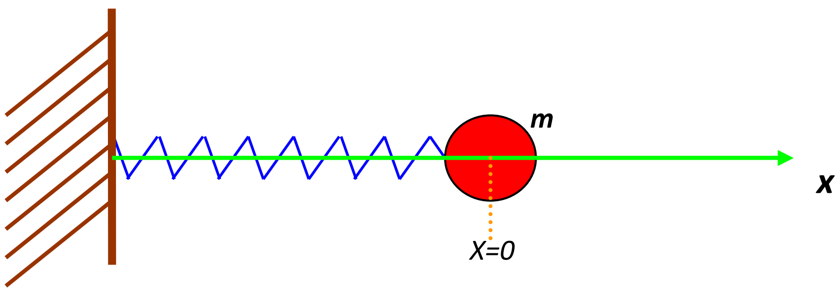
الحركة الموجية

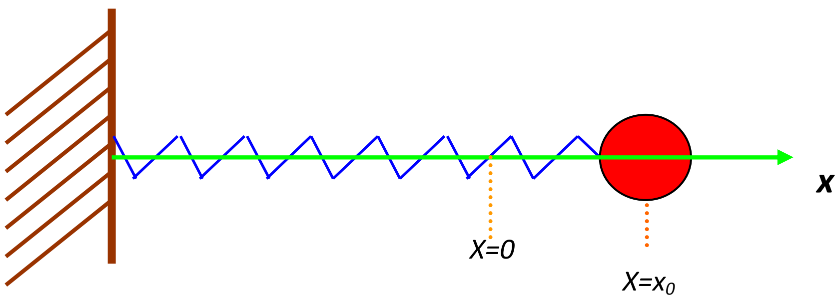
I - مذبذب توافقي بسيط

١- معاملات الحركة

نفرض جسم كتلته m متصل مع زنبرك يتحرك على سطح أفقي عديم الاحتكاك مثبّتاً من أحد طرفيه بحائط ، ويُسمح للنابض بالتحرّك في البعدَ السيني□x:



عندما تتواجد الكتلة m في نقطة السكون $(x=0)$ فإنّ النابض يكون في طوله الطبيعي، لا هو مضغوط ولا هو ممدود وهو ما يُسمّى بحالة التوازن؛ عندها لا تؤثّر أيّة قوّة على الجسم. ماذا يحدث يا تُرى لو قمنا بجذب الجسم مع النابض من وضع السكون $(x=0)$ إلى النقطة $(x=x_0)$؟



تؤدّي استطالة النابض إلى نشوء قوّة شد تقوم بإرجاع الجسم تُجاه وضع التوازن تسمى القوة الاسترجاعية ، التي تتناسب مع مقدار الاستطالة (الزيادة المحدثة في طول النابض) و اتجاهها عكس اتجاه الجذب: $F = -k \cdot x$.

حيث تمثّل x مقدار استطالة النابض عن وضعه الأصلي ($elongation$)، أمّا k فهو ثابت التناسب ويسمّى ثابت قوّة النابض.

و علما بأن مجموعة القوى التي تتركز على الجسم هي كالآتي:

- وزن الجسم: $P = -m \cdot g$.
- رد فعل السطح على الجسم: R.
- القوة الاسترجاعية : $F = -k \cdot x$.

إذا إعتبرنا العلاقة الأساسية للديناميكا نستطيع كتابة العلاقة التالية:

$$m\,a = P + R + F$$

حيث تمثّل a العجلة و علاقتها بالإزاحة x على النحو التالي: $a = \ddot{x} = \dfrac{d^2x}{dt^2}$

و بما أنه عند وضع السكون $a = 0$ و $F = 0$ مما يؤدي إلى $P + R = 0$ و العلاقة الأساسية للديناميكا تُختزل على النحو التالي:

$$m\,a = -k\,x$$
$$m\,\ddot{x} + k\,x = 0$$
$$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$$

و إذا أخذنا $\omega^2 = \dfrac{k}{m}$ نحصل على المعادلة التالية:

$$\boxed{\ddot{x} + \omega^2\,x = 0}$$

و تسمى هذه المعادلة "المعادلة التفاضلية للحركة التوافقية البسيطة"

حيث ω تسمى التردد الزاوي.

بعد حل هذه المعادلة التفاضلية وجدنا أن الإزاحة الآنية للمهتز التوافقي البسيط هي:

$$x = A\cos(\omega t + \phi)$$

حيث يمكننا تعريف المفاهيم التالية

- **سعة الاهتزازة : A**

هي أقصى إزاحة يصل إليها الجسم المهتز من موضع الاتزان $(X_m = A)$.

- **الاهتزازة (الذبذبة) الكاملة**

هي الحركة التي يعملها الجسم المهتز عندما يمر على نقطة ما في مسار حركته مرتين متتاليتين في اتجاه واحد.

- **التردد: Frequency (f)**

هو عدد الاهتزازات الكاملة التي يعملها الجسم المهتز في الثانية الواحدة و الذي يرتبط بالتردد الزاوي بالعلاقة التالية : $f = \dfrac{\omega}{2\pi}$

- **الزمن الدوري: Periodic Time (T)**

هو الزمن الذي يستغرقه الجسم المهتز في عمل اهتزازة كاملة و الذي يرتبط بالتردد بالعلاقة التالية : $T = \dfrac{1}{f}$

- **زاوية الطور الآنية** :

هي المقدار $\omega t + \phi$ أما ϕ فهي ثابت الطور او زاوية الطور الابتدائية للإزاحة $\phi = \phi_x$.

ويمكن إيجاد السرعة الآنية من خلال اخذ مشتقة الإزاحة بالنسبة للزمن أذن:

$$
\begin{aligned}
v &= \frac{d\,x}{d\,t} = \frac{d}{dt}(A\cos(\omega t+\phi)) \\
&= -A\omega\sin(\omega t+\phi) \\
&= A\omega\cos(\omega t+\phi+\frac{\pi}{2}) \\
&= V_m\cos(\omega t+\phi_v)
\end{aligned}
$$

حيث $V_m = A\omega$ هي سعة السرعة و $\phi_v = \phi + \frac{\pi}{2}$ هي زاوية الطور الابتدائية للسرعة.

أو أنّ $V_m = \omega X_m$ و $\phi_v = \phi_x + \frac{\pi}{2}$

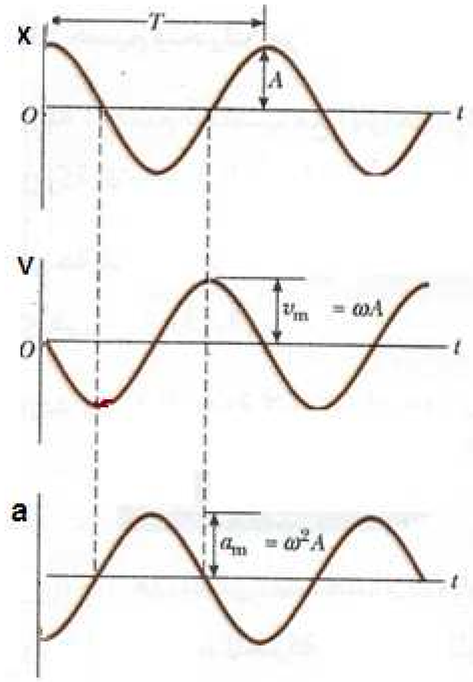
و يمكن الحصول على التعجيل الآني للجسيم المهتز بأخذ المشتقة الثانية للإزاحة بالنسبة للزمن فإذا رمزنا بالحرف a للتعجيل نحصل على:

$$
\begin{aligned}
a &= \frac{d^2\,x}{d\,t^2} = \frac{d}{dt}(\frac{d\,x}{d\,t}) \\
&= \frac{d}{dt}(-A\omega\sin(\omega t+\phi)) \\
&= -A\omega^2\cos(\omega t+\phi) \\
&= A\omega^2\cos(\omega t+\phi+\pi) \\
&= a_m\cos(\omega\, t+\phi_a)
\end{aligned}
$$

حيث $a_m = A\omega^2$ هي سعة التعجيل و $\phi_a = \phi + \pi$ هي زاوية الطور الابتدائية للتعجيل.

أو أنّ $a_m = \omega^2 A = \omega^2 X_m$ و $\phi_a = \phi_x + \pi$.

و بالتالي منحنيات الإزاحة، السرعة والتسارع بالنسبة للزمن يكونوا على النحو التالي عندما نأخذ $\phi=0$:



يُوصف التغيّر في قيمة x مع الزمن بأنّه حركة اهتزازيّة توافقيّة، لأنّ قيمة x تظلّ تعيد نفسها على نفس النسق دون أيّ تغيير وبدون مؤثّر خارجي. وعموماً، فإنّ أيّة حركة تطيع المعادلة $x = A\cos(\omega t + \phi)$ هي حركة اهتزازيّة و النظام يسمى "**مذبذب توافقي بسيط**" .

2- إجمالي الطاقات :

عندما يتحرك الجسم يحصل على نوعين من الطاقة:

- طاقة تسمى الطاقة الحركية تعطى بالمعادلة التالية:

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2$$

حيث m كتلة الجسيم و v تمثل السرعة الآنية في الزمن t. و باستبدال السرعة بدالتها بالنسبة للزمن نحصل على:

$$\begin{aligned} E_c &= \frac{1}{2} m v^2 \\ &= \frac{1}{2} m \, (-A\omega \sin(\omega t+\phi))^2 \\ &= \frac{1}{2} m \, \omega^2 A^2 \sin^2 \, (\omega t+\phi) \end{aligned}$$

- طاقة تسمى الطاقة الكامنة أو طاقة الوضع تعطى بالمعادلة التالية بالنسبة للإزاحة x :

$$E_P = \frac{1}{2} K x^2$$

و باستبدال الإزاحة بدالتها بالنسبة للزمن نحصل على:

$$\begin{aligned} E_P &= \frac{1}{2} K x^2 \\ &= \frac{1}{2} K \, (A \cos(\omega t+\phi))^2 \\ &= \frac{1}{2} K \, A^2 \cos^2 \, (\omega t+\phi) \end{aligned}$$

و إذا نظرنا في طاقتي الحركة والكامنة نلاحظ النقاط التالية :

- بتعويض $m\,\omega^2$ في معادلة طاقة الحركة نحصل على : $E_c = \frac{1}{2} K A^2 \sin^2 \, (\omega t+\phi)$.

و بجمع الطاقتين نحصل على نوع آخر من الطاقة تسمى بالطاقة الكلية أو الطاقة الميكانيكية:

$$\begin{aligned} E_m = E_c + E_p &= \frac{1}{2} K A^2 \sin^2 \, (\omega t+\phi) + \frac{1}{2} K A^2 \cos^2 \, (\omega t+\phi) \\ &= \frac{1}{2} K A^2 (\sin^2 \, (\omega t+\phi) + \cos^2 \, (\omega t+\phi)) \\ &= \frac{1}{2} K A^2 \end{aligned}$$

بإعتبار أنّ $\sin^2 \, (\omega t+\phi) + \cos^2 \, (\omega t+\phi) = 1$.

نلاحظ أنّ الطاقة الكلية لا تتغير بتغير الزمن إذا يمكن القول بأن " الطاقة الكلية لمهتز بسيط هي قيمة ثابتة".

- و بتسيط معادلتي طاقة الحركة و الطاقة الكامنة يمكننا الحصول على:

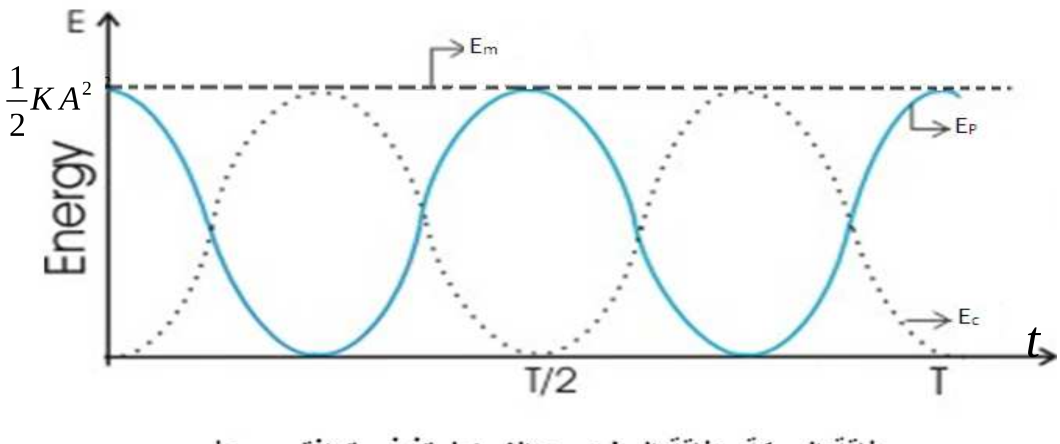
$$\begin{aligned} E_c &= \frac{1}{2} K A^2 \times \frac{1}{2}(1-\cos(2(\omega t+\phi))) \\ &= \frac{1}{4} K A^2 (1-\cos(2\,\omega t+2\phi)) \\ &= \frac{1}{4} K A^2 (1-\cos(2\,\frac{2\pi}{T} t+2\phi)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_c &= \frac{1}{4} K A^2 (1-\cos(\frac{2\pi}{T/2} t+2\phi)) \\ &= \frac{1}{4} K A^2 (1-\cos(\frac{2\pi}{T_E} t+2\phi)) \end{aligned}$$

و بنفس الكيفية $E_P = \frac{1}{4} K A^2 (1+\cos(\frac{2\pi}{T_E} t+2\phi))$

نلاحظ بأنّ كلّ من E_c و E_P تمثّل دالة دورية بزمن دوري $T_E = \frac{T}{2}$.

يوضح الشكل التالي تغيرات "طاقة الوضع" و " الطاقة الحركية" معا وهي تغيرات تبادلية بين شكلي الطاقة كما هو متوقع وفق "قانون حفظ الطاقة" بحيث يكون المجموع مقدارثابت.

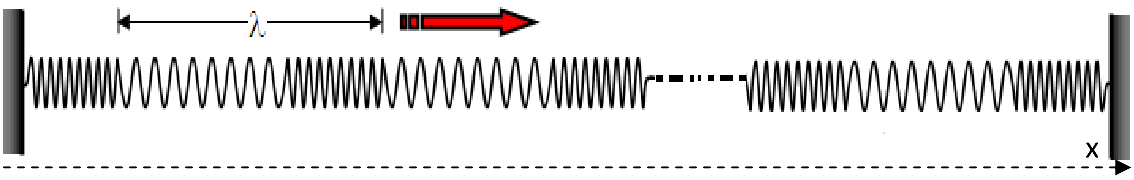


طاقة الحركة وطاقة الوضع مع الزمن لمتذبذب توافقي بسيط

II - الحركة الموجية البسيطة:

١- تعريف الموجة

نعتبر زنبرك طويل جدا و مشدود من طرفيه بنقطتين ثابتتين حيث نحدث في أوله إنضغاط، نلاحظ بأنّ ذلك الشكل ينتشر في إتجاه الإحداثيات المتصاعدة و بعد وصوله للآخر ينكسر ويعيد إنتشارها في الإتجاه المعاكس أي في إتجاه الإحداثيات المتناقصة.



من جهة أخرى التضاغط Δx يحتوي على طاقة وضع $E_P = \frac{1}{2} K (\Delta x)^2$ و طاقة حركية $E_m = \frac{1}{2} m v^2$ اللتان ينتشران مع الذبذبة كذلك عندما نقوم بتلوين جزء من الزنبرك نلاحظ بأنها لا تنتشر عندما تمر بها الموجة.

إذا يمكن تعريف الموجة كالتالي: "الموجة هي إنتشار ذبذة مع نقل الطاقة دون نقل المادة".

٢- المعادلـة التفاضلية للموجة

إذا إعتبرنا y ذلك التقلص فإنه يتغير بتغير الزمن t و كذلك بتغير الإحداثية x .

في دراسة أكثر دقة يمكن كتابة y على النحو التالي:

- $y = A\cos(\omega t - k x + \phi)$ بالنسبة للموجات المنتشرة في إتجاه الإحداثيات المتصاعدة.
- $y = A\cos(\omega t + k x + \phi)$ بالنسبة للموجات المنتشرة في إتجاه الإحداثيات المتناقصة.

هذه الدالة y تخضع إلى المعادلة التالية و التي تسمى ب " المعادلة التفاضلية للحركة":

$$\boxed{\frac{d^2y}{dx^2}-\frac{1}{c^2}\frac{d^2y}{dt^2}=0}$$

حيث تمثل c سرعة إنتشار الموجة في الوسط.

إذا أخذنا $y=A\cos(\omega t-kx+\phi)$ وقمنا بإشتقاقها مرتين بالنسبة ل t نحصل على:

$$\begin{aligned}\frac{d^2y}{dt^2}&=\frac{d}{dt}\left(\frac{dy}{dt}\right)\\&=\frac{d}{dt}\left(-\omega A\sin(\omega t-kx+\phi)\right)\\&=-\omega A\frac{d}{dt}\left(\sin(\omega t-kx+\phi)\right)\\&=-\omega A\times\omega\cos(\omega t-kx+\phi)\\&=-\omega^2A\cos(\omega t-kx+\phi)\\&=-\omega^2y\end{aligned}$$

يعني أنّ: $\frac{d^2y}{dt^2}=-\omega^2y$

و يمكن أن نقوم بنفس الشيء لاحتساب $\frac{d^2y}{dx^2}$ إذ نحصل على: $\frac{d^2y}{dx^2}=-k^2y$

و بالتعويض في المعادلة التفاضلية نحصل على: $-k^2y-\frac{1}{c^2}(-\omega^2y)=0$

أي $(-k^2+\frac{\omega^2}{c^2})y=0$ و بما أنّ $y\neq0$ نأخذ $-k^2+\frac{\omega^2}{c^2}=0$ أو أنّ:

$$k^2=\frac{\omega^2}{c^2}$$

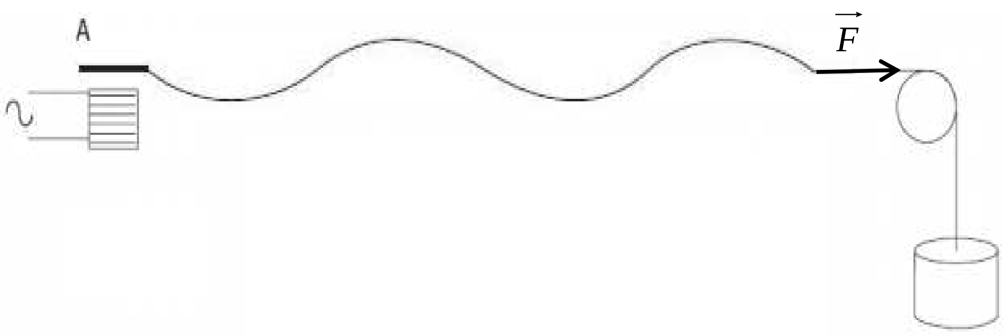
و هذه العلاقة بين c ، k و ω تسمى ب "معادلة التشتت" ومنها يمكن إيجاد : $k=\frac{\omega}{c}$

و علما بأنّ $\omega = \frac{2\pi}{T}$ نحصل على: $k = \frac{2\pi}{cT}$

و بتعويض cT ب λ و هو الطول الموجي نجد: $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

III - اهتزاز الأوتار:

نعتبر حبل كتلته m و طوله l ممدود أفقيا في اتجاه الإحداثيات x و مشدود من أحد طرفيه إلى هزاز الذي يفرض عليه حركة تذبذبية ذات زمن دوري T و من الطرف الآخر مشدود بقوة ثابتة $\vec{F}$.



نلاحظ أنّ الموجات تنتقل على طول الحبل بسرعة ثابتة v . إذا أخذنا y الدالة المشيرة لهذا الاهتزاز فإنها تخضع للمعادلة التفاضلية للانتشار:

$$\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{1}{v^2}\frac{d^2y}{dt^2} = 0$$

حيث أنّ $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ و $\mu = \frac{m}{l}$ تسمى الكثافة الخطية أو كتلة لكل وحدة طول.

و بالتالي الدالة y تكتب على النحو $y=Y_m \cos(\omega t-k\,x+\phi)$ بالنسبة للموجات المنتشرة في إتجاه الإحداثيات المتصاعدة و $y=Y_m \cos(\omega t+k\,x+\phi)$ بالنسبة للموجات المنتشرة في إتجاه الإحداثيات المتنازلة. حيث $\omega=\frac{2\pi}{T}$ و $k=\frac{2\pi}{\lambda}$ و $\lambda=v.T$.

III - الأمواج الصوتية:

١- خصائص الموجة الصوتية

الصوت هو تردد آلي أو موجة قادرة على التحرك في عدة أوساط مادية مثل الأجسام الصلبة، السوائل، والغازات،و لا تنتشر في الفراغ، وباستطاعة الكائن الحي تحسسه عن طريق عضو خاص يسمى الأذن. وتقدر سرعة الصوت في وسط هوائي عادي ب 340 متر في الثانية. تتعلق سرعة الصوت بعامل الصلابة وكثافة و حرارة الوسط الذي يتحرك فيها الصوت.

الوسط	السرعة بالمتر في الثانية
الألومنيوم	5000
الزجاج	3540
ماء البحر عند 25°م	1530
الهواء عند 25°م	340
الهواء عند 0°م	331

تصنف الموجات الصوتية طبقا لتردداتها كما يلي:

الموجات المسموعة

هي تلك الموجات التي تقع تردداتها بين 20 هرتز و 20.000 هرتز ، وتمثل الصوت المسموع بواسطة الأذن البشرية العادية.

الموجات الفوق سمعية

هي الموجات التي تزيد تردداتها على 20 الف هيرتز والتي تقع خارج نطاق حاسة الاذن البشرية. وهذا النوع من الموجات ما زال موضع بحث واهتمام مكثف نظرا للتطبيقات المهمة التي تمس مجالات عديدة في الصناعة والطب وغيرهما.

الموجات تحت السمعية

هي الموجات الصوتية التي يقل ترددها عن 20 هيرتز ولا تستطيع الاذن البشرية الاحساس بها واهم مصدر لها هو الحركة الاهتزازية والانزلاقية لطبقات القشرة الأرضية وما ينتج عنها من زلازل وبراكين وعليه انها مهمة جدا في رصد الزلازل وتتبع نشاط البراكين. وتستطيع بعض الحيونات الاحساس بالزلازل قبل حدوثها بسببها.

و سرعة الصوت تكتب على النحو التالي بإعتبار الحرارة المطلقة θ و الكتلة المولية M :

$$v = \sqrt{\frac{\gamma R \theta}{M}}$$

حيث R ثابت الغاز المثالي و γ ثابت لابلاس.

إذا رمزنا ب y للتضاغط الذي يحصل في الغاز عند إنتشار الصوت x فإنها تخضع للمعادلة التفاضلية التالية:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - \frac{1}{v^2}\frac{d^2 y}{dt^2} = 0$$

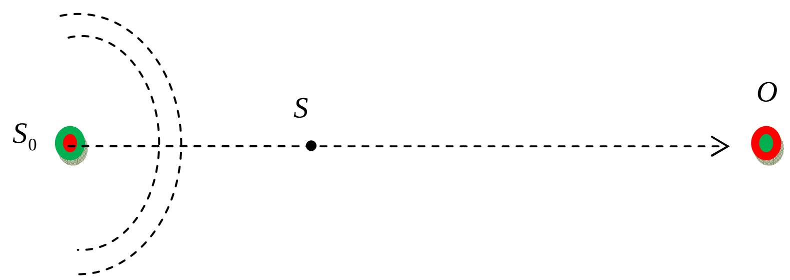
و بالتالي الدالة y تكتب على النحو $y=Y_m\cos(\omega t-kx+\phi)$ بالنسبة للموجات المنتشرة في إتجاه الإحداثيات المتصاعدة و $y=Y_m\cos(\omega t+kx+\phi)$ بالنسبة للموجات المنتشرة في إتجاه الإحداثيات المتنازلة.

٢- ظاهرة دوبلر

ظاهرة دوبلر تتمثل في تغير تردد الصوت بالنسبة لسرعة المصدر أو اللاقط .

حيث إذا أخذنا مصدر صوت يصدر صوتا تردده $f=\dfrac{1}{T}$ و طول موجتها $\lambda=v.T$ حيث v و T هما على التوالي سرعة و الزمن الدوري للموجة عند إنطلاقها. و نعتبر كذلك مستمع للصوت يسمى باللاقط و الذي يسمع الصوت بتردد $f'=\dfrac{1}{T'}$ حيث T' الزمن الدوري للموجة عند وصولها للاقط. لنبحث كيف يتغير تتردد الصوت إذا تحرك الراصد وبقي المصدر ثابت أو العكس عندما يتحرك المصدر و يبقي الراصد.

أ- مصدر متحرك و راصد ثابت



نعتبر مصدر متحرك بسرعة v_s و راصد ثابت. إذ يبعث بصوت في الزمن $t_0=0s$ التي تصل إلى الراصد عند اللحظة $t_1=\dfrac{S_0O}{v}$ و عند اللحظة $t'_0=T$ و عند وصولها إلى النقطة S' تبعث بذبذبة أخرى التي تصل عند اللحظة t_2 حيث:

$$t_2 = \frac{S'O}{v}$$

$$\begin{aligned} T' &= t_1 - t_2 \\ &= \frac{S_0O - S'O}{v} \\ &= \frac{S_0S'}{v} \\ &= \frac{(v - v_s)T}{v} \\ &= (1 - \frac{v_s}{v})T \end{aligned}$$

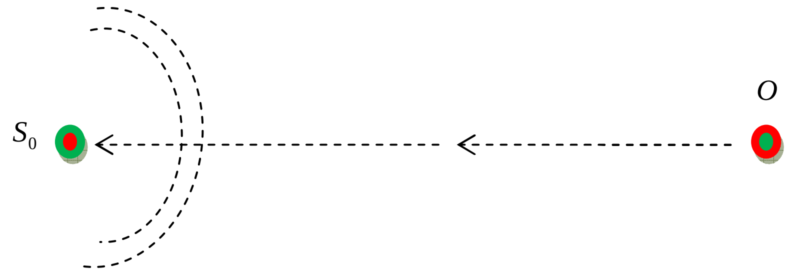
و بالتالي $\frac{1}{f'} = (1 - \frac{v_s}{v})\frac{1}{f}$ يعني $f' = \frac{f}{(1 - \frac{v_s}{v})}$

وبالتالي عندما يقترب المصدر من اللاقط فإن هذا الأخير يسمع صوتا أكثر حدة لأنّ $f' \succ f$.

و عندما يتحرك المصدر في الإتجاه المعاكس نقوم بإستبدال v_s ب $-v_s$ مما يؤدي إلي التردد التالي: $f' = \frac{f}{(1 + \frac{v_s}{v})}$

حيث يسمع الصوت بتردد أقل من الحقيقي.

ب ـ **مصدر ثابت** و **راصد متحرك**



عندما يقترب اللاقط من المصدر الذي بعث بذبذبتين في اللحظتين $t_0=0$ و $t'_0=T$

يلتقط هذين الذبذبتين عند الزمنين t_1 و $t_2=t_1+\dfrac{d}{v+v_o}$ حيث تمثل المسافة d المسافة التي

قطعها الصوت في الفترة T حيث $d=v.T$ و بالتالي: $t_2=t_1+\dfrac{v.T}{v+v_o}$.

الذبذبة تصل إلى اللاقط بتردد $T'=t_2-t_1$، حيث:

$$T'=t_2-t_1=\frac{v}{v+v_o}T$$

أي:

$$\frac{1}{f'}=\frac{v}{v+v_o}\frac{1}{f}$$

يعني:

$$f'=\frac{v+v_0}{v}f$$
$$=(1+\frac{v_0}{v})f$$

و عندما يبتعد الراصد من المصدر نستبدل v_0 ب $-v_0$ لنحصل على: $f'=(1-\dfrac{v_0}{v})f$.

IV - الموجات الموقوفة

الموجة الموقوفة هي الموجة التي تنشأ من تراكب موجتين متماثلتين في التردد والسعة و ينتشران في اتجاهين متعاكسين.

لدراسة هذه النوعية من الأمواج نفترض إنتشار موجتين متماثلتين في الإتجاهين x و $-x$ حيث تكتب دالاتهن على النحو التالي:

$$y_1 = A\cos(\omega t - kx + \phi_1) \quad \text{و} \quad y_2 = A\cos(\omega t + kx + \phi_2)$$

تراكب الموجتين يؤدي إلى موجة موقوفة دالتها:

$$y = y_1 + y_2 = A\left(\cos(\omega t - kx + \phi_1) + \cos(\omega t + kx + \phi_2)\right)$$

و علما أنّ:
$$\cos a + \cos b = 2\cos\frac{b-a}{2}\cos\frac{b+a}{2}$$

فإنّ
$$y = 2A\cos\left(kx + \frac{\phi_2 - \phi_1}{2}\right).\cos\left(\omega t + \frac{\phi_2 + \phi_1}{2}\right)$$

نلاحظ أنّ المعلمات المكانية x و الزمنية t غير مرتبطة و بالتالي عند تغير الزمن t لا يمكن أن يغير x وهذه هي خاصيـة أساسية للموجات الموقوفة.

تكتب دالة هذه الموجة على النحو التالي :
$$y = Y_m.\cos\left(\omega t + \frac{\phi_2 + \phi_1}{2}\right)$$

حيث $Y_m = 2A\cos\left(kx + \frac{\phi_2 - \phi_1}{2}\right)$ هي سعة الموجة الإجمالية.

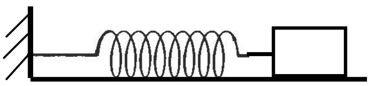
يتم تعريف **بطون الموجة** بالنقاط التي تتميز بسعة قصوى أي: $kx + \frac{\phi_2 - \phi_1}{2} = n\pi$ و علما أنّ : $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ فإنّ $x = n.\frac{\lambda}{2} - \frac{\lambda}{2\pi}\frac{\phi_2 - \phi_1}{2}$.

يتم تعريف **عقد الموجة** بالنقاط التي تتميز بسعة معدومة أي: $kx+\frac{\phi_2-\phi_1}{2}=(2n+1)\frac{\pi}{2}$ و

علما أنّ : $k=\frac{2\pi}{\lambda}$ فإنّ $x=(2n+1)\frac{\lambda}{4}-\frac{\lambda}{2\pi}\frac{\phi_2-\phi_1}{2}$.

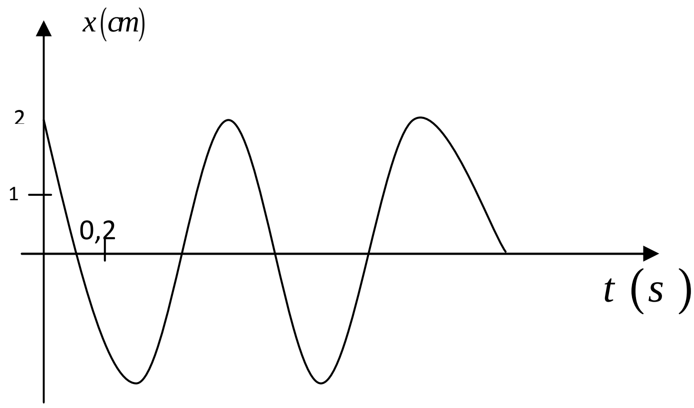
سلسلة من التمارين: الحركة الموجية

التمرين 1:



يتشكل هزاز مرن من نابض مهمل الكتلة، حلقاته غير متلاصقة و ثابت مرونته k . يستلقي هذا النابض على مستوى أفقي، أحد طرفيه مثبت بنقطة ثابتة و يتصل بطرفه الآخر جسم صلب كتلته $m=170g$ و يمكنه أن يقوم بحركة انسحابية أفقية.

يسمح تجهيز مناسب بالحصول على تسجيل المطال x لمركز عطالة الجسم بدلالة الزمن t و الممثل في البيان التالي:



١- أ/ أي من العبارات التالية تمثل الدور الذاتي للهزاز:

- $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ ؟
- $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{k}{m}}$ ؟
- $T_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{m}{k}}$ ؟

ب/ ما هي قيمة الدور الذاتي لهذا الهزاز؟

ج/ استنتج قيمة ثابت المرونة k.

٢- المعدلة الزمنية للمنحنى البياني هي من الشكل $x(t) = X_m.\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \zeta_0\right)$.

أ/ عين بيانا سعة الاهتزازات X_m و الصفحة ζ_0 في مبدأ الأزمنة.

ب/ تعرف الطاقة الميكانيكية E_m لجملة ميكانيكية بالعلاقة $E_m = E_c + E_p$.

أكتب عبارة الطاقة الميكانيكية لهذا الهزاز بدلالة k و X_m. ما هي قيمة هذه الطاقة؟

ج/ استنتج قيمة سرعة الجسم عندما يمر بالمطال $x = 0$.

التمرين 2:

معادلة الموجة هي المعادلة الرياضية التي تحكم ظواهر انتشار الموجات. إذا أخذنا $y(x,t)$ للتعبير عن إستطالة الموجة في الإحداثية x داخل محيط الإنتشار عند الزمن t , نلاحظ أنها تخضع للمعادلة التفاضلية التالية:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0$$

1- تبيني أن المعادلة التالية للموجة $y(x,t)=a.\sin(\omega t-kx+\varphi)$ تحقق المعادلة التفاضلية المبينة أعلاه.

2- إستنتجي العلاقة بين k,ω و c .

3- جدي زاوية الطور φ علما بأن $y(x=0,t=0)=\frac{a}{2}$.

4- بيني خصائص الموجة (السعة ,التردد , الطول الموجي , اتجاه وسرعة الإنتشار) مع العلم أن: $\omega=50\pi.s^{-1}$ و $k=12.5\pi.m^{-1}$.

التمرين 3:

نأخذ حبل طوله $l=10$م كتلته $m=2Kg$ و مشدود بقوة شد $F=30N$ ممتد أفقيا في الإتجاه x و مشدود من أحد طرفيه بشوكة مهتزة التي تفرض عليه إهتزازا يوافق المعادلة التالية $y(x=0,t)=A\cos(2\pi\frac{t}{T})$ و مشدود من بالطرف الآخر بنقطة ثابتة.

1- جدي سرعة الموجة في الحبل.

2- أكتبي معادلة إهتزاز الموجة $y(x,t)$ في الإحداثية x المتصاعد.

3- أكتبي معادلة إهتزاز الموجة $y(x,t)$ في الإحداثية x المتنازل.

4- جدي دالة الموجة الجامعة للموجتين السابقتين، بيني خصائصها (سعتها، أسمها، نقاط العقد، نقاط البطون).