Midterm 2 (2ed term(1432-1433))

Cal.1 Sec : .....

Mark: ____/12

Time: 30 min.

جامعة الدمام
UNIVERSITY OF DAMMAM

Name: .....

ID: .....

Q1: Choose the correct answer in the following

(1) The slope of the graph of the function $y = (x - 2)(x^2 + 1)^{-1}$ at $(0 , 2)$ is

(a) 1 (b) $\frac{1}{4}$ (c) $\frac{-1}{4}$ (d) -1

(1mark)

(2) The derivative of the function $y = \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 1}$ is

(a) $\frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1)^2}$ (b) $\frac{2}{(\sqrt{x} - 1)^2}$ (c) $\frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)^2}$ (d) $\frac{2}{(\sqrt{x} + 1)^2}$

(1mark)

(3) The derivative of the function $y = x^2 \sin x \cos x$ is

(a) $2\sin x \cos x + x^2 \cos^2 x - x^2 \sin^2 x$

(b) $2x \sin x \cos x + x^2 \cos^2 x - x^2 \sin^2 x$

(c) $2x \sin x \cos x + \cos^2 x - \sin^2 x$

(d) $2x \sin x \cos x - x^2 \cos^2 x + x^2 \sin^2 x$

(1mark)

(4) The derivative of the function $y = \sqrt{4 + x \sec x}$ is

(a) $\frac{x \sec x \tan x + \sec x}{2\sqrt{4 + x \sec x}}$

(b) $\frac{x \sec x \tan x + \sec x}{2(4 + x \sec x)}$

(c) $\frac{1}{2\sqrt{4 + x \sec x}}$

(d) $x \sec x \tan x + \sec x$

(1mark)

عدد الاسئلة ٥(تأكدي من حل جميع الاسئلة) مع دعواتي لك بالتوفيق

Q2: Find $\frac{dy}{dx}$ where $y = (\csc x + \cot x)(\csc x - \cot x)$

(2marks)

Q3: Find $\frac{dy}{dx}$ where $y = \cos(\tan e^{x^2})$

(2marks)

Q4: Find $\frac{dy}{dx}$ where $y = \sqrt{2}\, e^{\sqrt{2}x^2} + \csc^2 x^2$

(2marks)

Q5: : Find $\frac{dy}{dx}$ where $y = \left(\frac{\cos x}{\sin x + 1}\right)^2$

(2marks)

عدد الاسئلة ٥(تأكدي من حل جميع الاسئلة) مع دعواتي لك بالتوفيق

Q1. ①

$$y = (2-x)(1+x^2)^{-1}$$

مشتقة حاصل ضرب $y' = (2-x)\cdot(-1)(1+x^2)^{-2}\cdot 2x + (1+x^2)^{-1}\cdot(-1)$

وذا الأس (-1) أصبح معامل $= \frac{-2x(2-x)}{(1+x^2)^2} \cdot \frac{1}{1} \cdot \frac{1-x^2}{1-x^2}$

ثم توحيد مقامات

$$= \frac{-4x+2x^2-1-x^2}{(1+x^2)^2} = \frac{x^2-4x-1}{(1+x^2)^2}$$ ∴ d

② $$y = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+5}$$

$$y' = \frac{(\sqrt{x}+5)\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}} - (\sqrt{x}-1)\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}}}{(\sqrt{x}+5)^2}$$

$= \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}(\sqrt{x}+5-\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}+5)^2} = \frac{3}{2\sqrt{x}} \cdot \frac{1}{(\sqrt{x}+5)^2}$ ضرب طرفين ← أضرنا عامل مشترك

$$= \frac{3}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+5)^2}$$ ∴ a

③

$$y = x^2 \sin x \cdot \cos x$$

الأولى ← x^2

الثانية ← sin · cos $y' = x^2(\sin x\cdot(-1)\sin x + \cos x\cdot\cos x) + \sin x\cdot\cos x\cdot 2x$

وبعدها نستغل لضرب...

$$= x^2(-\sin^2 x + \cos^2 x) + 2x\cdot\sin x\cdot\cos x$$

∴ b

④

$$y = \sqrt{4 + x\sec x}$$

مشتقة ما بداخل الجذر ÷ (2 × الجذر نفسه) = مشتقة الجذر

$$y' = \frac{x \cdot \sec x \cdot \tan x + \sec x}{2\sqrt{4 + x\sec x}}$$

Q2.

$$y^2 = (\sec x + \tan x)(\sec x - \tan x)$$

أولاً نضرب القوسين.

$$y^2 = \sec^2 x - \tan^2 x$$

ثم التفاضل الضمني + أقسم الطرفين على 2y

$$2y\frac{dy}{dx} = \frac{\overbrace{(2\sec x \cdot \sec x \cdot \tan x)}^{2\sec^2 x} - 2\tan x \cdot \sec^2 x}{2y}$$

تم تعويضه وتقسيمه...

ملاحظة البسط = صفر

$$= \frac{\overbrace{2\tan x \cdot \sec^2 x - 2\tan x \cdot \sec^2 x}^{=0}}{2\sqrt{\sec^2 x - \tan^2 x}} = \text{صفر}$$

Q3.

$$y = \cos(\cot e^{x^2})$$

$$y' = -\sin(\cot e^{x^2}) \cdot (-\csc(e^{x^2})) \cdot (e^{x^2} \cdot 2x)$$

مشتقة الدالة . مشتقة الزاوية

مشتقة الدالة × مشتقة الزاوية

$$= -\sin(\cot e^{x^2}) \cdot (-\csc(e^{x^2})) \cdot 2x e^{x^2}$$

Q5 ii $y = (x+1)(x^2+1)(x-1)$

طريقة مشتقة اللوغاريتم $\ln y = \ln(x+1) + \ln(x^2+1) + \ln(x-1)$

بالاشتقاء $\frac{1}{y}\frac{dy}{dx} = \frac{1}{(x+1)} + \frac{2x}{(x^2+1)} + \frac{1}{(x-1)}$ (ضرب yx)

الضرب بـ y لكلا الطرفين ثم التعويض عنها بالمعادلة الأصلية $= \frac{1}{(x+1)} + \frac{2x}{(x^2+1)} + \frac{1}{(x-1)} \cdot \left[(x+1)(x^2+1)(x-1)\right]$

بالتوفيق للجميع
عائشة الحمودي

Q4.

$$y = \sqrt{2}\, e^{\sqrt{2}x^2} + \csc^2 x^2$$

$$y' = \sqrt{2} \cdot e^{\sqrt{2}x^2} \cdot \sqrt{2} \cdot 2x + 2\csc x^2 \cdot (-\csc x^2 \cdot \cot x^2) \cdot 2x$$

- $\sqrt{2}$ ← ثابت
- $e^{\sqrt{2}x^2}$ ← الدالة الأسية نفسها
- $\sqrt{2} \cdot 2x$ ← مشتقة الأس
- $2\csc x^2$ ← مشتقة الدالة ككل
- $(-\csc x^2 \cdot \cot x^2)$ ← مشتقة الدالة المثلثية
- $\csc x^2$ ← لا يوجد 2 فوق csc
- $2x$ ← مشتقة الزاوية

$$= \sqrt{2} \cdot e^{\sqrt{2}x^2} \cdot \sqrt{2} \cdot 2x - 2\csc^2 x^2 + (2)\csc x^2 \cdot \cot x^2 \cdot (2x)$$

$(2) \cdot (2x) = 4x$

Q5. i

$$y = \left[\frac{\sin x}{\cos x - 1}\right]^2$$

$$y' = 2\left[\frac{\sin x}{\cos x - 1}\right] \cdot \left[\frac{(\cos x - 1)\cdot \cos x - \sin x \cdot (-\sin x)}{(\cos x - 1)^2}\right]$$

① من المتطابقات.

$$= \frac{2\sin x}{(\cos x - 1)} \cdot \frac{(\cos^2 x - \cos x + \sin^2 x)}{(\cos x - 1)^2}$$

$$= \frac{(1 - \cos x) \cdot 2\sin x}{(\cos x - 1)^3}$$

الحين أطلع (-1) كعامل مشترك من قوسين البسط عشان أقدر أختصرها مع المقام.

$$= \frac{(\cos x - 1) \cdot -2 \sin x}{(\cos x - 1)^3}$$

(3) تصير 2

أختصر (cos x - 1) الموجودة في البسط مع وحدة من المقام

$$= \frac{-2\sin x}{(\cos x - 1)^2}$$

Mark: 12

جامعة الدمام
UNIVERSITY OF DAMMAM

ID: .....

Name: .....

Q1: Choose the correct answer in the following

(1) The graph of the function $y=(2x+1)^2$ is decreasing on

(a) $\left(\frac{1}{2},\infty\right)$ (b) $\left(-\infty,\frac{-1}{2}\right)$

(c) $\left(\frac{-1}{2},\infty\right)$ (d) (b) $(-\infty,-2)$

(1.5mark)

(2) There is a local minimum of the function which has the derivative $y' = x(x-1)$ at

(a) 1 (b) 0 (c) −1 (d) non

(1mark)

(3) The derivative of the function $y=(\sin 4x)^{3x}$ with respect to x is

(a) $3\,(\sin 4x)^{3x}(4x\cot 4x+\ln(\sin 4x))$ (b) $3\,(\sin 4x)^{3x}(4x\cos 4x+\ln(\sin 4x))$

(c) $3\,(\sin 4x)^{3x}(\cot 4x+4x\ln(\sin 4x))$ (d) $3\,(\sin 4x)^{3x}(4x\cot 4x+\ln(\cos 4x))$

(1.5mark)

(4) The derivative of $y=\ln(\tan^{-1}(2x^4))$ with respect to x is

(a) $\dfrac{8x^3}{(\tan^{-1}(2x^4))}$ (b) $\dfrac{8x^3}{(1+4x^8)}$

(c) $\dfrac{8x^3}{(\tan^{-1}(2x^4))(1+4x^8)}$ (d) $\dfrac{-8x^3}{(\tan^2(2x^4))(1+4x^8)}$

عدد الاسئلة ٤(تأكدي من حل جميع الاسئلة) مع دعواتي لك بالتوفيق د.عبده الزهراني د.منى الحامد

Q2: Find $\frac{dy}{dx}$ where $y = e^{\tan^{-1}\sqrt{x^2+1}}$

(2marks)

Q3: Find $\frac{dy}{dx}$ where $y = \cos^{-1} 2x + \sin^{-1}\left(\frac{1}{x^2}\right)$

(2marks)

Q4: Find $\frac{dy}{dx}$ where $y = x^x$

(2marks)

Q5: : Identify the intervals on which the function $y = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 2x + \frac{1}{3}$ is concave up and concave down

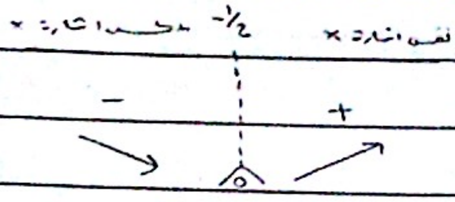
(2marks)

Q1. ① $y = (2x+1)^2$ is decreasing on

[illegible] $y = 4x^2 - 4x + 1 \Longrightarrow y' = 8x + 4$

[illegible] $y' = 0 \Longrightarrow 8x + 4 = 0 \Longrightarrow x = -\frac{1}{2}$ الإجابة الصحيحة.

$\therefore$ b

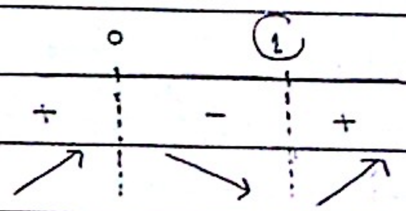


②. $y' = x(x-1)$

$\boxed{x = 0}$ ، $x - 1 = 0 \Longrightarrow \boxed{x = 1}$

الإجابة الصحيحة.

$\therefore$ a



③. $y = (\sin 4x)^{3x}$

$\ln y = 3x \ln \sin 4x$

$\Longrightarrow \frac{1}{y}\frac{dy}{dx} = 3x \cdot \frac{4\cos 4x}{\sin 4x} + \ln \sin 4x \cdot 3$

الإجابة الصحيحة.

$\Longrightarrow \frac{dy}{dx} = (12x \cdot \cot 4x + 3\ln \sin 4x) \cdot (\sin 4x)^{3x}$ (×y)

$\therefore$ a

$= 3(\sin 4x)^{3x} \cdot (4x \cdot \cot 4x + \ln \sin 4x)$

(1)

$$y = \ln\left(\tan^{-1}(2x^4)\right)$$

$$y' = \frac{\frac{1}{1+4x^8} \cdot 8x^3}{\tan^{-1}(2x^4)}$$

→ مشتقة داخل الـ ln (مشتقة الدالة الداخلية × مشتقة الزاوية)

→ داخل الـ ln

$$= \frac{8x^3}{(1+4x^8)\left(\tan^{-1}(2x^4)\right)}$$

∴ C

Q2.

$$y = e^{\tan^{-1}\sqrt{x^2+1}}$$

* مشتقة الدالة الأسية: ... الدالة نفسها × مشتقة الأس × ln الأساس.

$$y' = e^{\tan^{-1}\sqrt{x^2+1}} \cdot \frac{x}{(2+x^2)\sqrt{x^2+1}}$$

$$= \frac{x\, e^{\tan^{-1}\sqrt{x^2+1}}}{(2+x^2)\sqrt{x^2+1}}$$

ملاحظة...

= مشتقة الأس → $\tan^{-1}\sqrt{x^2+1} = \frac{1}{1+x^2+1} \cdot \frac{2x}{2\sqrt{x^2+1}} = \frac{x}{(2+x^2)\sqrt{x^2+1}}$

مشتقة الدالة الداخلية × مشتقة الزاوية.