ١٥	٥
١٥ ـ ٢٥	٩
٢٥ ـ ٣٥	١٤
٣٥ ـ ٤٥	١٥
٤٥ ـ ٥٥	١٧
مجموع التكرارات (n)	٦٠

حل المثال (٢):

لإيجاد التباين للتوزيع التكراري اولا يتم حساب الوسط الحسابي ولحساب الوسط الحسابي نحسب مركز الفئة.

التباين للتوزيع التكراري

حل المثال (٢): نحسب مراكز الفئات للتوزيع التكراري $X_i = \frac{L+U}{2}$

الفئات	التكرار (f)	X_i
٥ ـ ١٥	٥	(٥+١٥)÷٢=١٠
١٥ ـ ٢٥	٩	(١٥+٢٥)÷٢=٢٠
٢٥ ـ ٣٥	١٤	(٢٥+٣٥)÷٢=٣٠
٣٥ ـ ٤٥	١٥	(٣٥+٤٥)÷٢=٤٠
٤٥ ـ ٥٥	١٧	(٤٥+٥٥)÷٢=٥٠
مجموع التكرارات (n)	٦٠	

التباين للتوزيع التكراري

حل المثال (٢): لحساب الوسط الحسابي نحسب $\sum X_i f_i$

الفئات	التكرار (f)	X_i	$X_i f_i$
٥ _ ١٥	٥	(٥+١٥)÷٢=١٠	١٠×٥= ٥٠
١٥ _ ٢٥	٩	(١٥+٢٥)÷٢=٢٠	٢٠×٩= ١٨٠
٢٥ _ ٣٥	١٤	(٢٥+٣٥)÷٢=٣٠	٣٠×١٤ = ٤٢٠
٣٥ _ ٤٥	١٥	(٣٥+٤٥)÷٢=٤٠	٤٠×١٥ = ٦٠٠
٤٥ _ ٥٥	١٧	(٤٥+٥٥)÷٢=٥٠	٥٠×١٧= ٨٥٠
مجموع التكرارات (n)	٦٠		٢١٠٠

التباين للتوزيع التكراري

حل المثال (٢):

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{h} X_i f_i}{n}$$

$$= \frac{2100}{60} = 35$$

التباين للتوزيع التكراري

حل المثال (٢): نحسب انحرافات مراكز الفئات عن الوسط الحسابي $(X_i - \bar{X})$

الفئات	التكرار (f)	X_i	$X_i f_i$	$X_i - \bar{X}$
٥ _ ١٥	٥	(٥+١٥)÷٢=١٠	١٠×٥= ٥٠	١٠- ٣٥= - ٢٥
١٥ _ ٢٥	٩	(١٥+٢٥)÷٢=٢٠	٢٠×٩= ١٨٠	٢٠-٣٥= - ١٥
٢٥ _ ٣٥	١٤	(٢٥+٣٥)÷٢=٣٠	٣٠×١٤ = ٤٢٠	٣٠-٣٥= - ٥
٣٥ _ ٤٥	١٥	(٣٥+٤٥)÷٢=٤٠	٤٠×١٥ = ٦٠٠	٤٠-٣٥= ٥
٤٥ _ ٥٥	١٧	(٤٥+٥٥)÷٢=٥٠	٥٠×١٧= ٨٥٠	٥٠-٣٥= ١٥
مجموع التكرارات (n)	٦٠		٢١٠٠	

التباين للتوزيع التكراري

حل المثال (٢): نحسب $(X_i - \bar{X})^2$

الفئات	التكرار (f)	X_i	$X_i f_i$	$X_i - \bar{X}$	$(X_i - \bar{X})^2$
٥ _ ١٥	٥	(١٥+٥)÷٢=١٠	١٠×٥= ٥٠	١٠- ٣٥= -٢٥	٦٢٥
١٥ _ ٢٥	٩	(٢٥+١٥)÷٢=٢٠	٢٠×٩= ١٨٠	٢٠-٣٥= -١٥	٢٢٥
٢٥ _ ٣٥	١٤	(٣٥+٢٥)÷٢=٣٠	٣٠×١٤ = ٤٢٠	٣٠-٣٥= -٥	٢٥
٣٥ _ ٤٥	١٥	(٤٥+٣٥)÷٢=٤٠	٤٠×١٥ = ٦٠٠	٤٠-٣٥= ٥	٢٥
٤٥ _ ٥٥	١٧	(٥٥+٤٥)÷٢=٥٠	٥٠×١٧= ٨٥٠	٥٠-٣٥= ١٥	٢٢٥
مجموع التكرارات (n)	٦٠		٢١٠٠		

التباين للتوزيع التكراري

حل المثال (٢): نحسب $\sum(X_i - \bar{X})^2 f_i$

الفئات	التكرار (f)	X_i	$X_i f_i$	$X_i - \bar{X}$	$(X_i - \bar{X})^2$	$(X_i - \bar{X})^2 f_i$
٥ ـ ١٥	٥	(١٥+٥)÷٢=١٠	٥٠ =٥×١٠	١٠- ٣٥= - ٢٥	٦٢٥	٣١٢٥=٥×٦٢٥
١٥ ـ ٢٥	٩	(٢٥+١٥)÷٢=٢٠	١٨٠ =٩×٢٠	٢٠-٣٥= - ١٥	٢٢٥	٢٠٢٥=٩×٢٢٥
٢٥ ـ ٣٥	١٤	(٣٥+٢٥)÷٢=٣٠	٤٢٠ = ١٤×٣٠	٣٠-٣٥= - ٥	٢٥	٣٥٠=١٤×٢٥
٣٥ ـ ٤٥	١٥	(٤٥+٣٥)÷٢=٤٠	٦٠٠ = ١٥×٤٠	٤٠-٣٥= ٥	٢٥	٣٧٥=١٥×٢٥
٤٥ ـ ٥٥	١٧	(٥٥+٤٥)÷٢=٥٠	٨٥٠ =١٧×٥٠	٥٠-٣٥= ١٥	٢٢٥	٣٨٢٥=١٧×٢٢٥
مجموع التكرارات (n)	٦٠		٢١٠٠			٩٧٠٠

التباين للتوزيع التكراري

حل المثال (٢):

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{h} \left(X_i - \overline{X}\right)^2 f_i}{n-1}$$

$$S^2 = \frac{9700}{60-1} = \frac{9700}{59} = 164.4$$

تطبيقات على المدى والتباين للتوزيع التكراري

الفئات	التكرار f
٣ ـ ٩	١١
٩ ـ ١٥	١٢
١٥ ـ ٢١	٢٠
٢١ ـ ٢٧	١٠
٢٧ ـ ٣٣	٧
مجموع التكرارات (n)	٦٠

مثال (٣): للتوزيع التكراري التالي احسب:

١. المدى.

٢. التباين.

تطبيقات على المدى والتباين للتوزيع التكراري

حل المثال (٣):

المدى = الحد الاعلى للفئة العليا – الحد الادنى للفئة الدنيا

المدى = ٣٣ – ٣ = ٣٠

تطبيقات على المدى والتباين للتوزيع التكراري

حل المثال (٣): نحسب مراكز الفئات للتوزيع التكراري $X_i = \frac{L+U}{2}$

الفئات	التكرار (f)	X_i
٣ ـ ٩	١١	٦ =٢÷(٩+٣)
٩ ـ ١٥	١٢	١٢ =٢÷(١٥+٩)
١٥ ـ ٢١	٢٠	١٨=٢÷(٢١+١٥)
٢١ ـ ٢٧	١٠	٢٤=٢÷(٢٧+٢١)
٢٧ ـ ٣٣	٧	٣٠=٢÷(٣٣+٢٧)
مجموع التكرارات (n)	٦٠	

تطبيقات على المدى والتباين للتوزيع التكراري

حل المثال (٣): لحساب الوسط الحسابي نحسب $\sum X_i f_i$

الفئات	التكرار (f)	X_i	$X_i f_i$
٣ – ٩	١١	(٣+٩)÷٢= ٦	١١×٦=٦٦
٩ – ١٥	١٢	(٩+١٥)÷٢= ١٢	١٢×١٢=١٤٤
١٥ – ٢١	٢٠	(١٥+٢١)÷٢=١٨	١٨×٢٠=٣٦٠
٢١ – ٢٧	١٠	(٢١+٢٧)÷٢=٢٤	٢٤×١٠=٢٤٠
٢٧ – ٣٣	٧	(٢٧+٣٣)÷٢=٣٠	٣٠×٧=٢١٠
مجموع التكرارات (n)	٦٠		١٠٢٠

تطبيقات على المدى والتباين للتوزيع التكراري

حل المثال (٣):

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{h} X_i f_i}{n}$$

$$= \frac{1020}{60} = 17$$

تطبيقات على المدى والتباين للتوزيع التكراري

حل المثال (٣): نحسب انحرافات مراكز الفئات عن الوسط الحسابي $(X_i - \bar{X})$

الفئات	التكرار (f)	X_i	$X_i f_i$	$X_i - \bar{X}$
٣ – ٩	١١	(٣+٩)÷٢= ٦	١١×٦=٦٦	٦-١٧= -١١
٩ – ١٥	١٢	(٩+١٥)÷٢= ١٢	١٢×١٢=١٤٤	١٢-١٧= -٥
١٥ – ٢١	٢٠	(١٥+٢١)÷٢=١٨	١٨×٢٠=٣٦٠	١٨-١٧= ١
٢١ – ٢٧	١٠	(٢١+٢٧)÷٢=٢٤	٢٤×١٠=٢٤٠	٢٤-١٧= ٧
٢٧ – ٣٣	٧	(٢٧+٣٣)÷٢=٣٠	٣٠×٧=٢١٠	٣٠-١٧= ١٣
مجموع التكرارات (n)	٦٠		١٠٢٠	

تطبيقات على المدى والتباين للتوزيع التكراري

حل المثال (٣): نحسب $(X_i - \bar{X})^2$

الفئات	التكرار (f)	X_i	$X_i f_i$	$X_i - \bar{X}$	$(X_i - \bar{X})^2$
٣ – ٩	١١	(٣+٩)÷٢= ٦	١١×٦=٦٦	٦-١٧= -١١	١٢١
٩ – ١٥	١٢	(٩+١٥)÷٢= ١٢	١٢×١٢=١٤٤	١٢-١٧= -٥	٢٥
١٥ – ٢١	٢٠	(١٥+٢١)÷٢=١٨	١٨×٢٠=٣٦٠	١٨-١٧= ١	١
٢١ – ٢٧	١٠	(٢١+٢٧)÷٢=٢٤	٢٤×١٠=٢٤٠	٢٤-١٧= ٧	٤٩
٢٧ – ٣٣	٧	(٢٧+٣٣)÷٢=٣٠	٣٠×٧=٢١٠	٣٠-١٧= ١٣	١٦٩
مجموع التكرارات (n)	٦٠		١٠٢٠		

تطبيقات على المدى والتباين للتوزيع التكراري

حل المثال (٣): نحسب $\sum(X_i - \bar{X})^2 f_i$

الفئات	التكرار (f)	X_i	$X_i f_i$	$X_i - \bar{X}$	$(X_i - \bar{X})^2$	$(X_i - \bar{X})^2 f_i$
٣ – ٩	١١	٦ =٢÷(٩+٣)	٦٦=٦×١١	١١- =١٧-٦	١٢١	١٣٣١=١١×١٢١
٩ – ١٥	١٢	١٢ =٢÷(١٥+٩)	١٤٤=١٢×١٢	٥- =١٧-١٢	٢٥	٣٠٠=١٢×٢٥
١٥ – ٢١	٢٠	١٨=٢÷(٢١+١٥)	٣٦٠=٢٠×١٨	١ =١٧-١٨	١	٢٠=٢٠×١
٢١ – ٢٧	١٠	٢٤=٢÷(٢٧+٢١)	٢٤٠=١٠×٢٤	٧ =١٧-٢٤	٤٩	٤٩٠=١٠×٤٩
٢٧ – ٣٣	٧	٣٠=٢÷(٣٣+٢٧)	٢١٠=٧×٣٠	١٣ =١٧-٣٠	١٦٩	١١٨٣=٧×١٦٩
مجموع التكرارات (n)	٦٠		١٠٢٠			٣٣٢٤

تطبيقات على المدى والتباين للتوزيع التكراري

حل المثال (٣):

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{h} \left(X_i - \overline{X}\right)^2 f_i}{n-1}$$

$$S^2 = \frac{3324}{60-1} = \frac{3324}{59} = 56.34$$