شوفي عمريا
احنا نلجأ الى الكسور الجزئية اذا ما قدرنا نسوي البسط مشتقة للمقام..
اما الطريقه..هناك عدة طرق

مثلا-:
*اذا كانت درجة البسط اكبر من درجة المقام ولا يوجد علاقه بينهم زي ما قلت قبل في هالحاله تقسمين قسمة مطوله المعروفه ..
اما اذا كانت درجة المقام اكبر من درجة البسط اهنا نلجا للطريقة الثانيه

اللي اهي ..
1/ اذا كان المقام ينتحلل فنكتب ناتج التحليل على شكل ضرب اقواس اذا كان ناتج التحليل من الدرجة الاولى فيكون الناتج ثابت على القوس الاول +ثابت 2 على القوس الثاني+...الخ

بشكل عملي..

اوجدي $\int \frac{1}{(x+1)(x+4)(x-4)} dx$ ؟؟

$$\frac{1}{(x+1)(x+4)(x-4)} = \frac{A}{(x+1)} + \frac{B}{(x+4)} + \frac{C}{(x-4)}$$

نسعى الى جعل الطرف الايسر خالي من المقام فنضرب الطرف الايمن في مقام الـ1

$$1 = A(x+4)(x-4) + B(x+1)(x-4) + C(x+1)(x+4)$$

$$1 = Ax^2 - 4A + Bx^2 - 3Bx - 4B + Cx^2 + 5Cx + 4C$$

نساوي المعاملات لنحسب قيمة الثوابت فنحصل على

$$0 = A + B + C$$

$$0 = -3B + 5C$$

$$1 = -4A - 4B + 4C$$

باختيار مثلا $B = \frac{5}{3}C$ والتعويض في المعادلتين بقيمة B بيصيرون معادلتين في مجهولين اللي اهم A,C ونحلهم بالحذف وبعدها نعوض بقيمة الثوابت الثلاثه في المعادلة الاولى الأصلية منها صار التكامل اللي ما عرفنا نجيبه مباشرة قسمناه على 3 تكاملات سهله الحل..

الناتج هو ..

$$0 = A + \frac{5}{3}C + C \qquad \rightarrow 0 = A + \frac{8}{3}C$$

$$1 = -4A - 4 * \frac{5}{3}C + 4C \qquad \rightarrow 1 = -4A - \frac{8}{3}C$$

بجمع المعادلتين نحصل ان قيمة $A = -\frac{1}{3}$, $C = \frac{1}{8}$

وبالتعويض عن قيمة C نحصل على ان قيمة $B = \frac{5}{24}$

نعوض بقيمة الثوابت الثلاثه في المعادلة الاصلية فنجد ان..

$$\frac{1}{(x+1)(x+4)(x-4)} = \frac{-\frac{1}{3}}{(x+1)} + \frac{\frac{5}{24}}{(x+4)} + \frac{\frac{1}{8}}{(x-4)}$$

الحين صار سهل ان احنا نسوي التكامل لان مشتقة المقام موجوده في البسط الا واهي dx اذا ناتج التكامل بيصير

$$\int \frac{1}{(x+1)(x+4)(x-4)} = -\frac{1}{3}\ln(x+1) + \frac{5}{24}\ln(x+4) + \frac{1}{8}\ln(x-4)$$

وبجذا خلص الحل

** _____ **

2/اذا كان المقام ما يتحلل ومن الدرجة الثانيه الناتج نقول ثابت *x+ ثابت 2

نطبق عمليا..

أوجدي $\int \frac{X+2}{x^3-1} dx$ ؟؟

$$\frac{X+2}{x^3-1} = \frac{D}{x-1} + \frac{Ax+B}{x^2+x+1}$$

الان بعد التخلص من مقام الطرف الايسر نحصل على

$$x + 2 = D(x^2 + x + 1) + Ax + B(x - 1)$$

بمساواة المعاملات نحصل على

$$\rightarrow 0 = D + A \quad ,1 = D - A + B \ ,2 = D - B$$

بعد ما نحل المعادلات نحصل على

$$D=1, B=-1, A=-1$$

نعوض في المعادلة الاصلية بقيمة الثوابت فنحصل على

$$\frac{X+2}{x^3-1} = \frac{1}{x-1} + \frac{-x-1}{x^2+x+1}$$

نجري التكامل فنحصل على

$$\int \frac{X+2}{x^3-1} dx = \ln(x-1) - \ln(x^2+x+1)$$

وبجذا خلص الحل

** _____ **

3/ لو كان من احد الحالتين اللي قبل بس القوس مرفوع لاس اكبر من الواحد بنفس الطريقة بس نفك القوس من واحد الى الاس المعين

مثلا

اوجدي $\int \frac{1}{(X^2+1)^2 (X+1)^3}$ ؟؟

$$\frac{1}{(X^2+1)^2 (X+1)^3} = \frac{AX+B}{(X^2+1)} + \frac{Cx+D}{(X^2+1)^2} + \frac{E}{(x+1)} + \frac{F}{(x+1)^2} + \frac{G}{(X+1)^3}$$

وتكملين الحل عادي جدا

وبس بالتوفيق ^_^

** _____ **