النظرية النسبية

تعتمد دراستنا للفيزياء على استخدام و استنباط مفاهيم و قوانين تساعدنا على فهم الطبيعة و فهم خواص المواد المختلفة. و من المعروف أن القوانين الفيزيائية من وضع الإنسان و لذلك فهى خاضعة لحدود فهمه و إمكاناته. و ليس من الضرورة أن تكون هذه لقوانين صحيحة أو ثابتة فهناك بعض القوانين قد تصلح لتفسير ظاهرة طبيعية معينة فى أزمنة معينة و قد لا تصلح هذه القوانين فى بغض الأحيان الأخرى. لذلك وجب على العلماء استنباط و وضع بعض القوانين و النظريات الجديدة و التى تتميز بأنها أكثر عمومية و أكثر شمولية من القوانين القديمة و التى بدورها سوف تتواءم مع الاكتشافات الحديثة.

و من المعروف أن القانون يكون عبارة عن منطوق ما و عادة يكون على صورة علاقة رياضية تستخدم لوصف سلوك أو حدث معين نلاحظه دوما و الذى يمكن من خلاله الحصول على نتائج تتفق مع الواقع أو مع النتائج العملية.و من أهم هذه القوانين فى الفيزياء ما يسمى بقوانين البقاء.

I- قوانين البقاء فى الفيزياء The Conservation Laws of Physics

١) قانون بقاء الكتلة Mass Conservation law

ينص هذا القانون أن الكتلة الكلية لنظام معزول مقدار ثابت أو أن المادة لا تفنى و لا تستحدث من العدم.''لا شيء يفقد و لاشيء ينشأ كل شيء يتحول''

٢) **قانون بقاء الطاقة** Energy Conservation law

و ينص على أن الطاقة الكلية (مجموع طاقتى الوضع و الحركة) لنظام ما تظل ثابتة ما لم يبذل شغل بواسطة النظام أو على النظام.

٣) قانون بقاء كمية الحركة Linear-momentum conservation law

و ينص على أن كمية الحركة لنظام كتلته m و سرعته v هى كمية ثابتة مقدارا و اتجاها بشرط عدم وجود قوة خارجية تؤثر على هذا النظام.

٤) قانون بقاء عزم كمية الحركة

Angular-momentum conservation law

ينص على أن عزم كمية الحركة الكلى لنظام غير متأثر بازدواج خارجى يظل كمية ثابتة مقدارا و اتجاها.

٥) قانون بقاء الشحنة Electric –charge conservation law

و ينص على أن الشحنة الكهربية لنظام معزول كهربيا تظل كمية ثابتة.

هذا و قد مرت القوانين والنظريات الفيزيائية بمراحل من التطور بدءا من الفيزياء الكلاسيكية أو النيوتنية و حتى الفيزياء النسبية الكمية مرورا بالفيزياء النسبية و الفيزياء الكمية.

قبل دراسة النظرية النسبية أو الفيزياء النسبية لابد من إلقاء الضوء على الفيزياء الكلاسيكية او فيزياء الأجسام التى توصف من خلال قوانين الميكانيكا النيوتنية.

II-**الفيزياء الكلاسيكية** Classical Physics

هي فيزياء الأجسام عادية الحجم و التي تتحرك بسرعات عادية والتي لا تصل إلى سرعة الضوء و هذا القسم من الفيزياء يخضع لقوانين نيوتن و لذلك تسمى في بعض الأحيان الفيزياء النيوتنية. و أوجه القصور في الفيزياء الكلاسيكية أنها فشلت في وصف الأجسام التي تتحرك بسرعات عالية تقترب من سرعة الضوء. فمثلا لم تضع الميكانيكا النيوتنية حدا لأعلى سرعة يصل إليها الجسم فلا مانع لديها أن تصل سرعة الجسم إلى سرعة الضوء و هذا مخالف للتجربة التي أثبتت أن سرعة الجسم لا يمكن أن تصل إلى سرعة الضوء مهما و صلت القدرة على تعجيل هذا الجسم.

III-**الفيزياء النسبية** Relativity Physics

هي الفيزياء الأجسام التي تتحرك بسرعات عالية جدا تقترب من سرعة الضوء. و هذا القسم من الفيزياء يخضع لقوانين أينشتين أو النظرية النسبية.
فقد استطاع العالم أينشتين في بدايات القرن السابق (١٩٠٥) من وضع النظرية النسبية التي استطاعت أن تزيل تلك المتناقضات التي نشأت من قصور النظرية الكلاسيكية. و تعد هذه النظرية واحدة من أعظم الإنجازات فى القرن العشرين. و قد اشتهرت هذه النظرية بصعوبتها و في الواقع هذه الصعوبة لا ترجع إلى صعوبة المعالجة الرياضية لموضوعات هذه النظرية و لكن يرجع إلى وجوب إعادة النظر في مفاهيمنا عن الكثير من الأشياء مثل الزمن و الحركة و السكون و السرعة.

و من المهم أن نعلم أن الفروق بين القوانين الحديثة و القديمة فروق صغيرة و لابد أن يكون هناك نقاط مشتركة بين الحديث و القديم. فالنظريات الحديثة تعد اكبر تعميما و شمولا من النظريات القديمة.

1- مبدأ التناظر The Correspondence Principle

إذا فرضنا أو اقترحنا نظرية جديدة لشرح حدث ما أو ظاهرة طبيعية بحيث تكون هذه النظرية الحديثة أكثر شمولية من نظيرتها القديمة فانه لابد من وجود دليل ليرشدنا عن الطريقة التي تتناظر بها هذه النظرية مع النظرية الأقل عمومية. و هذه الدليل يسمى بمبدأ التناظر. و كان بوهر أول من طبق هذا المبدأ على النظرية الذرية.

و ينص هذا المبدأ على " أن أى نظرية فيزيائية جديدة أيا كانت مواصفاتها لابد و أن تؤول إلى النظرية الأقل عمومية منها كحالة خاصة من الأولى".

2-معنى الحركة و السكون و الإطار المرجعى:

من المعروف لدينا أن الجسم الذى لا تؤثر عليه قوى خارجية يكون فى حالة سكون. إلا أن الجسم الذى لا تؤثر عليه قوى خارجية يمكن ان يوجد ليس فقط فى حالة سكون بل أيضا فى حالة حركة منتظمة على خط مستقيم. و تسمى هذه القاعدة فى الفيزياء بقانون القصور الذاتى (القانون الأول لنيوتن) و الذى ينص على أن الجسم يظل ساكنا أو متحركا بسرعة منتظمة ما لم تؤثر عليه قوة خارجية تؤثر على حالته. إلا أن هذا القانون يبدو غير واضح فى حياتنا اليومية بسبب وجود قوة الاحتكاك التى تؤثر عكسيا على الأجسام المتحركة .

أما **الإطار المرجعى** هو الإطار الذى يمكننا وصف حدث فيزيائى من خلاله.و من خلال دراستنا السابقة نجد أن جمع قوانين الميكانيكا النيوتنية صالحة لكل

الأطر المرجعية الساكنة. و الإطار المرجعى الساكن Inertial Frame of reference هو من ينطبق عليه قانون نيوتن الأول للحركة.

و معنى هذا أن أى نظام يسير بسرعة منتظمة بالنسبة لنظام أخر ساكن يعتبر أيضا نظاما ساكنا. و من المستحيل عمليا الحصول على إطار مرجعى قصورى حقيقى تماما لان ذلك يتطلب فراغ خالى من المادة و معزول عن أى كتلة.

IV- النظرية النسبية الخاصة

تعتبر النظرية النسبية الخاصة التى وضعها العالم أينشتين فى عام ١٩٠٥ أساسا لكل علوم الفيزياء الحديثة و التكنولوجيا المتقدمة و تعتبر من أعظم الإنجازات العلمية للعقل البشرى.

و فى دراستنا للنظرية النسبية سوف نتعرض لمفهوم الطول و الزمن و السرعة و كمية الحركة و الطاقة وانية حدوث الأشياء وهى بالطبع تختلف عن المفاهيم التى يبق و أن أتت بها الميكانيكا الكلاسيكية فليس هناك طول مطلق أو زمن مطلق.

1- فروض النظرية النسبية الخاصة:

تعتمد النظرية النسبية على فرضين أو مبدأين أساسيين هما:

١- **القوانين الفيزيائية فى جمع الأطر المرجعية الساكنة واحدة لا تتغير.**

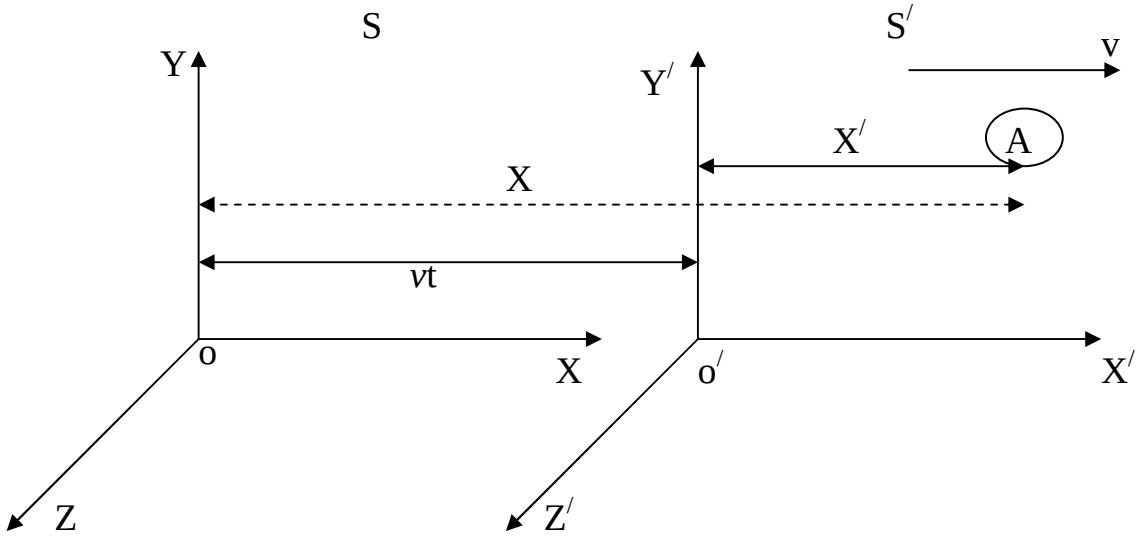
ومعنى ذلك أنه يمكننا أجراء تجربة فيزيائية معينة فى معمل ساكن و نحصل على نفس النتائج تماما لو كان هذا المعمل متحرك بسعة منتظمة، طالما أننا طبقنا نفس القوانين الفيزيائية فى الحالتين. ويعرف هذا المبدأ **بمبدأ نسبية الحركة** و هو يعتبر أساس للميكانيكا الكلاسيكية.

٢- سرعة الضوء فى الفراغ مقدار ثابتة لا تعتمد على المرجع القصورى أو على المصدر أو على الراصد.

و سوف نرى فيما بعد أن المبدأ الثانى هو أساس الاختلاف بين الفيزياء الكلاسيكية و الفيزياء الحديثة.

2- تحويلات جاليليو Galilian transformations

تسمى المعادلات التى تربط بين إحداثيات البعد و الزمن فى أحداثيان يتحركان بالنسبة لبعضهما بسرعة ثابتة بتحويلات جاليليو أو التحويلات النيوتنية.



نفترض إطاران مرجعيان ساكنان S, S′ و النظام S′ يتحرك بسرعة منتظمة v فى الاتجاه الموجب لمحور X كما هو موضح من الرسم. فإذا وقع حدث معين (انفجار مثلا) عند النقطة A و أن هناك مراقبين رصدا هذا الحدث بحيث بدأ الزمن عندما كانت o′ منطبقة على o (t = 0) .و بذلك يمكننا كتابة المعادلات الآتية بين الاحداثيين S, S′

$$x' = x - vt \qquad (1)$$

$$y' = y \qquad (2)$$

$$z' = z \qquad (3)$$

$$t' = t \qquad (4)$$

و تسمى هذه المعادلات بتحويلات الإحداثيات لجاليليو. و يلاحظ أن إحداثي الزمن واحد فى الإطارين المرجعيين حيث أن الزمن فى الميكانيكا الكلاسيكية ثابت و لا يتغير بتغير الأطر الساكنة و من ثم فان الفترات الزمنية بين وقوع الأحداث تكون ثابتة و لا تتغير بتغير الأطر. و قد يبدو ذلك منطقيا بالنسبة للسرعات العادية إلا أن ذلك الافتراض يكون خاطئا إذا كانت السرعة تقترب من سرعة الضوء وهذا هو أهم تعارض بين المفاهيم الكلاسيكية و المفاهيم الحديثة التى أقرتها النظرية النسبية لأينشتين.

و للحصول على تحويلات السرعة لجاليليو نفاضل العلاقات (4 - 1) بالنسبة للزمن ثم نفاضل مرة احرى للحصول على تحويلات العجلة:

تحويلات السرعة

$$\frac{dx'}{dt} = \frac{dx}{dt} - v \qquad (4)$$

$$\frac{dy'}{dt} = \frac{dy}{dt} \qquad (5)$$

$$\frac{dz'}{dt} = \frac{dz}{dt} \qquad (6)$$

و **تحويلات العجلة** هي

$$\ddot{x}' = \ddot{x} \qquad (8)$$

$$\ddot{y}' = \ddot{y} \qquad (9)$$

$$\ddot{z}' = \ddot{z} \qquad (10)$$

و يلاحظ من العلاقة (8) التى تسمى **قانون جمع السرعات لجاليليو** أن السرعة كما يرصدها المراقب S هى مقدار السرعة التى يرصدها المراقب S' مضاف إليها السرعة النسبية v بين الإطارين القصوريين. وقد تعد هذه النتيجة عادية فى حياتنا اليومية. ألا أن هذه النتيجة قد أدت الى تعارض كبير عندما استخدمت للموجات الكهرومغناطيسية.

3- نجاح تحويلات جاليليو

استطاعت تحويلات جاليليو فى برهنة العديد من القوانين مثل قانون بقاء كمية الحركة و الطاقة و قانون نيوتن الثانى.

مثال: طبيعة انتشار الصوت

نفترض نبضة صوتية تتحرك بسرعة $320\ ms^{-1}$ بالنسبة للراصد فى الإطار S و أن هناك راصد أخر يستقل طائرة تتحرك بسرعة $150\ ms^{-1}$ ، فإذا كانت

١- الطائرة تتحرك فى نفس اتجاه الصوت، فان السرعة التى يرصدها المراقب الموجود فى الطائرة تكون $170\ ms^{-1}$

٢- الطائرة تتحرك عكس اتجاه الصوت، فان السرعة التى يرصدها الماقب الموجود فى الطائرة تكون $470\ ms^{-1}$.

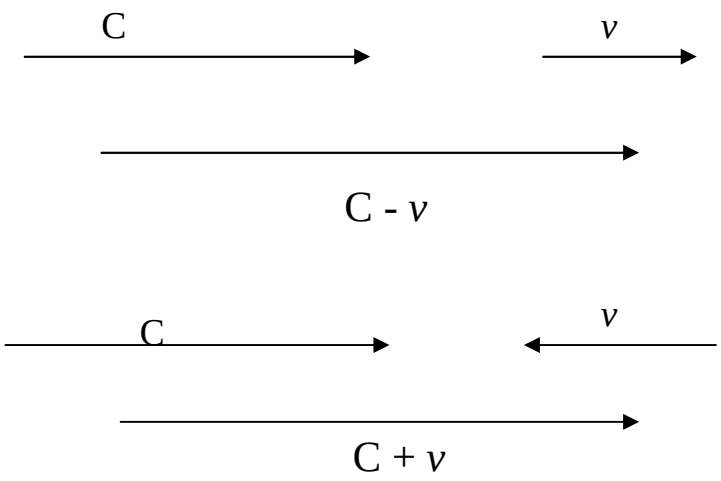
وهذه النتيجة طبيعية و منطقية لان موجات الصوت هى موجات ميكانيكية ولذلك تحتاج وسط لكى تنتقل من خلاله.

4- فشل تحويلات جاليليو

فشلت هذه التحويلات فى اثبات عدم تغير قوانين الكهرومغناطيسية و خاصة نظرية انتشار الضوء.

مثال: طبيعة انتشار الضوء

نفترض نبضة ضوئية تتحرك بسرعة C فى وسط (سمى قديما الأثير)، فإذا كان هناك راصد فى إطار هذا الوسط فانه سوف يقيس سرعة الضوء على أنها C. أما إذا كان هناك راصد أخر فى إطار مرجعى أخر و يتحرك بسرعة نسبية مقدارها v بالنسبة للإطار الأول، فان ذلك الراصد سوف يعين سرعة الضوء بالعلاقة $C - v$ إذا كان متحركا مع اتجاه النبضة الضوئية و سوف يعينها من العلاقة $C + v$ إذا كان متحركا عكس اتجاه النبضة الضوئية كما هو موضح بالشكل.



و معنى هذا أن سرعة الضوء ليست ثابتة و تختلف من إطار الى أخر و أنها ثابتة فى إطار قصورى وحيد وهو الأثير.

هذا و حاول العلماء فى نهاية القرن التاسع عشر إثبات وجود الأثير عن طريق قياس سرعة الضوء فى أنظمة قصورية مختلفة و ملاحظة اختلاف النتائج و هل يوجد نظام وحيد تكون فيه سرعة الضوء غير سرعته فى الأثير (C). و كان العالمان ميكلسون و مورلى هما أول من أجرى مثل هذه التجارب. و كانت ت المفاجئة أن سرعة الضوء فى كل الأطر القصورية ثابتة و لا تعتمد على الإطار أو الراصد او حتى المصدر الضوئى. و فشلت كل هذه التجارب فى إيجاد هذا الوسط. وللدهشة فان هذه النتائج المعملية قد وضعها اينشتين على صورة فرضه الثانى فى النظرية النسبية الخاصة. و نلاحظ أن جميع هذه التجارب أجريت مع الأخذ فى الاعتبار صحة تحويلات جاليليو أو لاثبات صحة هذه التحويلات.

و بذلك فان الفرض الثانى لاينشتين يتعارض مع تحويلات جاليليو. و الآن يجب أن يكون لدينا تحويلات معينة تتفق و فروض اينشتين و مع النتائج العملية أيضا.

V- تحويلات لورنتز Lorentz transformations

1- تحويلات لورنتز للإحداثيات

نفرض إطاران مرجعيان ساكنان S, S' و النظام S' يتحرك بسرعة منتظمة v فى الاتجاه الموجب لمحور X كما هو موضح من الرسم (انظر تحويلات جاليليو).فإذا وقع حدث معين (وميض مثلا) عند النقطة A و أن هناك مراقبين رصدا هذا الحدث بحيث أن $t = t' = 0$ عندما كانت o' منطبقة على o أى عندما $x = x' = 0$. اذا اصدر المراقب الموجود فى S' وميضا فانه بعد زمن t' يجد نفسه هذا المراقب فى مركز كرة ضوئية نصف قطرها $r' = ct'$ حيث c سرعة الضوء. و معادلة هذه الكرة على الصورة

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 = r'^2 = (ct')^2 \qquad (11)$$

و بالمثل يجد نفسه المراقب S بعد زمن t فى مركز كرة ضوئية معادلتها هى :

$$x^2 + y^2 + z^2 = r^2 = (ct)^2 \qquad (12)$$

نلاحظ من المعادلتين السابقتين أن سرعة الضوء واحدة لم تتغير بالنسبة للمراقبين أو بالنسبة للإطارين، و هذا يتفق مع الفرض الثانى للنظرية النسبية

الخاصة. و نلاحظ أيضا أن معادلة الدائرة لها نفس الصيغة الرياضية فى الحالتين و هذا يتوافق مع الفرض الأول لأينشتين.

التحويلات المطلوبة هى عبارة عن المعادلات التى تربط بين المتغيرات (x , y , z, t) و المتغيرات $(x^{/} , y^{/}, z^{/}, t^{/})$ و التى يمكن من خلالها تحويل أى من المعادلتين إلى المعادلة الأخرى.

و بدراستنا للإطارين المرجعيين $S, S^{/}$ نلاحظ أن الاختلاف بين المعادلتين السابقتين يرجع فقط الى المتغيرات (x , t) و $(x^{/} , t^{/})$. و بذلك فان معادلات التحويل $y = y^{/}$ و $z = z^{/}$ لا ينتج عنها أى اختلاف (حيث أن الفضاء متماثل). و بسبب تماثل الفضاء و انتظام قوانين الطبيعة فيمكن افتراض أن معادلات التحويل بين المتغيرات (x , t) و $(x^{/} , t^{/})$ هى معادلات خطية يمكن أن تكتب على الصورة:

$$x' = a_1 x + a_2 t \qquad (13)$$

$$t' = b_1 x + b_2 t \qquad (14)$$

حيث أن $a_1, a_2 , b_1 b_2$ هى ثوابت يجب تعينها لمعرفة معادلات التحويل.

و عندما يكون $x^{/} = 0$ أى فى مركز الإسناد $S^{/}$ يكون $x = v\ t$ و بالتعويض بهذه القيمة فى المعادلة (١٣) نحصل على:

$$x' = a_1 x - a_1 vt = a_1 (x - vt) \qquad (15)$$

و بالتعويض من المعادلتين (١٤) و (١٥) فى المعادلة (١١) مع الأخذ فى الاعتبار أن $y = y'$ و $z = z'$ يمكننا الحصول على:

$$a_1^2 (x - vt)^2 + y^2 + z^2 = c^2 \left(b_1 x + b_2 t \right)^2$$

و هذه المعادلة تاخذ الصورة الأتية:

$$\left(a_1^2 - c^2 b_1^2 \right) x^2 + y^2 + z^2 = \left(c^2 b_2^2 - a_1^2 v^2 \right) t^2 + 2xt \left(v a_1^2 + b_1 b_2 c^2 \right)$$

(16)

و بمقارنة معاملات المعادلتين (١٦) و (١٢) نحصل على:

$$a_1^2 - c^2 b_1^2 = 1 \qquad (17)$$

$$c^2 b_2^2 - a_1^2 v^2 = c^2 \qquad (18)$$

$$b_1 b_2 c^2 + a_1^2 v = 0 \qquad (19)$$

و بحل المعادلات الثلاثة الأخيرة يمكننا الحصول على:

$$a_1 = b_2 = 1 \Big/ \sqrt{\left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)} \qquad (20)$$

$$b_1 = - \frac{v}{c^2} \Big/ \sqrt{\left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)} \qquad (21)$$

و بالتعويض من المعادلة (٢٠) فى المعادلة (١٥) نحصل على العلاقة الاتية:

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - (v^2/c^2)}} = \gamma (x - vt) \qquad (22)$$

حيث أن

$$\gamma = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2}$$

و يسمى γ معامل لورنتز.

و بالتعويض من المعادلتين (٢٠)و (٢١) فى المعادلة (١٤) نحصل على العلاقة:

$$t' = \gamma \left(t - \frac{vx}{c^2}\right) \qquad (23)$$

و بذلك تصبح معادلات التحويل هى:

$$\begin{aligned} x' &= \gamma (x - vt) \\ y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= \gamma \left(t - \frac{vx}{c^2}\right) \end{aligned} \longrightarrow \qquad (24)$$

تعرف هذه المعادلات الأربعة بتحويل لورنتز نسبة للعالم الهولندى Lorentz و الذى حصل عليها عام ١٩٠٣ أى قبل النظرية النسبية لأينشتين بعامين. هذا

و قد حصل لورنتز على هذه المعادلات أثناء دراسة حركة الجسيمات المادية فى المجال الكهرومغناطيسى. و لكن لم يفطن لورنتز إلى أهمية هذه المعادلات، حيث استخدم السرعة v لكى تعبر عن سرعة الجسيم بالنسبة للأثير (و الذى لا وجود له فى الحقيقة). و عندما جاءت النظرية النسبية لأينشتين و استخدمت هذه المعادلات بمعالجة مختلفة، حيث تشير v فى هذه الحالة أن النظام S' يتحرك بسرعة منتظمة v بالنسبة للنظام S .
و لذلك تسمى هذه المعادلات أحيانا معادلات **لورنتز – أينشتين** و التى تعتبر الأساس للنظرية النسبية لأينشتين.

و يمكننا الحصول **تحويل لورنتز – أينشتين العكسى** إذا افترضنا أن إطار الإسناد S' يتحرك بسرعة v- بالنسبة لإطار الإسناد S. و يمكننا ذلك رياضا بالتعويض عن v ب v- و نستبدل القيم ذات الشرطة بنظيراتها بدون شرطة كما يلى

$$\begin{aligned} x &= \gamma\left(x' + vt'\right) \\ y &= y' \\ z &= z' \\ t &= \gamma\left(t' + \frac{vx'}{c^2}\right) \end{aligned} \longrightarrow \quad (25)$$

ملاحظات على معادلات لورنتز – أينشتين:

١) من العلاقة الأخيرة من المعادلة (٢٤) نلاحظ أن الزمن (t') ليس مطلقا كما أشار من قبل جاليليو بل أنه يتوقف على المقداريين x و t .و هذا ما يؤكد أن أى حدث لابد من تمثيله بأربع أحداثيات للزمان و المكان (x, y, z,. t) أى أن الزمان و المكان غير منفصلين بل يدخلان فى نسيج واحد فى النظرية النسبية لأينشتين.

٢) إن معادلات جاليليو تعتبر حالة خاصة من لورنتز – أينشتين،أى أن مبدأ التناظر هنا موجود. حيث أنه عندما يكون $v << c$ فان معامل لورنتز $\gamma \approx 1$ و كذلك $vx/c^2 \approx 0$ و بذلك تؤول معادلات لورنتز – أينشتين إلى معادلات جاليليو. و بذلك يمكننا القول أن تحويل لورنتز – أينشتين هو تحويل عام و يكون صحيحا فى جميع الحالات بينما يقتصر استعمال تحويل جاليليو على السرعات العادية التى نستخدمها فى حياتنا اليومية.

٣) يلاحظ أيضا من معادلات تحويل لورنتز – أينشتين أنه لا توجد سرعة أكبر من سرعة الضوء لأن المقدار $\sqrt{\left[1-v^2/c^2\right]}$ يصبح تخيليا عندما $v > c$.

2- تحويل لورنتز للسرعة

لكى نستنتج معادلات تحويل السرعة للورنتز تفرض أن جسما يتحرك بسرعة منتظمة (أى أن العجلة المؤثرة عليه تساوى صفر) موجود فى الإطار المرجعى S' عند النقطة X'_1 فى الزمن t'_1 و عند النقطة X'_2 عند الزمن t'_2 و من ثم تكون سرعته المقاسه فى الإطار المرجعى S' هى U'_X و تعطى من المعادلة

$$v'_x = \frac{dx'}{dt'} \qquad (26)$$

و من المعادلة (٢٤) نستنتج أن:

$$dx' = \gamma (dx - v dt) \qquad (27)$$

$$dt' = \gamma \left(dt - \frac{v}{C^2} dx \right) \qquad (28)$$

و بالتعويض من هاتين المعادلتين فى المعادلة (٢٦) نحصل على:

$$v'_x = \frac{dx'}{dt'} = \frac{dx - v dt}{dt - \frac{v}{c^2} dx}$$

$$\therefore \quad v'_x = \frac{\frac{dx}{dt} - v}{1 - \frac{v}{c^2}\frac{dx}{dt}} \qquad (29)$$

و لكن $\frac{dx}{dt}$ هى مركبة السرعة v_x للجسم مقاسه فى الاطار المرجعى S

و بذلك تكتب المعادلة (٢٩) على الصورة:

$$\therefore \quad v'_x = \frac{v_x - v}{1 - \frac{v v_x}{c^2}} \qquad (*)$$

أيضا يمكننا استنتاج معادلات لورنتز لتحويل السرعة فى الاتجاهين y, z

حيث أن

$$v'_y = \frac{dy'}{dt'} = \frac{dy}{dt'} = \frac{v_y}{dt'/dt} \quad , \quad v'_z = \frac{dz'}{dt'} = \frac{dz}{dt'} = \frac{v_z}{dt'/dt}$$

و بالتعويض من المعادلة (٢٨) فى هاتين المعادلتين نحصل على:

$$v'_y = \frac{v_y}{\gamma\left(1 - \frac{v\,v_x}{C^2}\right)} \qquad (**)$$

$$v'_z = \frac{v_z}{\gamma\left(1 - \frac{v\,v_x}{c^2}\right)} \qquad (***)$$

و تسمى المعادلات (*) و (**) و (***) معادلات لورنتز لتحويل السرعة.

$$v'_x = \frac{v_x - v}{1 - \frac{v v_x}{c^2}}$$

$$v'_y = \frac{v_y}{\gamma\left(1 - \frac{v\,v_x}{c^2}\right)}$$

$$v'_z = \frac{v_z}{\gamma\left(1 - \frac{v\,v_x}{c^2}\right)}$$

تحويلات لورانتز للسرعة (30)

و نلاحظ بدهشة أن مركبات السرعة فى الاتجاهين y, z لجسم بالنسبة للراصد فى الإطار S' تعتمد على مركبة السرعة فى اتجاه x المقاسة بواسطة الراصد فى الإطار S .

و من هذه المعادلة نستنتج أيضا، أنه إذا وصلت سرعة الجسم إلى سرعة الضوء نجد أن

$$v'_x = \frac{c - v}{1 - \frac{vc}{c^2}} = \frac{c - v}{c^2 - vc} c^2$$
$$= c$$

و معنى هذا أنه إذا كانت سرعة الجسم تساوى c بالنسبة لمشاهد فى الإطار المرجعى S فهى تساوى c أيضا بالنسبة لمشاهد فى إطار مرجعى آخر S' و هذا يتمشى مع افتراض أينشتين الثانى حيث أن سرعة الضوء مقدار ثابت فى كل الأطر المرجعية.

و لكى نوجد تحويل لورانتز العكسى للسرعة نضع فى المعادلة (٢٨) v بدل $-v$ و نستبدل المركبات ذات الشرطة بنظيراتها بدون شرطة

$$v'_x = \frac{v_x - v}{1 + \frac{v v_x}{c^2}}$$

$$v'_y = \frac{v_y}{\gamma\left(1 + \frac{v v_x}{c^2}\right)}$$

تحويلات لورانتز العكسية للسرعة (31)

$$v'_z = \frac{v_z}{\gamma\left(1 + \frac{v\,v_x}{c^2}\right)}$$

مثال:

سفينة فضائية تتحرك بسرعة $0.8c$ بالنسبة لمشاهد على الأرض (أى فى لاطار S) فإذا اطلق صاروخ من هذه السفينة فى اتجاه X الموجب بسرعة $0.7\,c$ بالنسبة للسفينة (أى بالنسبة للاطار S') فكم تكون سرعة ذلك الصاروخ بالنسبة للمشاهد على الأرض.

الحل:

باستخدام المعادلة الاولى من العلاقة (٣١)

$$v_x = \frac{0.7c + 0.8\,c}{1 - \frac{0.7c \times 0.8c}{c^2}} = 0.9615c$$

3- تمدد الزمن فى الإطار الثابت

لاحظنا مما سبق أن الوقت المقاس يختلف باختلاف الأطر المرجعية كما تختلف الفترات الزمنية بين حدثين. و فيما يلى سوف نشتق العلاقة بين الفترات الزمنية المقاسه فى إطارين قصوريين مختلفين.

لهذا نعتبر إطارين R و 'R حيث 'R يتحرك بسرعة v في الاتجاه-X وكذلك نعتبر حدث ما يتحرك مع الإطار'R بنفس السرعة و إذا إعتبرنا أن 'dt مدته

في الإطار R' فإن dt هي مدته في الإطار R التي ترتبط ب dt' حسب التحويلات العكسية للورنتز: $dt = \gamma\left(dt' + \frac{v\,dx'}{c^2}\right)$

و بما أن الحدث ملتصق ب R' فإن: $dx'=0$

مما يؤدي إلى: $dt = \gamma\, dt'$

و عند الأزمنة الطويلة نكتب: $\Delta t = \gamma \Delta t'$

و حيث γ أن أكبر من الواحد فان Δt اكبر من $\Delta t'$.

مما سبق نستنتج أن الزمن الذى يحسبه المراقب الموجود على الأرض أكبر من الزمن الذى يحسبه المراقب الموجود فى العربة و هذا ما يسمى باستطالة أو تمدد الوقت Time Dilation.

الأدلة التجريبية على حقيقة تمدد الزمن

استطالة الوقت ظاهرة حقيقية تم التحقق من وجودها بالعديد من الأدلة لعل من أبرزها

١- وجود الميونات muons على سطح الأرض. و الميونات هى جسيمات أولية غير مستقرة لها شحنة تساوى شحنة الإلكترون و كتلتها أكبر من كتلة الإلكترون ب 207 مرة و تنتج من الأشعة الكونية فى طبقات الجو العليا و فترة عمر النصف لها 2.2 ميكروثانية إذا قيست بساعة فى إطارها المرجعى (أى ساعة تتحرك مع الميونات).

فإذا كانت سرعة الميونات 0.99 من سرعة الضوء فانه سوف يقطع فى فترة عمر النصف مسافة 653.4 m قبل أن يضمحل أى أنه سوف يضمحل

قبل وصوله إلى سطح الأرض. إلا أن العديد من التجارب قد بينت أن العديد من الميونات تصل إلى سطح الأرض.

و يمكن تفسير ذلك على أساس ظاهرة تمدد الزمن، فإذا قسنا فترة عمر النصف بساعة على الأرض سنجد أنها تساوى γ t و بذلك تكون فترة عمر النصف طبقا للساعة الأرضية 15.59 ميكروثانية و المسافة التى يقطعها الميون خلال تلك الفترة هى 4631.82 m و هى مسافة كافية لكى يصل إلى سطح الأرض قبل أن يضمحل.

٢- فى أكتوبر عام ١٩٧٧ قام العالمان جوزيف هافل و ريتشارد كيتنج بوضع مجموعة من الساعات الذرية، و الساعة الذرية هى ساعة تصل دقتها إلى 10^{12} من الثانية و هى تستخدم كمقياس معيارى للوقت و تستخدم فيها ذرات السيزيوم داخل طائرة ركاب. و طافت هذه الطائرة مرتين حول الأرض و كان الهدف من ذلك هو اختبار صحة ظاهرة تمدد الزمن. وقد حصل العالمان على نتائج تتوافق مع المعادلة (٤) مما يؤكد ظاهرة تمدد الزمن.

<u>التناقص الظاهرى للتوائم</u>

إذا افترضنا وجود تؤمين (A و B) على سطح الأرض و كان عمر كل منهما ٢٠ عاما، فإذا افترضنا أن أحدهما (A مثلا) سافر إلى أحد النجوم بمركبة فضاء بسرعة 0.91 من سرعة الضوء ثم عاد إلى الأرض بعد ان قضى فترة زمنية مقدارها 5 سنوات (بحساب التوءم A)، فيكون عمره 25 عام. السؤال كم هو عمر أخيه التوءم الموجود على الأرض (B).للإجابة على هذا السؤال يجب حساب فترة الخمس سنوات بحسابات التوءم (B) وهى وفقا للمعادلة (٤) تكون:

$$t = \frac{5}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{5}{\sqrt{1-0.8281}} = \frac{5}{\sqrt{0.1719}} = 12 \ \text{year}$$

و بذلك يكون عمر التوءم B هو 32 عاما و ليس 25 عاما مثل أخيه.

و السؤال الذى يطرح نفسه الآن أيهما السن الحقيقى؟

4- تقلص الطول في الإطار المتحرك

لقد وجدنا أن الفترات الزمنية ليست مطلقة بل تختلف باختلاف الأطر المرجعية التى تقاس منها. و نفس الشئ بالنسبة للأطوال فهى أيضا تعتمد على الإطار المرجعى الذى تقاس فيه. و الطول الحقيقى هو الطول كما يقاسه شخص متواجد مع الجسم فى إطار مرجعى واحد و من ثم يكون الجسم ساكنا بالنسبة له. أما طول الجسم الموجود فى إطار مرجعى متحرك بالنسبة للشخص الذى يقيس فيكون أقل من الطول الحقيقى و هذا ما يسمى بتقلص أو انكماش الطول Length Contraction كما سوف نرى فى الجزء الآتي.

نفرض أن مركبة فضائية تتحرك بسرعة v من كوكب لأخر و داخلها مراقب يريد حساب المسافة بين الكوكبين (هذا المراقب يكون فى إطار متحرك بالنسبة للكوكبين). و إذا كان هناك مراقب أخر موجود على الأرض (أى فى إطار ثابت بالنسبة للمركبة و أيضا بالنسبة للكوكبين) و يريد حساب المسافة بين الكوكبين. فإذا افترضنا أن المراقب الموجود على الأرض قاس هذه المسافة فى زمن مقداره t و وجدها L و هو الطول الحقيقى. و السؤال الآن كيف سيقيس المراقب الموجود فى المركبة الطول بين الكوكبين.

نظرا لتمدد الزمن فان المراقب الموجود فى المركبة يجد أنه يقيس هذه المسافة فى زمن $\Delta t'$ أقل من الزمن Δt. و فى هذه الحالة سوف تكون المسافة بين الكوكبين هى L'.

$$L' = v\,\Delta t' \qquad (5)$$

و بالتعويض من المعادلة (4) فى المعادلة (5) نحصل على:

$$L' = \frac{v\,\Delta t}{\gamma} \qquad (6)$$

و حيث أن المقدار $v\,\Delta t$ يمثل الطول الحقيقى (L)، فان المعادلة (6) تأخذ الشكل الآتي:

$$L' = \frac{L}{\gamma} \qquad (7)$$

و حيث أن γ أكبر من الواحد فان الطول الظاهرى (L') يكون أقل من الطول الحقيقى (L) و هذا ما يسمى انكماش الطول.

إذن المسافر فى قطار تصل سرعته إلى 0.8 c من سرعة الضوء مثلا سوف يرى رصيف محطة القطار أقصر مما يراه الواقف على الرصيف و كذلك الواقف على الرصيف سوف يرى القطار أقصر مما يراه راكب القطار.

مثال

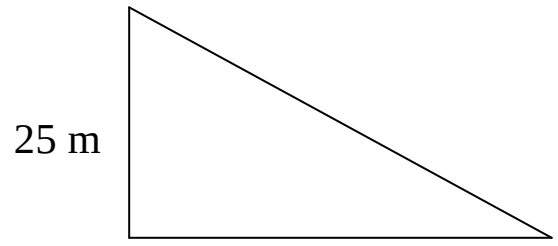
سفينة فضائية على شكل مثلث قائم الزاوية، عندما كانت فى حالة سكون كان ارتفاعها 25 متر و طولها 50 متر. فما هو شكل السفينة بالنسبة لمشاهد على الأرض عندما تتحرك بسرعة 0.95 من سرعة الضوء.

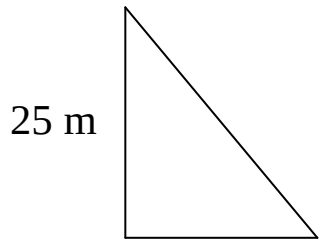
الحل

المشاهد يرى طول السفينة قد تقلص ليصبح

$$L = 50 \times \sqrt{1 - \frac{(0.95\,C)^2}{C^2}} = 15.6\,m$$

أما ارتفاع السفينة فلا يتغير حيث أنه متعامد على اتجاه الحركة كما هو موضح بالرسم.





مثال (٢)

سجل مراقب داخل صاروخ فترة زمنية مقدارها t_0 بين وقوع حدثين مستخدما الساعة التى معه. و سجل مراقب اخر موجود على الأرض الفترة الزمنية بين هذين الحدثين مستخدما الساعة التى معه فوجدها t . احسب السرعة التى يتحرك بها الصاروخ عندما $t = 2\,t_0$.

5- نسبية الكتلة وكمية الحركة Relativistic mass and momentum

تعرف كمية الحركة النسبية لجسم سرعته v من خلال المعادلة

$$\vec{P} = m\,\vec{v} \qquad (1)$$

و تسمى m فى هذه الحالة بالكتلة النسبية للجسم، و حسب التعريف تكون الكتلة النسبية هى تلك الكمية الفيزيائية التى يجب ضربها فى متجه السرعة $\vec{v}$ لكى تعطى متجه كمية الحركة $\vec{P}$. بشرط أن يكون مجموع كمية الحركة لنظام معزول كمية ثابتة (محفوظ). و لقد وجد انه لكى نحافظ على قانون بقاء كمية الحركة صالحا فى الفيزياء النسبية يستلزم أن نطبق تحويلات لورنتز للسرعة و يجب أيضا أن تؤول كمية الحركة النسبية العلاقة (١) الى كمية الحركة الكلاسيكية و التى تعطي من

$$\vec{P} = m_0\,\vec{v} \qquad (2)$$

حيث m_0 هي الكتلة عند سرعات صغيرة ($v << C$) و ذلك بتطبيق مبدأ التناظر. و لكى يتحقق ذلك سوف نكون أمام خيار و حيد و هو مبدأ الكتلة النسبية، أي بصدد التعامل مع كتلة الجسم على أنها كمية ليست ثابتة و لكنها تعتمد بطريقة ما على سرعة الجسم.

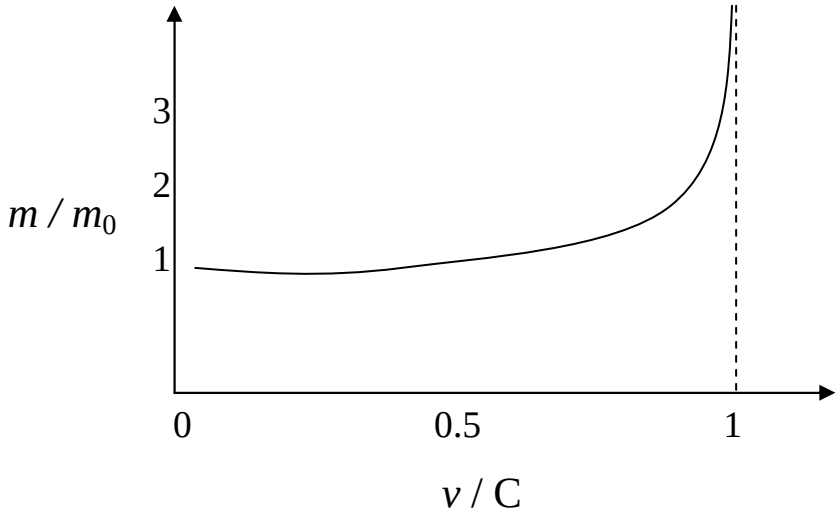
و لقد وجد أن الكتلة النسبية للجسم تعطى من العلاقة:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \gamma m_0 \qquad (3)$$

وبذلك تكتب كمية الحركة النسبية على الصورة:

$$\vec{P} = m\vec{v} = \frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \qquad (4)$$

حيث m_0 كمية ثابتة (أي بالنسبة للاطار المرجعى 'S) و هى لا تعتمد على السرعة. و لقد أوضحت التجارب العملية لجسيمات تقترب سرعتها من سرعة الضوء صحة العلاقة (٤)



إذ أن الجسم الذى تميل كتلته إلى حد لا نهائي (أى لا يمكن تحريكه) تؤول سرعته لسرعة الضوء. و معنى ذلك أن سرعة الضوء هى الحد الأقصى للسرعات، ولا يمكن لجسم أن تزداد سرعته عن سرعة الضوء.

و من العرض السابق فان قانون نيوتن الثانى يمكن أن يأخذ شكل و مفهوم جديد من وجهة نظر النظرية النسبية.

قانون نيوتن الثانى من وجهة نظر النسبية

يمكننا إعادة صياغة قانون نيوتن الثانى من وجهة نظر النظرية النسبية الخاصة. حيث ينص هذا القانون على أن مقدار التغير فى كمية الحركة يساوى القوة المؤثرة.

$$F = \frac{dP}{dt} = \frac{d\,mv}{dt} \qquad (5)$$

و من وجهة نظر الفيزياء الكلاسيكية أن السرعة هى فقط التى تعتمد على الزمن و لكن من دراستنا السابقة للنظرية النسبية وجدنا أن كل من السرعة و الكتلة تتغير مع الزمن، و لذلك تأخذ المعادلة السابقة الشكل التالى (من وجهة نظر النسبية الخاصة):

$$F = m\frac{dv}{dt} + v\frac{dm}{dt} \qquad (6)$$

و تعتبر هذه العلاقة هى العلاقة الصحيحة لقانون نيوتن الثانى.

6- نسبية الطاقة

من المعروف لدينا أن الطاقة الكلية لجسم هى مجموع طاقتى الوضع و الحركة.

و تعرف طاقة الحركة (من وجهة نظر الفيزياء الكلاسيكية) أنها الشغل المبذول فى إحضار جسم من حالة السكون إلى سرعته النهائية v.

و بالتالي عند تحرك جسم بمسافة $vdt=dl$ فإن الشغل يكتب:

$$\begin{aligned}\delta W &= F\,dl \\ &= (m\frac{dv}{dt}+v\frac{dm}{dt})v\,dt \\ &= mv\,dv+v^2\,dm\end{aligned}$$

و بما أن $m=\dfrac{m_0}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$

فإن

$$\begin{aligned}dm &= \frac{m_0}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}\frac{vdv}{c^2-v^2} \\ &= m\frac{vdv}{c^2-v^2}\end{aligned}$$

هذا يؤدي إلى الكتابة :

$$mv\,dv=(c^2-v^2)dm$$

و بالتالي

$$\begin{aligned}\delta W &= (c^2-v^2)dm+v^2\,dm \\ &= c^2\,dm\end{aligned}$$

يعني أن الشغل الكامل يكتب : $W = c^2\Delta m=(m-m_0)c^2$

مما يخلص إلى كتابة الطاقة النسبية للحركة كما يلي: $E_c = (m-m_0)c^2$

كما يمكن كتابة هذه العلاقة على النحو التالي :

$$mc^2 = m_0 c^2 + E_c$$

حيث تعرف $E=mc^2$ بالطاقة النسبية الكلية للجسيم المتحرك. أما $E_0=m_0 c^2$ فهي طاقة النسبية للجسيم في حالة السكون أي عندما يكون $m=m_0$ و عندها يمكن كتابة : $E = E_0 + E_c$.

و عند الأخذ في الإعتبار العلاقة بين السرعة و كمية الحركة يمكن الحصول على العلاقة: $E^2 = P^2 c^2 + m_0^2 c^4$.