مقاييس التشتت للتوزيعات التكرارية
الانحرف المعياري

اهداف المحاضرة

بنهاية المحاضرة يكون الطالب قادر على:

١. تعريف الانحراف المعياري للتوزيع التكراري.

٢. حساب الانحراف المعياري للتوزيع التكراري.

٣. تعريف النظرية (١) للتوزيع التكراري.

٤. استخدام النظرية (١) لحساب التباين والانحراف المعياري للتوزيع التكراري.

الانحراف المعياري للتوزيع التكراري

تعريف:

اذا كانت مراكز فئات توزيع تكراري هي $X_1, X_2, \ldots, X_h$ وكانت التكرارات المقابلة لها $f_1, f_2, \ldots, f_h$ فأن الانحراف المعياري هو الجذر التربيعي الموجب للتباين

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{h} (X_i - \bar{X})^2 f_i}{n-1}}$$

حيث ان

$\bar{X}$ = الوسط الحسابي للتوزيع التكراري.

n = مجموع التكرارات.

الانحراف المعياري للتوزيع التكراري

مثال (١):

اذا كان $\sum(X_i - \bar{X})^2 f_i = 1725$ $n = 70$

احسب الانحراف المعياري؟

الانحراف المعياري للتوزيع التكراري

حل المثال (١):

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{h} \left(X_i - \overline{X}\right)^2 f_i}{n-1}}$$

$$= \sqrt{\frac{1725}{70-1}} = \sqrt{\frac{1725}{69}} = \sqrt{25} = 5$$

الانحراف المعياري للتوزيع التكراري

مثال (٢): اوجد الانحراف المعياري للتوزيع التكراري؟

الفئات	التكرار (f)
٥ ـ ١٥	٥
١٥ ـ ٢٥	٧
٢٥ ـ ٣٥	٩
٣٥ ـ ٤٥	١٣
٤٥ ـ ٥٥	٦
مجموع التكرارات (n)	٤٠

الانحراف المعياري للتوزيع التكراري

حل المثال (٢): نحسب مراكز الفئات للتوزيع التكراري $X_i = \frac{L+U}{2}$

الفئات	التكرار (f)	X_i
٥ ـ ١٥	٥	(٥+١٥)÷٢=١٠
١٥ ـ ٢٥	٧	(١٥+٢٥)÷٢=٢٠
٢٥ ـ ٣٥	٩	(٢٥+٣٥)÷٢=٣٠
٣٥ ـ ٤٥	١٣	(٣٥+٤٥)÷٢=٤٠
٤٥ ـ ٥٥	٦	(٤٥+٥٥)÷٢=٥٠
مجموع التكرارات (n)	٤٠	

الانحراف المعياري للتوزيع التكراري

حل المثال (٢): لحساب الوسط الحسابي نحسب $\sum X_i f_i$

الفئات	التكرار (f)	X_i	$X_i f_i$
٥ ـ ١٥	٥	١٠=٢÷(١٥+٥)	٥٠=٥×١٠
١٥ ـ ٢٥	٧	٢٠=٢÷(٢٥+١٥)	١٤٠=٧×٢٠
٢٥ ـ ٣٥	٩	٣٠=٢÷(٣٥+٢٥)	٢٧٠=٩×٣٠
٣٥ ـ ٤٥	١٣	٤٠=٢÷(٤٥+٣٥)	٥٢٠=١٣×٤٠
٤٥ ـ ٥٥	٦	٥٠=٢÷(٥٥+٤٥)	٣٠٠=٦×٥٠
مجموع التكرارات (n)	٤٠		١٢٨٠

الانحراف المعياري للتوزيع التكراري

حل المثال (٢):

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{h} X_i f_i}{n}$$

$$= \frac{1280}{40} = 32$$

الانحراف المعياري للتوزيع التكراري

حل المثال (٢): نحسب انحرافات مراكز الفئات عن الوسط الحسابي $(X_i - \bar{X})$

الفئات	التكرار (f)	X_i	$X_i f_i$	$X_i - \bar{X}$
٥ _ ١٥	٥	(٥+١٥)÷٢=١٠	١٠×٥=٥٠	١٠-٣٢=-٢٢
١٥ _ ٢٥	٧	(١٥+٢٥)÷٢=٢٠	٢٠×٧=١٤٠	٢٠-٣٢=-١٢
٢٥ _ ٣٥	٩	(٢٥+٣٥)÷٢=٣٠	٣٠×٩=٢٧٠	٣٠-٣٢=-٢
٣٥ _ ٤٥	١٣	(٣٥+٤٥)÷٢=٤٠	٤٠×١٣=٥٢٠	٤٠-٣٢=٨
٤٥ _ ٥٥	٦	(٤٥+٥٥)÷٢=٥٠	٥٠×٦=٣٠٠	٥٠-٣٢=١٨
مجموع التكرارات (n)	٤٠		١٢٨٠	

الانحراف المعياري للتوزيع التكراري

حل المثال (٢): نحسب $(X_i - \bar{X})^2$

الفئات	التكرار (f)	X_i	$X_i f_i$	$X_i - \bar{X}$	$(X_i - \bar{X})^2$
٥ – ١٥	٥	(٥+١٥)÷٢=١٠	١٠×٥=٥٠	١٠-٣٢= -٢٢	٤٨٤
١٥ – ٢٥	٧	(١٥+٢٥)÷٢=٢٠	٢٠×٧=١٤٠	٢٠-٣٢= -١٢	١٤٤
٢٥ – ٣٥	٩	(٢٥+٣٥)÷٢=٣٠	٣٠×٩=٢٧٠	٣٠-٣٢= -٢	٤
٣٥ – ٤٥	١٣	(٣٥+٤٥)÷٢=٤٠	٤٠×١٣=٥٢٠	٤٠-٣٢= ٨	٦٤
٤٥ – ٥٥	٦	(٤٥+٥٥)÷٢=٥٠	٥٠×٦=٣٠٠	٥٠-٣٢= ١٨	٣٢٤
مجموع التكرارات (n)	٤٠		١٢٨٠		

الانحراف المعياري للتوزيع التكراري

حل المثال (٢): نحسب $\sum(X_i - \bar{X})^2 f_i$

الفئات	التكرار (f)	X_i	$X_i f_i$	$X_i - \bar{X}$	$(X_i - \bar{X})^2$	$(X_i - \bar{X})^2 f_i$
٥ – ١٥	٥	١٠=٢÷(١٥+٥)	٥٠=٥×١٠	٢٢- =٣٢-١٠	٤٨٤	٢٤٢٠=٥×٤٨٤
١٥ – ٢٥	٧	٢٠=٢÷(٢٥+١٥)	١٤٠=٧×٢٠	١٢- =٣٢-٢٠	١٤٤	١٠٠٨=٧×١٤٤
٢٥ – ٣٥	٩	٣٠=٢÷(٣٥+٢٥)	٢٧٠=٩×٣٠	٢- =٣٢-٣٠	٤	٣٦=٩×٤
٣٥ – ٤٥	١٣	٤٠=٢÷(٤٥+٣٥)	٥٢٠=١٣×٤٠	٨ =٣٢-٤٠	٦٤	٨٣٢=١٣×٦٤
٤٥ – ٥٥	٦	٥٠=٢÷(٥٥+٤٥)	٣٠٠=٦×٥٠	١٨ =٣٢-٥٠	٣٢٤	١٩٤٤=٦×٣٢٤
مجموع التكرارات (n)	٤٠		١٢٨٠			٦٢٤٠

الانحراف المعياري للتوزيع التكراري

حل المثال (٢):

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{h} \left(X_i - \overline{X}\right)^2 f_i}{n-1}}$$

$$= \sqrt{\frac{6240}{40-1}} = \sqrt{\frac{6240}{39}} = \sqrt{160} = 12.65$$

النظرية (١)

التباين للتوزيع التكراري ذي فئات

$$S^2 = \frac{1}{n-1}\left[\sum X_i^2 f_i - n\bar{X}^2\right]$$

حيث ان

$\bar{X}$ = الوسط الحسابي للتوزيع التكراري.

n = مجموع التكرارات.

تطبيقات النظرية (١)

مثال (٣):

باستخدام النظرية (١) للتوزيع التكراري اوجد الانحراف المعياري؟

الفئات	التكرار (f)
٥ ـ ١٥	٥
١٥ ـ ٢٥	٧
٢٥ ـ ٣٥	٩
٣٥ ـ ٤٥	١٣
٤٥ ـ ٥٥	٦
مجموع التكرارات (n)	٤٠

تطبيقات النظرية (١)

حل المثال (٣): نحسب مراكز الفئات للتوزيع التكراري $X_i = \frac{L+U}{2}$

الفئات	التكرار (f)	X_i
٥ ـ ١٥	٥	(٥+١٥)÷٢=١٠
١٥ ـ ٢٥	٧	(١٥+٢٥)÷٢=٢٠
٢٥ ـ ٣٥	٩	(٢٥+٣٥)÷٢=٣٠
٣٥ ـ ٤٥	١٣	(٣٥+٤٥)÷٢=٤٠
٤٥ ـ ٥٥	٦	(٤٥+٥٥)÷٢=٥٠
مجموع التكرارات (n)	٤٠	

تطبيقات النظرية (١)

حل المثال (٣): لحساب الوسط الحسابي نحسب $\sum X_i f_i$

الفئات	التكرار (f)	X_i	$X_i f_i$
٥ ـ ١٥	٥	(٥+١٥)÷٢=١٠	١٠×٥=٥٠
١٥ ـ ٢٥	٧	(١٥+٢٥)÷٢=٢٠	٢٠×٧=١٤٠
٢٥ ـ ٣٥	٩	(٢٥+٣٥)÷٢=٣٠	٣٠×٩=٢٧٠
٣٥ ـ ٤٥	١٣	(٣٥+٤٥)÷٢=٤٠	٤٠×١٣=٥٢٠
٤٥ ـ ٥٥	٦	(٤٥+٥٥)÷٢=٥٠	٥٠×٦=٣٠٠
مجموع التكرارات (n)	٤٠		١٢٨٠

تطبيقات النظرية (١)

حل المثال (٣):

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{h} X_i f_i}{n}$$

$$= \frac{1280}{40} = 32$$

تطبيقات النظرية (١)

حل المثال (٣): نحسب X_i^2

الفئات	التكرار (f)	X_i	$X_i f_i$	X_i^2
٥ – ١٥	٥	(١٥+٥)÷٢=١٠	١٠×٥=٥٠	١٠٠
١٥ – ٢٥	٧	(٢٥+١٥)÷٢=٢٠	٢٠×٧=١٤٠	٤٠٠
٢٥ – ٣٥	٩	(٣٥+٢٥)÷٢=٣٠	٣٠×٩=٢٧٠	٩٠٠
٣٥ – ٤٥	١٣	(٤٥+٣٥)÷٢=٤٠	٤٠×١٣=٥٢٠	١٦٠٠
٤٥ – ٥٥	٦	(٥٥+٤٥)÷٢=٥٠	٥٠×٦=٣٠٠	٢٥٠٠
مجموع التكرارات (n)	٤٠		١٢٨٠	

تطبيقات النظرية (١)

حل المثال (٣): نحسب $X_i^2 f_i$

الفئات	التكرار (f)	X_i	$X_i f_i$	X_i^2	$X_i^2 f_i$
٥ – ١٥	٥	(٥+١٥)÷٢=١٠	١٠×٥=٥٠	١٠٠	١٠٠×٥=٥٠٠
١٥ – ٢٥	٧	(١٥+٢٥)÷٢=٢٠	٢٠×٧=١٤٠	٤٠٠	٤٠٠×٧= ٢٨٠٠
٢٥ – ٣٥	٩	(٢٥+٣٥)÷٢=٣٠	٣٠×٩=٢٧٠	٩٠٠	٩٠٠×٩= ٨١٠٠
٣٥ – ٤٥	١٣	(٣٥+٤٥)÷٢=٤٠	٤٠×١٣=٥٢٠	١٦٠٠	١٦٠٠×١٣= ٢٠٨٠٠
٤٥ – ٥٥	٦	(٤٥+٥٥)÷٢=٥٠	٥٠×٦=٣٠٠	٢٥٠٠	٢٥٠٠×٦= ١٥٠٠٠
مجموع التكرارات (n)	٤٠		١٢٨٠		٤٧٢٠٠

تطبيقات النظرية (١)

حل المثال (٣):

$$S^2 = \frac{1}{n-1}\left[\sum X_i^2 f_i - n\bar{X}^2\right]$$

$$= \frac{1}{40-1}\left[47200 - 40 \times 32^2\right]$$

$$= \frac{1}{39} \times 6240 = 160$$

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{160} = 12.65$$

تطبيقات الانحراف المعياري للتوزيع التكراري

اذا كان $n = 50$ $\bar{X} = 24$ $\sum X_i^2 f_i = 30564$

اوجد:

أ- التباين.

ب- الانحراف المعياري.