معامل ارتباط بيرسون

اهداف المحاضرة

بنهاية المحاضرة يكون الطالب قادر على:

١. تعريف معامل ارتباط بيرسون.

٢. حساب معامل ارتباط بيرسون.

٣. تفسير معامل ارتباط بيرسون.

معامل ارتباط بيرسون

اذا كان $(x_1, y_{1)}, (x_2, y_2), \ldots (x_n, y_n)$ عينة من الازواج المرتبة التي تعطي قيمتي متغيرين عشوائيين على n من العناصر.

- يتم تمثيل هذه العينة بشكل بياني يعرف بلوحة الانتشار.
- لوحة الانتشار تعطي فكرة عن العلاقة بين المتغيرين.
- يتم قياس هذه العلاقة بمعامل ارتباط بيرسون.

معامل ارتباط بيرسون

تعريف:

معامل ارتباط بيرسون بين $X \& Y$ هو:

$$r = r(x, y) = \frac{SS_{xy}}{\sqrt{SS_x SS_y}}$$

حيث ان:

$$SS_{xy} = \sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = \sum_{i=1}^{n}(x_i y_i) - n\bar{x}\,\bar{y}$$

$$SS_x = \sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2$$

$$SS_y = \sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2 = \sum_{i=1}^{n} y_i^2 - n\bar{y}^2$$

معامل ارتباط بيرسون

معامل ارتباط بيرسون يقيس الارتباط الخطي بين المتغيرات:

١. نجد ان $-1 \leq r \leq 1$

٢. عندما تكون $r \succ 0$ هناك ارتباط خطي طردي اي ان قيم x تزداد بازدياد قيم y.

٣. عندما تكون $r \prec 0$ هناك ارتباط خطي عكسي اي ان قيم x تقل بازدياد قيم y .

تفسير معامل ارتباط بيرسون

معامل ارتباط بيرسون يقيس الارتباط الخطي بين المتغيرات:

١. عندما تكون $r = 1$ نقول أن هناك ارتباط خطي طردي تام.

٢. عندما تكون $r = -1$ نقول أن هناك ارتباط خطي عكسي تام.

٣. عندما تكون $r = 0$ نقول انه لا يوجد ارتباط خطي.

٤. عندما تكون $r \succ 0$ نقول هناك ارتباط طردي.

٥. عندما تكون $r \prec 0$ نقول هناك ارتباط عكسي.

٦. عندما تكون $r \geq 0.70$ نقول أن هناك ارتباط خطي قوي.

٧. عندما تكون $0.70 \prec r \leq 0.40$ نقول أن هناك ارتباط خطي متوسط.

٨. عندما تكون $r \prec 0.40$ نقول أن هناك ارتباط خطي ضعيف.

معامل ارتباط بيرسون

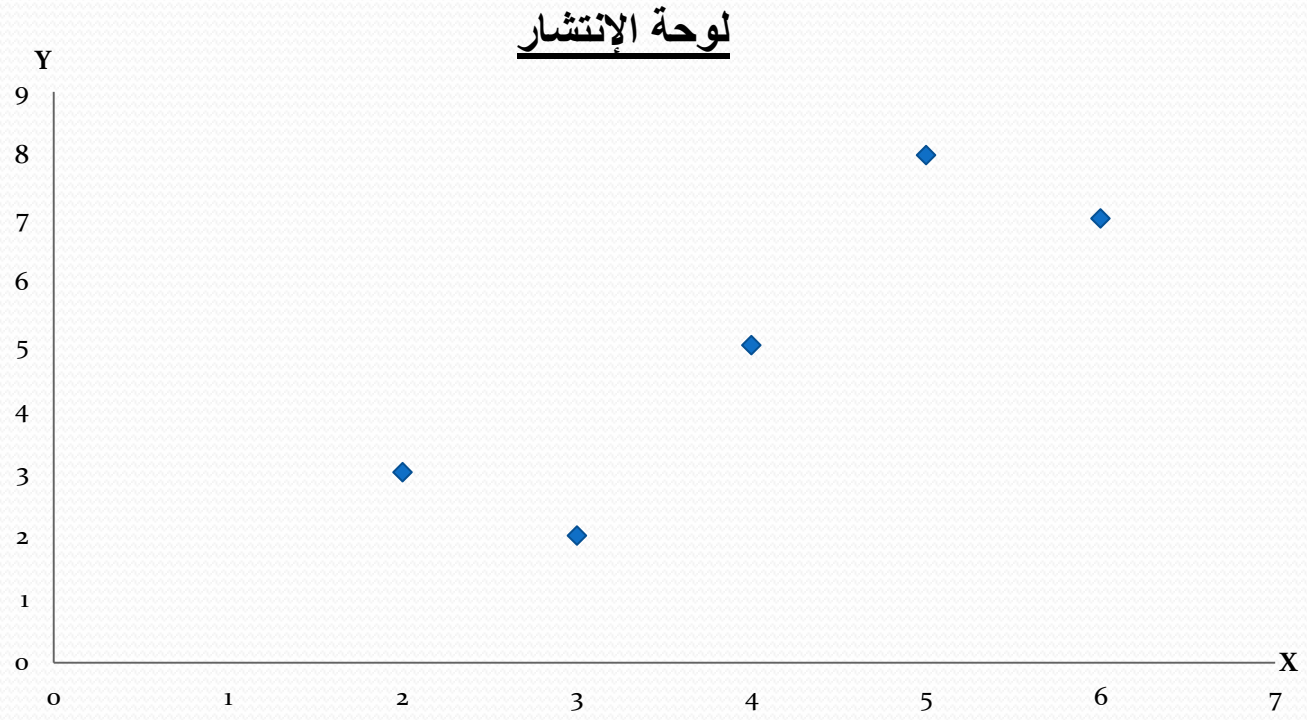
مثال (١): الجدول الاتي يوضح قيم المتغيرين x، Y :

- ارسمي لوحة الانتشار.
- احسبي معامل ارتباط بيرسون.
- فسري معامل ارتباط بيرسون.

Y	X
٣	٢
٧	٦
٢	٣
٨	٥
٥	٤

معامل ارتباط بيرسون

حل المثال (١):



معامل ارتباط بيرسون

حل المثال (١): حساب معامل ارتباط بيرسون

Y	X
3	2
7	6
2	3
8	5
5	4
25	20

معامل ارتباط بيرسون

حل المثال (١): اولا يتم حساب الوسط الحسابي لكلٍ من X و Y

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n} = \frac{20}{5} = 4$$

$$\overline{Y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Y_i}{n} = \frac{25}{5} = 5$$

معامل ارتباط بيرسون

حل المثال (١): لحساب معامل ارتباط بيرسون نقوم بحساب مايلي

$$SS_{xy} = \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$$

$$SS_x = \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2$$

$$SS_y = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \bar{y})^2$$

معامل ارتباط بيرسون

حل المثال (١): لحساب معامل ارتباط بيرسون يتم حساب ما يلي

$(Y_i - \bar{Y})(X_i - \bar{X})$	$(Y_i - \bar{Y})^2$	$(X_i - \bar{X})^2$	$Y_i - \bar{Y}$	$X_i - \bar{X}$	Y	X
4	4	4	٢ - =٥-٣	٢ - = ٤ -٢	3	2
4	4	4	٢=٥-٧	٢=٤-٦	7	6
3	9	1	٣ - =٥-٢	١ -=٤-٣	2	3
3	9	1	٣=٥-٨	١=٤-٥	8	5
0	0	0	٠=٥-٥	٠=٤-٤	5	4
14	26	10			25	20

معامل ارتباط بيرسون

حل المثال (١): حساب معامل ارتباط بيرسون

$$SS_{xy} = \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = 14$$

$$SS_x = \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2 = 10$$

$$SS_y = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \bar{y})^2 = 26$$

$$r = \frac{SS_{xy}}{\sqrt{SS_x SS_y}} = \frac{14}{\sqrt{10 \times 26}} = 0.87$$

معامل ارتباط بيرسون

حل المثال (١): تفسير معامل ارتباط بيرسون

هناك ارتباط خطي طردي قوي بين X و Y

معامل ارتباط بيرسون

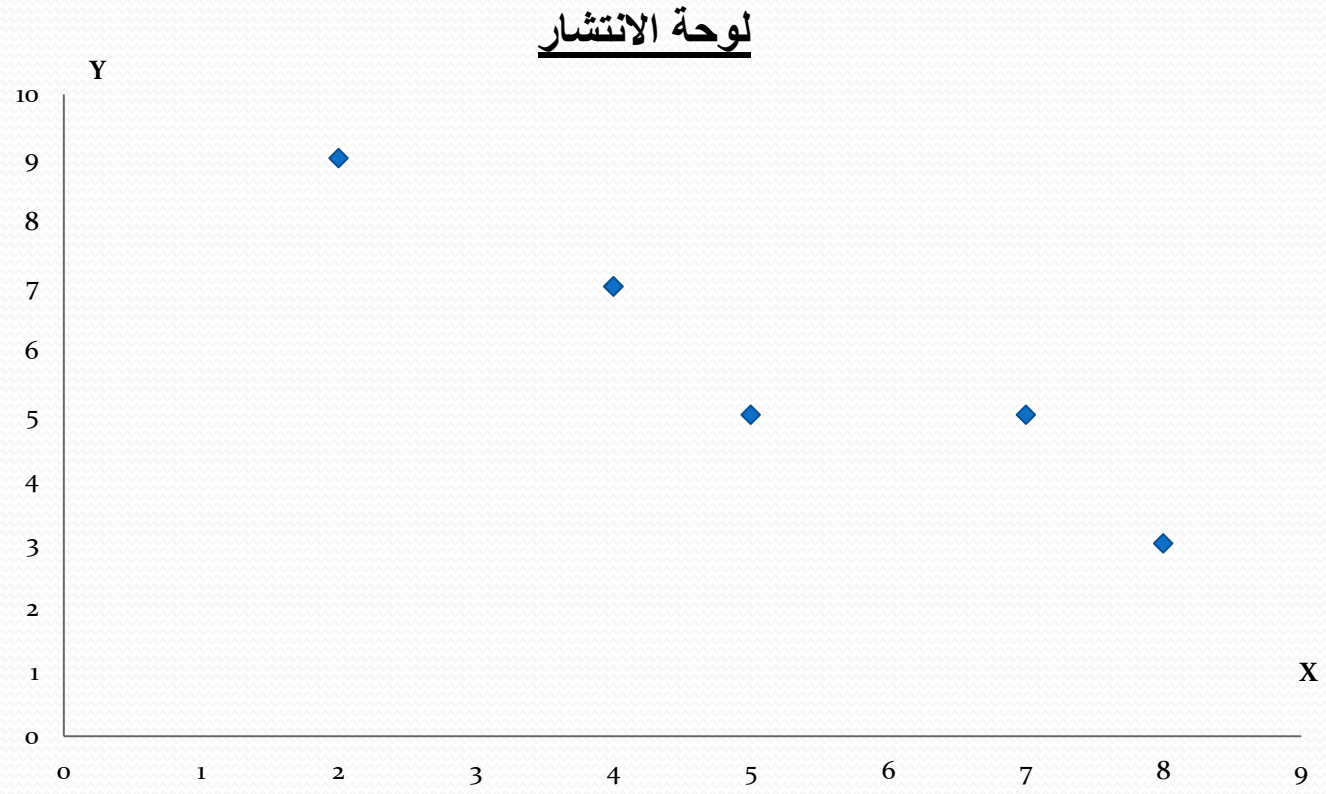
مثال (٢): الجدول الاتي يوضح قيم المتغيرين x، Y :

- ارسمي لوحة الانتشار.
- احسبي معامل ارتباط بيرسون.
- فسري معامل ارتباط بيرسون.

X	Y
٧	٤
٥	٧
٣	٨
٥	٥
٧	٤
٩	٢

معامل ارتباط بيرسون

حل المثال (٢):



معامل ارتباط بيرسون

حل المثال (٢): حساب معامل ارتباط بيرسون

X	Y
٧	٤
٥	٧
٣	٨
٥	٥
٧	٤
٩	٢
٣٦	٣٠

معامل ارتباط بيرسون

حل المثال (٢): اولا يتم حساب الوسط الحسابي لكلٍ من X و Y

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n} = \frac{36}{6} = 6$$

$$\overline{Y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Y_i}{n} = \frac{30}{6} = 5$$

معامل ارتباط بيرسون

حل المثال (٢): لحساب معامل ارتباط بيرسون نقوم بحساب مايلي

$$SS_{xy} = \sum_{i=1}^{n} (x_i y_i) - n\bar{x}\,\bar{y}$$

$$SS_x = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2$$

$$SS_y = \sum_{i=1}^{n} y_i^2 - n\bar{y}^2$$

معامل ارتباط بيرسون

حل المثال (٢): لحساب معامل ارتباط بيرسون يتم حساب ما يلي

X	Y	${X_i}^2$	${Y_i}^2$	X_iY_i
٧	٤	٤٩	١٦	٢٨
٥	٧	٢٥	٤٩	٣٥
٣	٨	٩	٦٤	٢٤
٥	٥	٢٥	٢٥	٢٥
٧	٤	٤٩	١٦	٢٨
٩	٢	٨١	٤	١٨
٣٦	٣٠	٢٣٨	١٧٤	١٥٨

معامل ارتباط بيرسون

حل المثال (٢): حساب معامل ارتباط بيرسون

$$SS_{xy} = \sum_{i=1}^{n}(x_i y_i) - n\bar{x}\,\bar{y} = 158 - 6\times 6\times 5 = -22$$

$$SS_x = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2 = 238 - 6\times 6^2 = 22$$

$$SS_y = \sum_{i=1}^{n} y_i^2 - n\bar{y}^2 = 174 - 6\times 5^2 = 24$$

$$r = \frac{SS_{xy}}{\sqrt{SS_x SS_y}} = \frac{-22}{\sqrt{22\times 24}} = -0.96$$

معامل ارتباط بيرسون

حل المثال (٢): تفسير معامل ارتباط بيرسون

هناك ارتباط خطي عكسي قوي بين X و Y

تطبيقات على معامل ارتباط بيرسون
معامل ارتباط بيرسون

اذا كان

$$SS_{yy} = 144 \,, \quad SS_{xx} = 64 \,, \quad SS_{xy} = 80$$

١. احسب معامل ارتباط بيرسون.
٢. فسر معامل ارتباط بيرسون.