س / أوجد قيمة التكامل :- $\int_0^2 \sqrt{4-x^2}\,dx$

الحل.. علاقه :- $\int \sqrt{a^2-x^2}\,dx$

كمية واحده مربعة = كمية مربعة (x^2)– عدد مربع (a^2)

$$1-\sin^2 x = \cos^2 x$$

نستخدم لحل هذه المسأله تعويض خاص: نضع $x = a\sin u$ $- - \rightarrow$ $x = 2\sin u$

نفاضل الطرفين: $dx = 2\cos u\,.\,du$

الأن نكامل الداله:

$$\therefore \int_0^2 \sqrt{4-x^2}\,dx = \int_0^2 \sqrt{4-4\sin^2 u}\,.\,(2\cos u\,.\,du)$$

$$= 2\int_0^2 \sqrt{4(1-\sin^2 u)}\,.\,(\cos u\,.\,du) = 2\int_0^2 \sqrt{4-\cos^2 u}\,.\,(\cos u\,.\,du)$$

$$= 2\int_0^2 2\sqrt{\cos^2 u}\,.\,(\cos u\,.\,du) = 4\int_0^2 \cos u\,.\,(\cos u\,.\,du) = 4\int_0^2 \cos^2 u\;du$$

$$= 4\int_0^2 \frac{1}{2}(1+\cos 2u)du = 2\int_0^2 (1+\cos 2u)du = 2\left[u+\frac{\sin 2u}{2}\right]_0^2$$

$[0\,,2]$ حدود التكامل بنسبه لـ x، الأن نوجد حدود التكامل بنسبه لـ u

عندما: $x = 2$, $u = ?$ $\qquad x = 2\sin u - - \rightarrow \frac{x}{2} = \sin u$

$- - \rightarrow u = \frac{\pi}{2}$ ماهي الزاويه التي تجعل $1 = \sin u$ $- - - \rightarrow$

عندما: $x = 0$, $u = ?$ $\qquad x = 2\sin u - - \rightarrow \frac{x}{2} =$

$\sin u$

$- - \rightarrow u = 0$ ماهي الزاويه التي تجعل $0 = \sin u$ $- - - \rightarrow$

إذاً حدود التكامل بنسبه لـ u $\left[0\,,\frac{\pi}{2}\right]$

$$\therefore 2\left[u+\frac{\sin 2u}{2}\right]_0^{\frac{\pi}{2}} = 2\left[\left[\frac{\pi}{2}+\frac{\sin 2\frac{\pi}{2}}{2}\right]-\left[0+\frac{\sin 0}{2}\right]\right] = 2\left[\frac{\pi}{2}-0\right] = \pi$$

حل الطالبة : دُرة الكوثر.

أُمْنِيَّاتِي لَكُمْ بِالتَّوفِيقْ ... لا تِنْسُونِي مِنْ الدُعَاء ..